



UNIVERSIDADE DA INTEGRAÇÃO INTERNACIONAL DA LUSOFONIA
AFRO-BRASILEIRA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

JOSÉ RENATO ALVES DE FREITAS

O ENSINO DE MATEMÁTICA À LUZ DA BNCC: UMA CONSTRUÇÃO
AFETIVA, PEDAGÓGICA E PRÁTICA PARA O PROFESSOR DE
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL II

REDENÇÃO

2021

JOSÉ RENATO ALVES DE FREITAS

**O ENSINO DE MATEMÁTICA À LUZ DA BNCC: UMA CONSTRUÇÃO
AFETIVA, PEDAGÓGICA E PRÁTICA PARA O PROFESSOR DE
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL II**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro Brasileira, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Joserlan Perote da Silva

REDENÇÃO

2021

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
Sistema de Bibliotecas da UNILAB
Catalogação de Publicação na Fonte.

Freitas, José Renato Alves de.

F936e

O ensino de matemática à luz da BNCC: uma construção afetiva, pedagógica e prática para o professor de matemática do ensino fundamental II / José Renato Alves de Freitas. - Redenção, 2021. 86f: il.

Dissertação - Curso de , Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Redenção, 2021.

Orientador: Prof. Dr. Joserlan Perote da Silva.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Base Nacional Comum Curricular. 3. Professores de matemática. I. Título

CE/UF/BSP

CDD 510

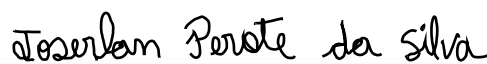
JOSÉ RENATO ALVES DE FREITAS

O ENSINO DE MATEMÁTICA À LUZ DA BNCC: UMA CONSTRUÇÃO
AFETIVA, PEDAGÓGICA E PRÁTICA PARA O PROFESSOR DE
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL II

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática, na Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Unilab – Campus Auroras.

Aprovada em: 03 / 09/ 2021.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Joserlan Perote da Silva (Orientador)
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB)



Prof.ª Dra. Danila Fernandes Tavares
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB)



Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão
Universidade Federal do Ceará (UFC)

À minha mãe, minha inspiração na fé, no trabalho e no amor.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida e por se inclinar a mim e fazer-me compreender e abraçar seus desígnios.

Aos meus pais, meus maiores influxos humanos na construção de uma vida plena.

À minha família, que é motivo de inspiração para que eu consiga plantar em seu corações sementes de trabalho dignificante e dedicação ao próximo.

Ao professor Prof. Dr. Rafael Jorge Pontes Diógenes, pela sensibilidade e pronta ajuda enquanto coordenador do PROFMAT.

Ao professor Prof. Dr. Joserlan Perote da Silva, por acreditar em mim e pela disponibilidade em orientar-me com esmero no desenvolvimento desta pesquisa.

Aos meus amigos Adriano Aquino e Kassio Mendonça, que me ajudam e orientam para que eu seja uma pessoa melhor.

Ao José de Araújo, um grande amigo que encontrei na rede pública, que me inspira e incentiva a continuar meus estudos acadêmicos.

Aos meus amigos Angelo Victor, João Mendes e Marcos Paulo que me ajudaram na construção deste processo e que são para mim inspiração pelo amor a educação e condução de vida.

Aos meus amigos do PROFMAT-UNILAB Ananias, Dennis, Fábio Cesar, Felipe, Paulo, Salustriano, Sílvio e Wirlan pela convivência, pelos estudos, pela ajuda e partilha de vida que tivemos ao longo desses dois anos.

A professora Dra. Amanda, atual coordenadora do PROFMAT, pela solicitude na condução de sua função para comigo.

Aos professores da UNILAB-CE e, de maneira particular, aos que ministraram aula para nós através do PROFMAT.

Aos professores participantes da banca examinadora Danila Fernandes Tavares e Jorge Carvalho Brandão pelo tempo, pelas valiosas colaborações e sugestões.

A CAPES, pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa de auxílio.

“Lembrar que $1 + 1 > 2$ quando as
potencialidades de cada um são valorizadas.”
Jorge Carvalho Brandão

RESUMO

O presente trabalho tem o intuito de apresentar propostas e aplicações pedagógicas à luz da BNCC, nas duas esferas de ensino, pública e particular, sendo desenvolvida a partir da relação professor e aluno, na construção da afetividade necessária para que haja o interesse e entusiasmo em aprender o que será proposto, bem como a compreensão da estrutura de formação e consolidação do conhecimento a partir da taxonomia de Bloom, com o suporte do livro desenvolvido pela OECD na perspectiva da matemática, da filosofia da sala de aula invertida a partir de Jonathan Bergmann e do projeto intitulado como anjo e protegido que visa o âmbito social e protagonista dos alunos. Concluindo com a explanação de alguns tópicos dos anos finais, a saber: fração, equação do 2º grau, círculo e construção de maquete, com o olhar sensível ao maior protagonismo do aluno e um maior significado prático e lógico do conteúdo. Finalmente, são propostas questões do ENEM que estão relacionadas aos conteúdos trabalhados.

Palavras-chave: Matemática - Estudo e ensino. Base Nacional Comum Curricular. Professores de matemática.

ABSTRACT

The present work aims to submit pedagogical proposals and applications in the light of BNCC, in the two branches of teaching, public and private, being developed from the relation teacher and student, in the construction of necessary affection to provide interest and enthusiasm in learning what is being proposed, as well as the comprehension of the formation and consolidation structure of knowledge from Bloom Taxonomy, with the support of the book developed by OECD in the perspective of Mathematics, of inverted classroom philosophy from Jonathan Bergmann and the project entitled as angel and protected which aims at the social environment and protagonist of students. Concluding with the explanation of some topics of the final years, namely: fraction, equation of the second (2°) degree, circle and scale model construction, with the attentive look to the higher protagonism of the student and a greater practical and logical meaning of the content. Eventually, some ENEM questions which are related to the contents studied in the third chapter.

Keywords: Mathematics - Study and teaching. Common Base National Curriculum. Mathematics teachers.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Aluno como um todo.	30
Figura 2 – Taxonomia de Bloom.	31
Figura 3 – Categoria de compreensão.	31
Figura 4 – Categoria de síntese.	32
Figura 5 – Pirâmide de Bloom.	33
Figura 6 – Síntese da Taxonomia de Bloom.	34
Figura 7 – Distribuição do tempo em relação a Taxonomia de Bloom.	35
Figura 8 – Distribuição na <i>flipped classroom</i>	35
Figura 9 – Pirâmide de Bloom revisada e invertida	36
Figura 10 – Ciclo da sala de aula invertida	37
Figura 11 – Camadas de aprendizagem.	37
Figura 12 – Plano de estratégias destinado ao protegido	40
Figura 13 – Códigos das Habilidades.	42
Figura 14 – Frações de Pizza.	46
Figura 15 – Frações de círculos.	46
Figura 16 – Simplificação das frações.	47
Figura 17 – Frações equivalentes.	47
Figura 18 – Resultado das frações.	48
Figura 19 – Multiplicação de Frações.	49
Figura 20 – Representação da Parte.	50
Figura 21 – Parte Teórica.	51
Figura 22 – Resolução do Questionário.	51
Figura 23 – Confraternização	52
Figura 24 – Confraternização.	52
Figura 25 – Resultado da Premiação.	55
Figura 26 – Compreensão do tamanho do metro quadrado.	55
Figura 27 – Medindo área e perímetro da quadra da escola.	56
Figura 28 – Construção da planta baixa.	56
Figura 29 – Início da construção das casas.	57
Figura 30 – Confeção das casas.	58
Figura 31 – Apresentação das plantas baixas.	58
Figura 32 – Imagens de figuras geométricas.	59
Figura 33 – Imagem Ilustrativa.	60
Figura 34 – Moeda de 50 pes inglesa.	60
Figura 35 – Transformação de movimento.	60
Figura 36 – Como perfurar um buraco quadrado.	61

Figura 37 – Bicicleta chinesa sem rodas comuns.	61
Figura 38 – Geometria e fatoração	63
Figura 39 – Geometria e fatoração	64
Figura 40 – Resolução geométrica da equação.	65
Figura 41 – Resolução geométrica da equação.	65
Figura 42 – Resolução geométrica da equação.	66
Figura 43 – Área cercada.	68
Figura 44 – Área cercada ampliada.	68
Figura 45 – Forma Sueca de ser.	70
Figura 46 – Forma Sueca de ser.	71

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Quem está usando memorização?	26
Gráfico 2 – Quem está usando estratégias de controle	27
Gráfico 3 – Estratégias de aprendizagem puras e mistas e o sucesso nos problemas de matemática.	29

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
OCDE	Organização para a Coordenação e Desenvolvimento Econômico
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
SIBI	Sistema Integrado de Bibliotecas
UNILAB	Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	O PROFESSOR E A AFETIVIDADE	15
2.1	O ALUNO, A EDUCAÇÃO E A ESPERANÇA	17
2.2	O PROFESSOR E O ALUNO	18
2.3	PROFESSOR – O ETERNO APRENDIZ	21
3	COMPREENSÕES PEDAGÓGICAS À LUZ DA BNCC PARA O DESENVOLVIMENTO DE UMA AULA	23
3.1	PISA	25
3.1.1	Memorização	25
3.1.2	Estratégias de Controle	27
3.1.3	Estratégias de Elaboração	28
3.2	TAXONOMIA DE BLOOM	30
3.3	A SALA DE AULA INVERTIDA	34
3.4	ESTRUTURA DO VÍDEO E FEEDBACK PARA O PROFESSOR	38
3.5	PROJETO ANJO E PROTEGIDO	39
4	AULAS MINISTRADAS À LUZ DA BNCC	42
4.1	ASSUNTO DE FRAÇÃO	42
4.2	TEORIA SOBRE FRAÇÃO	45
4.2.1	Frações equivalentes	45
4.2.2	Adição e Subtração de Frações	47
4.2.3	Multiplicação de frações	48
4.2.4	Fração e Porcentagem	49
4.2.5	Registros de Aulas Interativas sobre Frações	50
4.3	PROJETO MAQUETE	52
4.4	CÍRCULO	59
4.5	EQUAÇÃO DO 2º GRAU	61
4.5.1	Problemas do Cotidiano Envolvendo Equações do 2º Grau	68
4.5.2	Análise e ponto de vista a partir dos gráficos das equações de 1º e 2º grau.	70
5	CONCLUSÃO	72
	REFERÊNCIAS	73
	APÊNDICE A – QUESTÕES DO ENEM – RESOLVIDAS	76
	APÊNDICE B – QUESTÕES DO ENEM – PROPOSTAS	80

1 INTRODUÇÃO

Munido do pensamento que o ensino se dá de maneira mais harmônica e fecunda quando os dois agentes, professor e aluno, estão sintonizados e a emoção ou mesmo a memória afetiva está envolvida de maneira positiva, o processo de crescimento cognitivo vinculado ao socioemocional tende a se consolidar de maneira mais efetiva e produtiva, esta dissertação tem como objetivo enfatizar três pontos centrais do processo de ensino: a relação professor e aluno, a compreensão metodológica na construção do aprendizado e a apresentação de algumas aulas ministradas à luz da BNCC nas escolas pública e particular.

O professor, nesse contexto incorpora uma grande significação de vida aos jovens, como diria Paro, “[...]O professor, às vezes, ele não tem noção do alcance da ação dele, o operário tem, e o operário é limitado nesse ponto. O professor não. O professor ele tem um alcance [ilimitado] (Paro, 2018, p. 106) e essa imensa revolução acontece na convivência consciente e efetiva, como afirma Rubem Alves, “Não os eduquei. Apenas vivi com eles¹”, referindo-se aos filhos, mas que está intimamente ligado ao convívio do professor com seus alunos. E o que mais os alunos querem é aprender, mas esse movimento precisa trazer significado, a mente precisa formar uma compreensão de forma linear e não memorizar blocos (tópicos) visando simplesmente um exame. Impelidos desse sentimento e recorrendo a Leonardo da Vinci quando ele disse que “aprender é a única coisa de que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende²” que a leitura desta dissertação possa acrescentar no seu ser docente.

No segundo capítulo será trabalhada a perspectiva relacional, professor e aluno, pontuando a importância do professor para o aluno, a importância da construção do vínculo, na preparação do ambiente, tendo em mente o grande papel do professor como um facilitador e encantador, fortalecendo o protagonismo do aluno.

No terceiro capítulo, a condução se dará no aspecto formativo do professor, no acompanhamento das evoluções metodológicas, no olhar da BNCC e que no nosso cenário de pandemia exigiu, inclusive, um desbravamento de diversos recursos tecnológicos, até mesmo na gravação de aulas, algo que não passaria na mente de muitos professores há 3 anos.

No quarto capítulo, será trabalhada a sistematização de algumas aulas lúdicas que foram realizadas com os devidos registros, no intuito de alcançar a memória afetiva do aluno. Usando, inclusive, material concreto, buscando atingir os campos visual, auditivo e cinestésico deles, concluindo com algumas questões do ENEM ligadas aos conteúdos que foram explanados em sala.

¹<https://casa.abril.com.br/bem-estar/rubem-alves-encantador-de-palavras/>

²<https://www.pensador.com/frase/OTA1Nzc/>

2 O PROFESSOR E A AFETIVIDADE

O desenvolvimento deste capítulo é estruturado na consciência da afetividade como um pré-requisito ao professor, norteadada pelo entendimento da educação como formação de caráter, assim estando nas entrelinhas desse capítulo a grande missão do professor: o dever de inspirar, e para tal a compreensão do professor acerca do universo intelectual e emocional dos seus alunos bem como o estudo contínuo visando a melhor comunicação, com uma didática mais simples e clara.

Em todas as profissões são exigidas várias características, em linhas gerais, desde algumas com maior capacidade intelectual a outras com maior capacidade prática, mas em ambas deve existir o momento teórico/prático.

O ato de cozinhar, por exemplo, supõe alguns saberes concernentes ao uso do fogão, como acendê-lo, como equilibrar para mais, para menos, a chama, como lidar com certos riscos mesmo remotos de incêndio, como harmonizar os diferentes temperos numa síntese gostosa e atraente. A prática de cozinhar vai preparando o novato, ratificando alguns daqueles saberes, retificando outros, e vai possibilitando que ele vire cozinheiro. (FREIRE, 1996, p. 23)

Nesse âmbito, encontra-se também o professor, profissão conhecida como a mãe de todas as outras, que traz uma demanda mais complexa, mais exigente, porque ele é o responsável pela transmissão do conhecimento, bem como provocar no aluno a maiêutica. Contudo o conhecimento não é uma mercadoria, não é algo que está em uma prateleira, ele se dá na relação, na partilha do saber que acontece entre pessoas, com cada uma contribuindo, rejeitando ou assimilando juntamente com sua subjetividade. (Fernandéz, 1991, p. 47-52) conclui este processo da seguinte maneira:

Para aprender, necessitam-se dois personagens (ensinante e aprendente) e um vínculo que se estabelece entre ambos. [...] Não aprendemos de qualquer um, aprendemos daquele a quem outorgamos confiança e direito de ensinar. Com isso, [fica esclarecido] que toda aprendizagem está impregnada de afetividade, já que ocorre a partir das interações sociais, num processo. Pensando, especificamente, na aprendizagem escolar, a trama que se tece entre alunos, professores, psicopedagogos, conteúdo escolar, livros, escrita, [não] acontece puramente no campo cognitivo. Existe uma base afetiva permeando essas relações.

Daí o professor não pode simplesmente chegar à sala de aula e fazer a explanação da sua matéria, em um ritmo programado e robótico, se ele realmente está preocupado com a aprendizagem, pois

É a convivência amorosa com seus alunos e na postura curiosa e aberta que assume e, ao mesmo tempo, provoca-os a se assumirem enquanto sujeitos sócio-histórico-culturais do ato de conhecer, é que ele pode falar do respeito à dignidade e autonomia do educando. [...] A competência

técnica científica e o rigor de que o professor não deve abrir mão no desenvolvimento do seu trabalho, não são incompatíveis com a amorosidade necessária às relações educativas. Essa postura ajuda a construir o ambiente favorável à construção do conhecimento onde o medo do professor e o mito que se cria em torno de sua pessoa vão sendo desvelados. (FREIRE, 1996. p.07)

A complexidade está justamente na necessidade do professor criar um ambiente favorável que estimule, para que no mesmo passo em que o conhecimento seja transmitido, ele precise estar atento aos seus alunos, como eles estão compreendendo, que bagagem eles trouxeram para que a transmissão seja aceita, sempre renovando e refazendo caminhos, de acordo com as dificuldades e problematizações da turma. Contudo a percepção do professor não pode parar no âmbito do conteúdo, na aprendizagem, na falta de base, mas em outro ponto primordial, a disciplina que infelizmente não é tratada com o devido cuidado. Claro que a atenção ao rendimento da turma ajuda, mas a postura diante dos que estão cometendo indisciplina pode ser restauradora ou apenas punitiva.

A arte de cuidar implica aproveitar corretamente os momentos de fragilidade e de frustração por que passa o indivíduo a ser cuidado para dar-lhe uma referência. Para tanto, não é necessário estabelecer um determinado espaço de tempo, mas aproveitar adequadamente o tempo que se ocupa nesse cuidado, no momento adequado - o que implica, na maioria das vezes, agir sem sentir prazer, frustrar desejos imediatos em nome de outro desejo - ver o sujeito de quem estou cuidando crescer sadio e equilibrado. (FREIRE, 1996, p.09)

A grande vontade diante da indisciplina de um aluno, unido aos diversos outros afazeres do professor, é passar o problema para a gestão escolar e para a família, isentando-se da situação, ou mesmo por não saber administrar o momento, criando uma bola de neve de indisciplina.

Cai-se frequentemente num jogo de empurra-empurra: quando uma criança desobedece a uma regra da escola, em vez de os educadores aproveitarem imediatamente a oportunidade de viver o jogo da afetividade, chamam os pais e depositam neles a tarefa de impor os limites necessários. O perigo dessa postura consiste na perda da oportunidade de se estabelecer um vínculo afetivo com a criança, para quem a escola passa a ser um lugar de desprazer. (FREIRE, 1996, p. 15)

Assim como nas relações informais, a conversa acontece e ambos se envolvem no assunto, é porque existem ou foram criadas várias situações positivas, desde uma possível amizade ao interesse na informação. Mas, a partir do momento que uma das partes se desinteressa por ela, haverá um grande risco do outro estar escutado por educação ou necessidades formais. De maneira análoga, pode acontecer na sala de aula, pois a disciplina apenas punitiva pode garantir um aluno comportado, mas totalmente indiferente ao que está sendo explicado.

2.1 O ALUNO, A EDUCAÇÃO E A ESPERANÇA

A maioria dos alunos inicia sua caminhada escolar sem ter feito a escolha, lógico que não se pode esperar sua decisão, é um direito de toda pessoa e dever dos responsáveis colocá-los na escola.

Quando alguém nasce, isto acontece em uma sociedade organizada. Esta sociedade é sempre o resultado de milênios de aprendizagem coletiva. Então, de repente, todo o aprendizado que a humanidade fez ao longo de seu processo histórico, o novo ser deverá fazê-lo em poucos anos. A esta integração do novo membro, a esta introjeção de toda a riqueza cultural de seu povo, em termos de língua, costumes, religião, etc., chamamos de “Educação”. (TELES, 2011, p. 13)

Mas outros direitos, antes mesmo da educação intelectual, muitas vezes lhes foram tirados, quando crianças ou jovens em casa não têm nenhuma relação fraternal com membros sanguíneos ou afetivos, quando não trazem nenhum referencial profissional na família, quando são órfãos de pais vivos, sobrevivendo em cubículos. Esses jovens muitas vezes só tem uma refeição diária em casa, alguns, em menor proporção chegam à escola com fortes odores e fardamento sujo. Na maioria das vezes eles não trazem o material escolar (lápiz, borracha, caneta, caderno) e a escola se torna o local da segunda refeição, de um espaço maior, uma quadra de esporte, onde podem brincar, da possibilidade de criar laços e fugir da dor da família, da vida e da fome. E mesmo entendendo o contexto dessas crianças o que torna-se triste é a falta de motivação para estudar, a escola parece ser o melhor ambiente, menos na sala de aula, onde o jovem deveria a todo custo se empenhar por estar na escola, e principalmente dentro da sala de aula, pois lá sua formação intelectual estará acontecendo, sua educação intelectual, humana e social.

Educação. Do latim educere, que significa extrair, tirar, desenvolver. Consiste, essencialmente na formação do homem de caráter. A educação é um processo vital, para o qual concorrem forças naturais e espirituais, conjugadas pela ação consciente do educador e pela vontade livre do educando. Não pode, pois, ser confundida com o simples desenvolvimento ou crescimento dos seres vivos, nem com a mera adaptação do indivíduo ao meio. É atividade criadora, que visa a levar o ser humano a realizar as suas potencialidades físicas, morais, espirituais e intelectuais. Não se reduz à preparação para fins exclusivamente utilitários, como uma profissão, nem para desenvolvimento de características parciais da personalidade, como um dom artístico, mas abrange o homem integral, em todos os aspectos de seu corpo e sua alma, ou seja, em toda a extensão de sua vida sensível, espiritual e intelectual, moral, individual, doméstica e social, para elevá-la, regulá-la e aperfeiçoá-la. É processo contínuo, que começa nas origens do ser humano e se estende até a morte. (Enciclopédia Brasileira de Moral e Civismo, 1975 apud Brandão, 1989, p.63)

A educação vista como um processo de formação integral do ser humano

também tem o papel de colocá-lo frente às realidades que precisam ser contestadas, fazendo-o não somente repetidor de trechos e afirmações ou mesmo impassível, mas um ser autônomo capaz de refletir e intervir na sociedade de forma ativa e participante que não somente se contenta com os problemas, como também vai à busca de soluções, ou seja, possui criticidade e desenvolve a capacidade de uma educação para liberdade como defende Freire (2010, p.98). Esse processo de tornar-se um aluno autônomo, crítico e responsável na maioria das vezes não ganha força porque um peso maior que todas as pobrezaas, ou consequência delas, é a pobreza espiritual que imobiliza os desejos positivos, as ações de possibilidades, que não os permitem sonhar.

O reconhecimento da dimensão espiritual traz à educação uma nova perspectiva, em que o homem passa a ser visto de forma integral, e sua formação se direciona para o bem-estar, o autoconhecimento e a plenitude. Essa proposta rompe com o modelo vigente baseado na competitividade, individualidade na prática de castigos e recompensas. Rompendo como esses valores e atuando contra a fragmentação dos saberes é essencial a superação do modelo de escola que conhecemos, no sentido de que a implementação de uma proposta pedagógica relacionada à espiritualidade em níveis pessoal, relacional, social, ambiental e político, ou então, estaríamos fadados a maquiagem a realidade excludente e fragmentada que vivemos em vez de reconhecê-la, para modificá-la. (MATOS, 2011, p.72)

Jares (2007) concebe que a educação para a paz é uma forma de educação contínua e permanente em valores, transmitidos no processo educativo como justiça, respeito, solidariedade, entre outros. O autor salienta que educar para a paz não é o mesmo que desencorajar a agressividade. Isso seria negar algo que é próprio do homem. O que se pretende com uma educação pela paz é que o homem seja levado à ação crítica e transformadora que se diferencia completamente de uma conduta passiva.

Teles (1999) defende ainda o tipo de educação que deveria ser desenvolvida: a humanista, libertadora e que procura restabelecer a dignidade, a harmonia e o valor do homem. “Uma educação que é, acima de tudo, uma relação interpessoal e uma profissão de fé na capacidade amorosa e construtiva do Homem.” (TELES, 1999, p.19)

Em relação a Paulo Freire (2006), conclui-se que sua pedagogia é voltada para a paz. Sua teoria e prática revelam-se a favor da vida, pois, por meio dela, os homens podem alcançar mudanças importantes para transformações de si e do mundo. As consciências mudam e surgem novos mundos, novas realidades e maneiras de superações das condições adversas à vida do planeta.

2.2 O PROFESSOR E O ALUNO

O professor precisa ter um real conhecimento de campo, ter uma noção da realidade e saber de alguns dos percalços por que passam seus alunos. Na maioria das vezes, o professor precisará primeiro resgatar ou mesmo brotar a dignidade e a motivação

no aluno humana e intelectual. Ter uma real compreensão do nível do seu aluno e a partir desses pilares traçar estratégias para alcançar o resultado estimado, como sugere a BNCC, pois nela a competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p.10)

É uma conexão muito importante e particular que cada professor precisa perceber, desenvolver estratégias e executá-las. Tem-se a compreensão como um todo das atitudes do professor nesse contexto, mas as vivências em sala com cada aluno se dá na particularidade de cada professor, na sua mentalidade de trabalho, abordagem e sensibilidade.

As situações conflitantes que os professores são obrigados a enfrentar (e resolver) apresentam características únicas, exigindo, portanto características únicas: o profissional competente possui capacidades de auto-desenvolvimento reflexivo [...] A lógica da racionalidade técnica o põe-se sempre ao desenvolvimento de uma práxis reflexiva. (NÓVOA, 1997, p. 27)

O professor deve ser um facilitador do processo de ensino e aprendizagem junto ao aluno, e para isso ele precisa estar constantemente numa situação reflexiva, na dinâmica do ensino e aprendizagem, na busca de sempre transferir melhor o que já está se tornando mecanizando, pois “Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma, como educador, permanentemente, na prática e na reflexão da prática.” (FREIRE, 1991, p. 58)

Isso não significa tratar os alunos com inferioridade, ou como pessoas indefesas que devem ser aduladas, mas saber gastar energia com o que é necessário e mais eficaz, pois existem excelentes professores no tocante à dedicação e à doação, mas que usam técnicas erradas e, com o passar dos anos, acabam se cansando por não ver resultado para tamanho esforço.

Temos excelentes professores na nossa escola, alguns um pouco desmotivado pelos longos anos de ensino e a falta de perspectivas, outros infelizmente não sei porque adentraram na educação, e alguns motivados e conscientes do passo a passo, do diagnóstico preciso, da compreensão social, humana, emotiva e intelectual desses alunos, e estes de maneira quase invisível conseguem resgatar muitos pontos da dignidade, esperança e base intelectual, e a partir desse contexto, exatamente desse ponto, eles começam a desenvolver um trabalho, seja alfabetizando um menino que já esteja na 7ª série ou ensinando divisão ao menino da 8ª série. E são estes professores que geralmente conseguem resultados. (relato de uma coordenadora da escola pública)

É preciso se inculturar de todo o contexto dos alunos, inclusive nas dores que eles sentem para que, inclusive, as críticas proferidas em sala não causem mais feridas,

ou mesmo o assunto abordado, pois um aluno que está em uma série e não consegue acompanhar o conteúdo, se o professor não voltar o assunto, inclusive de anos anteriores, dependendo da necessidade, ficará uma situação constrangedora para o professor e para o aluno durante todo o ano, pois por mais dinâmica e interessante que seja a aula o aluno não tem o conhecimento necessário para acompanhar.

Sou professor do 6º ano e geralmente no início do ano passo os dois primeiros meses de forma intensa e constante falando de disciplina, da necessidade da disciplina, dos benefícios da disciplina, diagnosticando o nível intelectual, e conversando com eles para saber um pouco da realidade de cada um. Nesse período normalmente consigo criar alguns laços, mas nunca esquecendo a disciplina e o sentido motriz. Geralmente consigo uma atenção maior para o resto do ano, pois além deles se sentirem importantes, pois alguém está mostrando interesse por eles, respeitando-os, estão vendo na lousa a partir do que sabem e não do que a série exige. E o mais impressionante é justamente na dimensão humana, pois recebo diversas cartinhas deles me agradecendo pela valorização dada cada um e dizem que estou mudando a vida deles. E garanto que não estou criando a fórmula de um novo refrigerante, mas um pouco de atenção, disciplina e ensino. (relato de um professor da escola municipal Francisco Andrade Teófilo Girão)

O professor deve estar sensível ao ambiente que o cerca e dentro da realidade dos seus alunos, esquematizar estratégias, com criatividade, para entrar no campo de visão do aluno e saber utilizar as abordagens necessárias para que o processo educativo possa caminhar.

Uma educação que levasse o homem a uma nova postura diante dos problemas de seu tempo e de seu espaço. A da intimidade com eles. A da pesquisa ao invés da mera, perigosa e enfadonha repetição de trechos e de afirmações desconectadas das suas condições mesmas de vida. A educação do “eu me maravilho” e não apenas do “eu fabrico”. A da vitalidade ao invés daquela que insiste na transmissão do que Whitehead chama de inertideas- “Ideias inertes, quer dizer, ideias que a mente se limita a receber sem que as utilize, verifique ou as transforme em novas combinações. (FREIRE, 2010, p.101)

A educação a que ele se refere não tem como foco apenas a transmissão de conteúdos, como ocorre na educação “bancária” em que o educador é aquele que possui o conhecimento e o transmite aos educandos, que nada sabem (FREIRE, 2013). “A educação da qual fala Paulo Freire é a educação ‘libertadora’, ‘problematizadora’, que busca desvelar o mundo das injustiças. Nela, a contradição educador-educando inexistente, já que a sua essência está na dialogicidade e desta maneira, o educador já não é o que apenas educa, mas o que, enquanto educa, é educado, em diálogo com o educando que, ao ser educado, também educa.” (FREIRE, 2013)

2.3 PROFESSOR – O ETERNO APRENDIZ

Para que o professor consiga alcançar seus objetivos perante a sala, ele não pode reduzir-se ao diploma, direito de ensinar, pois cada sala de aula, e a cada dia as exigências e experiências são diversas. Segundo Freire, “Ensinar exige pesquisa” (FREIRE, 1996, p. 16) e essa é a boa nova do professor, pois muitas vezes ensinar o simples é mais difícil.

Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade. (FREIRE, 1996, p. 16)

Outro ponto fundamental: “Ensinar exige respeito aos saberes dos educandos” (FREIRE, 1996, p. 17) o professor não pode simplesmente apresentar o conteúdo sem relacionar com a realidade e discutir a importância do mesmo para a sociedade, aproveitando a compreensão que eles apresentam de mundo e amadurecendo as diversas realidades como os problemas sociais e ecológicos, de acordo com o que se pode associar da matéria.

E nessa dinâmica deve sempre estar aberto e fazendo autocrítica, pois o professor está sempre em construção com o que já é apreendido e o novo que sempre se apresenta.

Ensinar exige risco, aceitação do novo e rejeição a qualquer forma de discriminação. É próprio do pensar certo a disponibilidade ao risco, a aceitação do novo que não pode ser negado ou acolhido só porque é novo, assim como o critério de recusa ao velho não é apenas o cronológico. O velho que preserva sua validade ou que encarna uma tradição ou marca uma presença no tempo continua novo. (FREIRE, 1996, p. 19)

O professor deve ter a abertura e o desejo de ser um eterno aprendiz, visto que a estrutura que muitas vezes o permite ficar numa situação cômoda pode deixá-lo com o passar dos anos atrasado, e diante de qualquer novidade já refutará, sem ao menos conhecer, caindo na cilada de que não é necessário ou não que não irá mudar muita coisa.

Freire (1996) intervém nessa estrutura de pensamento, pois para ele o ser humano nunca está completo, principalmente quem abraça a arte de ensinar, por isso para ele “ensinar exige reflexão crítica sobre a prática.”

O pensar certo sabe, por exemplo, que não é a partir dele como um dado, que se conforma a prática docente crítica, mas sabe também que sem ele não se funda aquela. A prática docente crítica, implicante do pensar certo, envolve o movimento dinâmico, dialético, entre o fazer e o pensar sobre o fazer. O saber que a prática docente espontânea ou quase espontânea, “desarmada”, indiscutivelmente produz é um saber ingênuo, um saber de experiência feito, a que falta a rigorosidade metódica que caracteriza a curiosidade epistemológica do sujeito. Este não é o saber que a rigorosidade do pensar certo procura. (FREIRE, 1996, p. 21)

Nessa dialética, o professor estará sempre no processo de reciclagem e protagonizando o aluno para o mundo, não somente no conhecimento teórico, mas na sua extensão com a realidade e ajudando-o a ser um sujeito ético na sociedade.

3 COMPREENSÕES PEDAGÓGICAS À LUZ DA BNCC PARA O DESENVOLVIMENTO DE UMA AULA

A construção deste capítulo fundamenta-se como pré-requisito complementar ao capítulo anterior, na união da afetividade com a compreensão das camadas de formação do conhecimento a partir da taxonomia de Bloom. Será explanado um recorte do livro da OCDE, como recursos de assimilação do conteúdo, a taxonomia de Bloom, a sala de aula invertida e um projeto intitulado anjo e protegido como suportes para que o professor consiga ter um raio maior de alcance e efetivação do seu conteúdo e conseqüentemente uma maior interação entre todos.

A forma de transmissão do ensino de maneira geral, bem como o ensino da matemática está passando por diversas mudanças, haja vista que a própria sociedade está mudando em diversos aspectos dos quais o pensamento crítico mais elevado unido ao grande avanço tecnológico, são fatores que vão movimentando os professores a uma condução de aula que suscite, potencialize e efetive o protagonismo do aluno em todo o âmbito colegial, “pois a razão de ser da escola é o aluno” (PARO, 2018, p. 38) logo o olhar do professor não deve estar centralizado no domínio sobre o que está falando, sem muita preocupação com a didática ou mesmo contextualização do assunto, mas nas combinações das relações aluno, conteúdo e professor, como afirma José Pacheco, citado no livro professor: artesão ou operário?

Quando me perguntam se a aprendizagem deve estar centrada no conteúdo, no professor, ou no aluno, respondo que está na relação. Na relação entre os alunos, entre os alunos e o saber, na relação entre os alunos e o professor, na relação entre professores. Aprendizagem é diálogo. O diálogo é policromático. O monólogo é monocromático. (Pacheco, 2009, p.57)

A reflexão dessa vivência na disciplina de matemática apresenta um olhar mais singular, pois a distância entre seu surgimento que era resolver problemas reais a que muitas vezes é apresentado aos alunos ao longo do ensino básico, desde a forma de transmissão a abstração dos assuntos ajuda na estigmatização da mesma.

O ensino da matemática tem problemas crônicos. Em sua origem, era um conjunto de técnicas para resolver problemas quantitativos do mundo real. Com o tempo, a matemática ganha um alto grau de abstração e uma estrutura lógica severa. Mas para a maioria dos alunos, é mais fácil entender uma matemática mais concreta e aplicada do que os elegantes teoremas que tanto seduzem os professores. (CASTRO, 2015, p. 76)

É uma proposta de inflexão para o atual cenário e dos diversos rótulos que estão por traz se dá na compreensão do que o educador está entregando ao aluno, pois o processo deve voltar-se a favor do aluno, da sua vida e da sua evolução completa, resguardando que está sendo ofertado ao professor condições e suporte mínimo. A fazer o aluno aprender a conhecer, fazer, viver e ser como pontua Jacques Delorse. Visão

que se funde com as competências da BNCC específicas da matemática para o ensino fundamental, bem esplanada e instigada na primeira competência.

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p. 265)

É importante salientar o quão significativo é a matemática pura, toda sua evolução, formulação e beleza, como diria a frase atribuída a Galileu Galilei “a matemática é a linguagem com a qual Deus escreveu o universo” entretanto temos duas matemáticas que precisam ser mensuradas: a que será transmitida para todos os alunos, para que tenham compreensão e se relacionem melhor com o mundo através da matemática aos que se dedicaram a esta área.

Mas as lindas rosas matemáticas têm espinhos medonhos. O fato de que a matemática não precisa do mundo real para desabrochar e crescer não significa que a maioria das pessoas possa aprendê-la longe dele. De fato, pesquisas mostram que são poucos os que conseguem aprender e tirar proveito de uma matemática despida das coisas e entes que medem. Por exemplo, nos Estados Unidos, menos da metade dos alunos do médio entendem essa segunda matemática, elegantíssima, mas puramente abstrata. Todavia, podem chegar a ela aprendendo antes a primeira que é a arte e a técnica de lidar com as coisas que podem ser contadas e medidas. É a mesma matemática, mas a que os alunos entendem é aquela vestida de mundo real. (CASTRO, 2015, p. 80)

E também é pertinente salientar que o aluno, quando não consegue entender um conceito e desiste até da matéria, pode não ser por alguma questão de afinidade ou mesmo desinteresse, pois “ao estudar, estamos sempre ameaçados. Tememos que nosso amor próprio sofra um revés quando não entendemos a lição” (CASTRO, 2015, p. 21) e é muito desconfortável precisar ficar de frente com algo que apresenta sua fraqueza. A máxima que sugere estudar a matéria que você tem mais dificuldade exige um grau de maturidade que talvez nunca apareça.

A matemática nasceu no mundo real, para resolver problemas concretos. E é somente assim que aprendê-la a maioria dos alunos. A matemática ensinada nos livros e nas aulas convencionais não é inteligível para a maioria. Daí a inevitável tragédia, documentada pelos péssimos resultados nos testes de matemática aplicados aos alunos brasileiros. (CASTRO, 2015. p. 83)

Imbuído da matemática, que busca alcançar um espaço amostral maior de alunos que consigam entendê-la e aplicá-la ao mundo real, unido ao progresso do ensino da matemática através das metodologias ativas, no qual o foco do professor não será mais apresentar uma excelente aula, esse entendimento deve ser algo intrínseco, o professor

está mudando o seu olhar, deixando de olhar apenas para o objeto de conhecimento e passando a olhar para o aluno, para seu entendimento, para o que ficou de tudo o que ele falou, bem como apresentar algo da matéria ligado ao cotidiano estando, também, atento a evolução do conteúdo, migrando entre as diversas linguagens que eles podem aparecer, o que são chamados de mobilizadores.

O novo ângulo constrói-se além da perspectiva da abordagem didática no qual, por exemplo, ao explicar equação do 2º grau, o professor coloca a fórmula e pede para o aluno tirar o delta e resolver, ele vai relacionar o conteúdo com o cotidiano, com linguagens comuns, técnicas e evoluir até a linguagem do nível estipulado. O professor convidará o aluno para participar do processo, de alguma maneira, o aluno deverá contribuir na construção do conteúdo, sairá da posição passiva e guiado pelo professor construirá o raciocínio em alguma etapa do processo.

No método passivo, derrama-se o conhecimento de fora para dentro. No ativo, a cabeça trabalha para recuperar o que já está lá dentro, ainda que desconjuntado ou esgarçado. E, ao fazer esse esforço, as ideias voltam, consolidam-se, arrumam-se. Igualmente importante, passam a morar bem mais fundo no nosso cérebro, portanto, em caráter mais permanente. (CASTRO, 2015, p. 124)

Movidos por esse olhar, serão apresentados alguns resultados feitos pela OCDE que teve por base a prova do PISA, que é uma avaliação feita a cada três anos com estudantes de 15 anos ao redor do mundo, a taxonomia de Bloom, o método da sala de aula invertida e um projeto denominado de anjo e protegido, como sugestão de norte de interação e êxito entre professor, conteúdo e aluno.

3.1 PISA

O livro apresenta 10 estratégias (análises) na qual ele intitula 10 questões para professores de matemática, contudo será feito um recorte e apresentaremos, apenas, alguns pontos, com o único intuito de condução do trabalho na visão que deve-se ter de algumas formas de aprendizagem, gatilhos positivos e negativos que elas desenvolvem para melhor evolução do aluno e sua relação com a BNCC.

3.1.1 Memorização

A memorização está intimamente ligada ao processo de ensino aprendizagem, na verdade, muitos dos processos humanos, nas diversas áreas, estão ligados a memorização, mas centralizando no nosso objetivo, desde já, veja que ela é muito importante, mas a forma como lidamos com ela é fundamental para a nossa evolução intelectual.

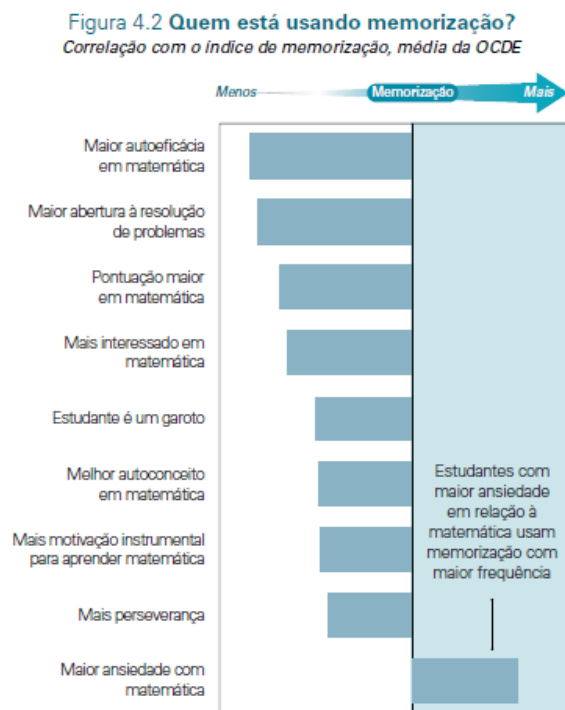
Será que estamos pedindo para os alunos associarem uma informação à memória para aplica-la repetidamente em vários problemas similares? Ou será que esperamos que nossos alunos memorizem, entendam e apli-

quem os conceitos que aprenderam a problemas em diferentes contextos? (OCDE, 2018, p. 37)

Essa aparente pequena diferença é muito significativa e norteadora, pois quando o aluno memoriza a informação e busca aplicá-las várias vezes ele pode rotular aquele conteúdo a um modelo específico de questão e qualquer alteração no comando ele poderá sentir dificuldades e paralisar, gerando bloqueios e ansiedades em relação ao assunto que, ao longo dos anos, poderá generalizar a matemática. “...alunos que são mais confiantes nas suas habilidades matemáticas e alunos que têm pouca ou nenhuma ansiedade em relação à matemática são, de certo modo, menos propensos a usar estratégias de memorização.” (OCDE, 2018, p. 39)

O Gráfico 1 a apresenta justamente essa relação entre o uso da memorização para o desenvolvimento na matemática.

Gráfico 1 – Quem está usando memorização?



Fonte: OCDE (2018, p.41)

Muitos alunos que recorrem a memorização tendem a ficarem muito ansiosos na hora da prova, pois, de certa forma, ele resolverá um problema que nunca fez e possivelmente ele já teve problema em provas anteriores, resolvendo, apenas, as questões mais diretas, mais simples e indo para outra prova usando a mesma estratégia. “Alguns especialistas em educação de matemática consideram que a memorização é uma estratégia elementar que se encaixa melhor para resolver problemas rotineiros, que requerem apenas um entendimento superficial de conceitos matemáticos.” (OCDE, 2018, p. 42)

3.1.2 Estratégias de Controle

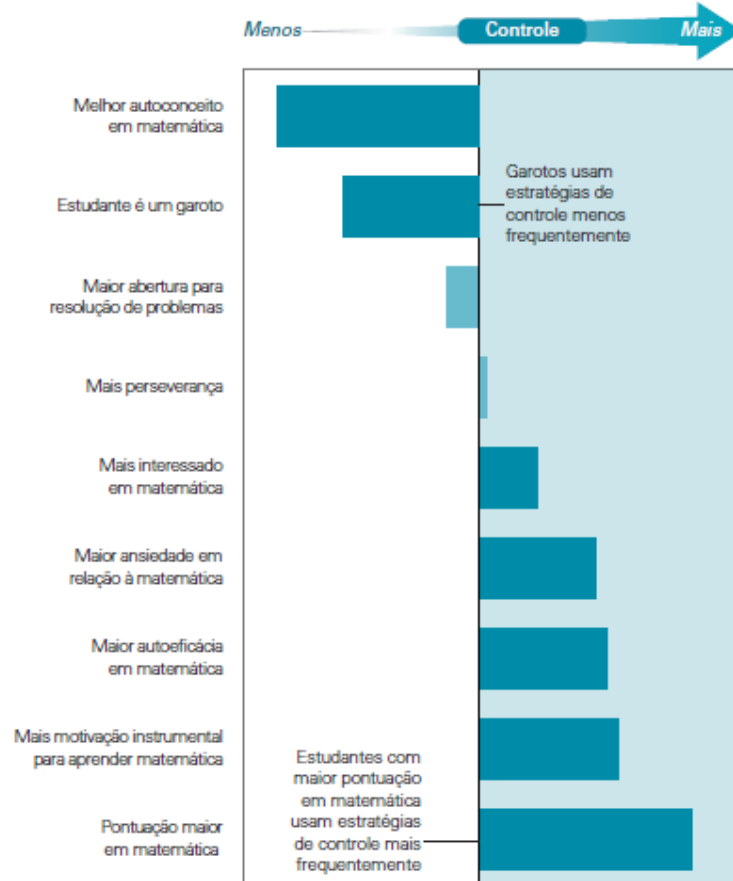
A grande máxima do século XXI é aprender a aprender, como disse o pensador norte-americano Alvin Toffler, “o analfabeto do século 21 não será aquele que não consegue ler e escrever, mas aquele que não consegue aprender, desaprender e reaprender” e a escola precisa ser um excelente espaço para que esse processo aconteça. Muitas vezes, o professor tem seu foco de atenção em diversos aspectos metodológicos e burocráticos, tendo em vista a transmissão do conteúdo, mas esquece de ensinar o aluno a aprender de forma efetiva.

A estratégia de controle busca trabalhar com os alunos a construção deste movimento desde a “organização dos materiais, criar um plano de estudo e refletir sobre as estratégias de aprendizado usadas. Ela está relacionada a conceitos como eficiência, aprendizado estratégico, autorregulação e metacognição.” (OCDE, 2018, p. 42)

O Gráfico 2 mostra uma melhor aproximação com a matemática quando o aluno usa a estratégia de controle, mas como o próprio nome sugere, o fato de buscar controlar todo o processo pode impedi-lo de obter do êxito em questões mais complexas e esta estratégia, ainda, apresenta um certo grau de ansiedade.

Gráfico 2 – Quem está usando estratégias de controle

Figura 5.3 Quem está usando estratégias de controle
Correlação com o índice de estratégias de controle, média da OCDE



Fonte: OCDE (2018, p. 52)

Mesmo com avanço, o aluno ainda apresenta, em alguns pontos, como o auto-conceito e abertura para resolução de problemas, que precisam evoluir e que estão ligados a próxima estratégia que será apresentada.

3.1.3 Estratégias de Elaboração

A criatividade é um dos grandes diferenciais entre as pessoas no campo profissional e principalmente no mundo tecnológico. E, sempre quando se fala nessa palavra e no peso que ela traz, é normal buscar medir-se como criativo ou não, ser ou não ser criativo, ter ou não ter esse “dom”, mas a criatividade não é algo inato é algo que pode ser estimulado, as pessoas podem ir ao longo da vida maturando esse processo, pois de maneira mais simples, nada é criado, tudo é transformado, são feitas novas combinações, como diria Murilo Gun: “a criatividade é a imaginação aplicada para resolver problemas. É da raça humana. Podemos escolher entre a memorização, que é repetir padrões, e a imaginação, quando você cria uma nova possibilidade”, apontou³.

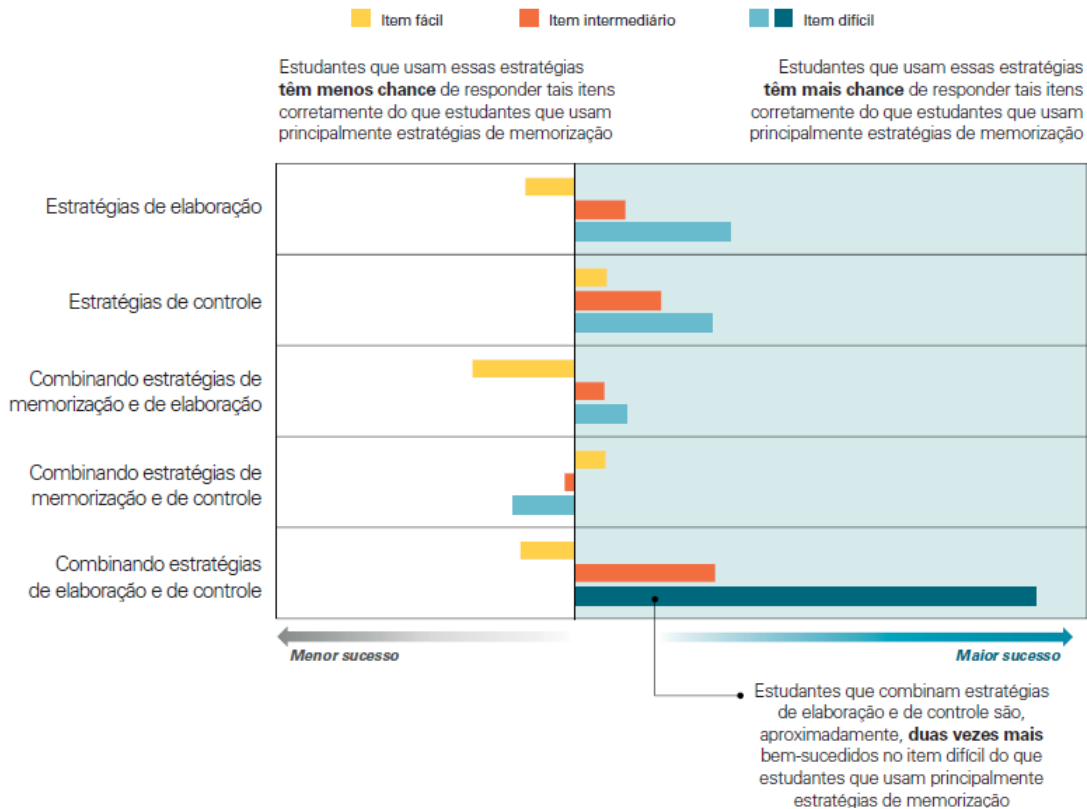
A estratégia de elaboração motiva o aluno a relacionar o conteúdo estudado com os outros assuntos, a encontrar maneiras diferentes de resolver um mesmo problema e principalmente relacioná-lo com o mundo real.

Estratégias de elaboração encorajar os estudantes a fazerem conexões entre tarefas de matemática, a fazerem ligações entre o aprendizado do aluno e seus conhecimentos prévios e situações da vida real; e a encontrarem diferentes maneiras de resolver um problema. Essas estratégias de aprendizado incluem desenvolver analogias e exemplos, fazer brainstorming, usar mapas conceituais e encontrar diferentes maneiras de resolver um problema. (OCDE, 2018, p. 57)

É importante salientar que para o melhor desenvolvimento do aluno, ele precisa ter compreensão das três estratégias e buscar usá-las. O êxito está em usá-las de forma relacionada, como mostra o Gráfico 3.

³<https://sebraeseunegocio.com.br/artigo/murilo-gun-fala-sobre-a-criatividade-e-tendencias-de-futuros-negocios/>

Gráfico 3 – Estratégias de aprendizagem puras e mistas e o sucesso nos problemas de matemática.



Fonte: OCDE (2018, p. 62)

A grande percepção dessas estratégias está em ajudar o aluno que apresenta dificuldade no desenvolvimento do seu processo de estudos a evoluir através das técnicas, se perceber enquanto aprendiz, entender que a maneira pela qual aprende é uma forma, é uma técnica, mesmo que não seja eficiente e como fazer para obter um melhor desempenho como apresenta a BNCC na 3ª competência específica de matemática.

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. (BRASIL, 2018, p. 265)

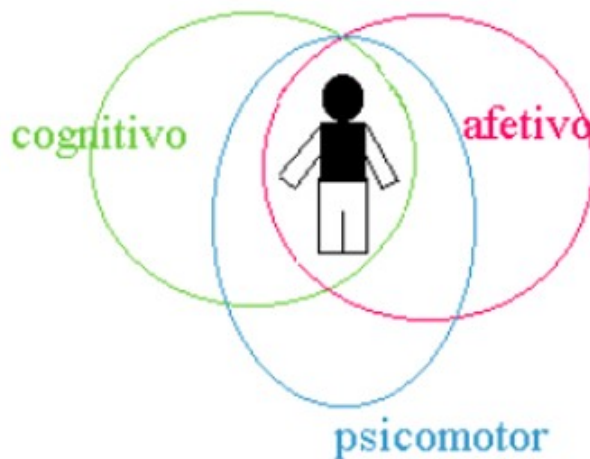
No próximo tópico, será apresentada a taxonomia de Bloom a partir de uma leitura, com um duplo olhar, tendo em vista o professor que, ciente de algumas etapas, pode preparar um plano de aula mais assertivo para sua turma e um outro olhar para o aluno que, ciente das etapas do desenvolvimento da taxonomia, ele consiga se perceber e unida a estas estratégias, possivelmente adquirir um melhor desenvolvimento intelectual.

3.2 TAXONOMIA DE BLOOM

A taxonomia de Bloom foi desenvolvida por Benjamin Bloom, juntamente com um grupo de pesquisadores em educação e psicologia, com o objetivo de compreender os processos mentais dos alunos universitários. É importante salientar que a taxonomia envolve um processo cumulativo no qual se faz necessária a assimilação da etapa anterior para a continuidade e não é simplesmente um movimento de classificação de etapas.

O desenvolvimento da taxonomia de objetivos educacionais abrangem três domínios, a saber: afetivo, cognitivo e psicomotor e é no envolvimento destes que o aluno articula sua aprendizagem. Entretanto, será explanado neste trabalho apenas o cognitivo, para o melhor direcionamento e desenvolvimento da proposta deste capítulo, mas evidencia-se, inclusive, no primeiro capítulo o desenvolvimento do conteúdo a partir da perspectiva afetiva trazendo a visualização do aluno como um todo, como traz a Figura 1.

Figura 1 – Aluno como um todo.

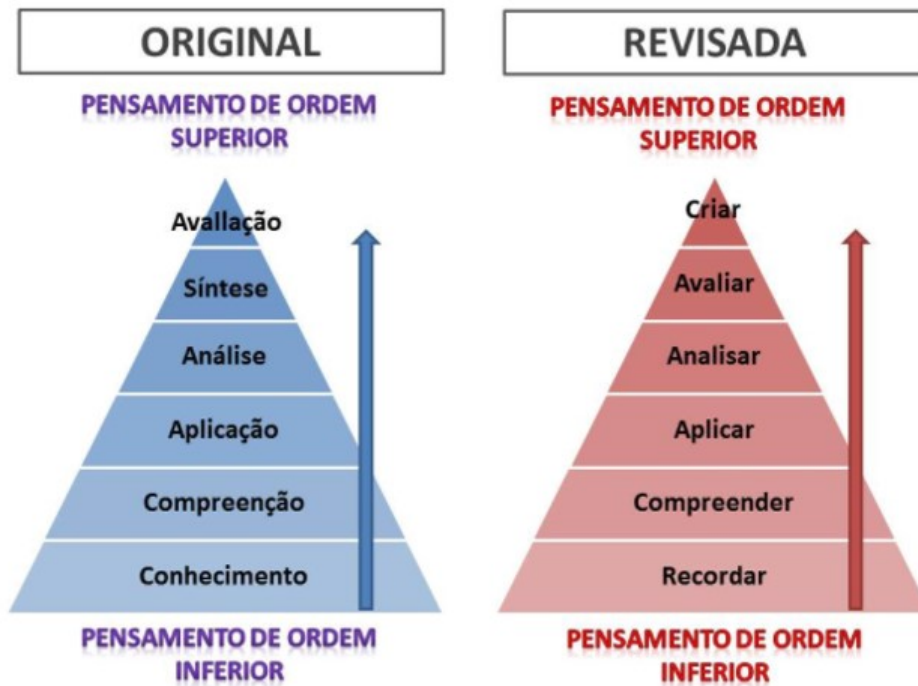


Fonte: FERREIRA, ([2019?]).

A categoria da taxonomia do domínio cognitivo apresenta 6 degraus pelos quais o professor precisa visualizar e o aluno precisa entender para que ambos, cada um em seu papel, consigam ser assertivos, tendo em vista o desenvolvimento do aluno, que é o maior objetivo do educador, aconteça da forma mais contínua e produtiva possível e o mesmo serve para a reflexão do aluno.

Na Figura 2, serão apresentadas as duas versões da taxonomia de Bloom, a que foi pensada por ele e sua equipe e a outra que foi revisada por um grupo de especialistas em psicologia cognitiva e currículo, com o objetivo da apreensão da ideia de ambas, compreensão do esqueleto condutor dos processos e o interesse no estudo das duas realidades, tendo em vista que a distância de publicação entre elas é de quase meio século.

Figura 2 – Taxonomia de Boom.

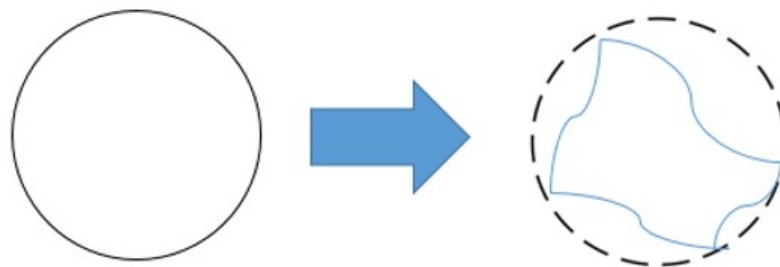


Fonte: MISS GLAU, ([2019?])

Estando a turma preparada para receber o conteúdo, o mesmo deve ser apresentado na forma mais global possível, relacionando o macro e micro da matéria, formando a camada inicial da explanação do conteúdo. Fazendo analogia com uma casa, é como se fosse o alicerce.

Na etapa seguinte, já é possível verificar como esse conhecimento chegou ao aluno, pois nessa etapa ele já deve ampliar, reduzir, representar de outras maneiras e até mesmo criar perspectivas de questões que carregam o portfólio do conteúdo ministrado, como apresenta a ilustração na Figura 3.

Figura 3 – Categoria de compreensão.



Fonte: Autor, 2021.

Na categoria aplicação, o aluno consegue resolver problemas similares aos que foram estudados. Como exemplo, seria a resolução de uma equação do 1º grau, a partir da compreensão dos dispositivos práticos, ou seja, de exemplos resolvidos.

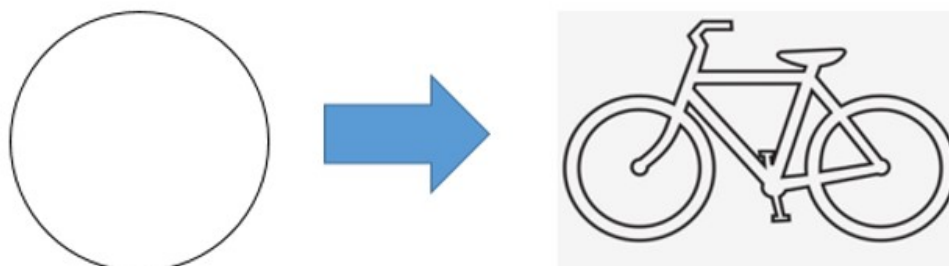
Nas três últimas categorias, elas exigem um envolvimento maior do aluno, e está ligada à sua autonomia, a sua capacidade reflexiva do todo e das partes, ou seja,

sua perspectiva analítica, bem como a categoria de síntese no qual ele cria sua linguagem objetiva do conhecimento, como está na BNCC, na 8ª competência específica de matemática.

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2018, p. 265)

Sabendo receber o conhecimento, elaborar seu entendimento e dialogar com os demais, ou seja ela já consegue receber o conhecimento de maneira geral, imaginando o círculo como apresenta a imagem a seguir, construir sua compreensão e fazer o link necessário com os demais temas, sendo representado pela imagem da bicicleta, na perspectiva da evolução, da transformação de várias peças em um veículo que possibilita caminhar por novos entendimentos, como apresenta a ilustração da figura 4.

Figura 4 – Categoria de síntese.

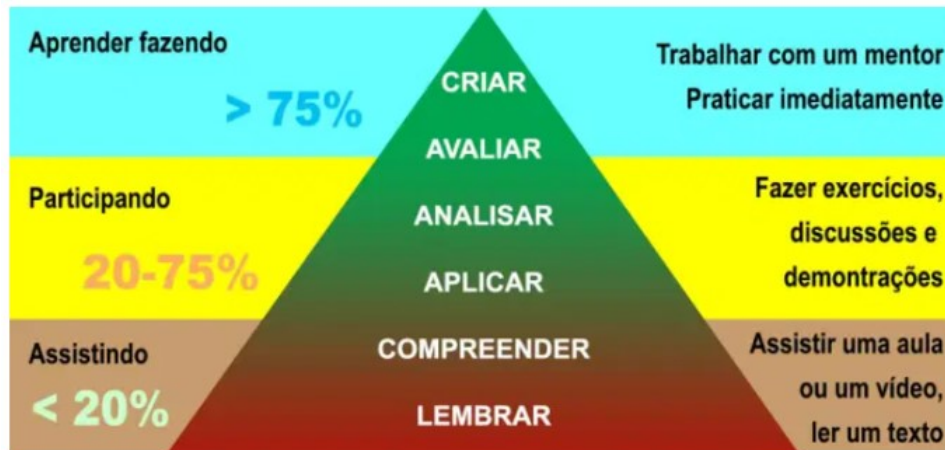


Fonte: Autor, 2021.

E a última categoria está ligada a capacidade do aluno de tomar decisões. A partir da construção dos pilares e diante de uma pesquisa sobre o melhor carro para viagem nas rodovias brasileiras, ele conseguirá decidir qual o melhor carro.

Trazendo uma perspectiva mais diagonalizada e prática da taxonomia revisada e unindo as estratégias de memorização, controle e elaboração que foram apresentadas inicialmente, observa-se uma relação direta com a evolução do aluno associada às estratégias e o afunilamento da pirâmide mostrada na Figura 5.

Figura 5 – Pirâmide de Bloom.



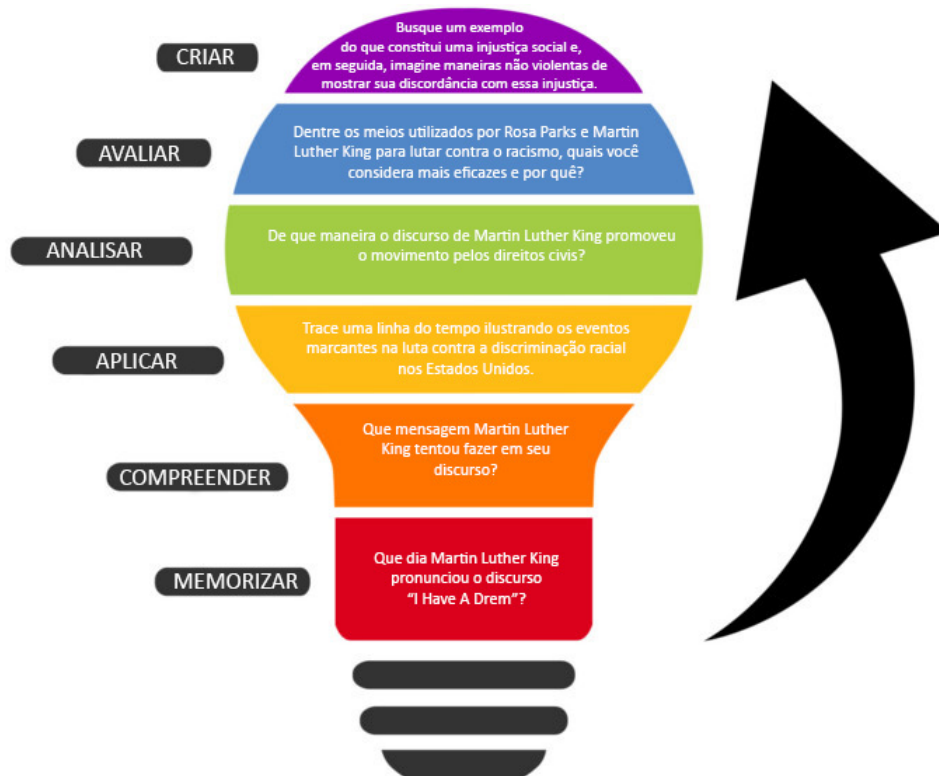
Fonte: EDUCAR.ONLINE, ([2019?])

Na imagem acima tem-se uma relação entre a Taxonomia de Bloom e os pontos de memorização, controle e elaboração. Percebe-se que os alunos que assistem as aulas garantem um percentual menor que 20% da compressão do conteúdo e esta faixa da pirâmide está ligada ao recurso da memorização. Alunos que participam da aula em sala ou em casa, fazendo algum tipo de atividade a partir do que foi explanado conseguem entre 20% e 75% de efetivação do conteúdo e estão ligados aos alunos que utilizam o recurso da estratégia de controle e os alunos que chegam ao topo da pirâmide, ou seja, a ideia de compreensão ampla do conteúdo são aqueles trabalham como mentor, que praticam imediatamente e conseguem unir o conteúdo atual com os abordados anteriormente, encontrando por vezes, outras soluções aos problemas sugeridos e estes estão ligados a estratégia de elaboração.

Vê-se que o envolvimento do aluno no seu processo de aprendizado faz um grande diferencial, sua posição ativa e curiosa leva-o aos patamares mais altos, tocados somente pelos alunos que se envolvem na sua evolução, brotando um sentimento que vai além da posse de um conhecimento e nesse ponto está a grande função do professor: mobilizá-lo a aprendizagem, a aquisição, ao ato de atingir metas, como diria Carl Friedrich Gauss.

A Figura 6 traz um exemplo da utilização da taxonomia de Bloom com a evolução das etapas. Deste exemplo é possível associar os verbos de comando com a pergunta feita em cada momento. Partindo da memorização de uma data, usando somente o recurso da memória, algo que é possível ser guardado sem muito esforço, sem entrar em outros contextos que remetem ao “decoreba”, a avaliação e criação no qual o aluno precisa ter uma compreensão da bandeira que Martin Luther King levantava suas ideias e a partir destes trazer sua contribuição.

Figura 6 – Síntese da Taxonomia de Bloom.



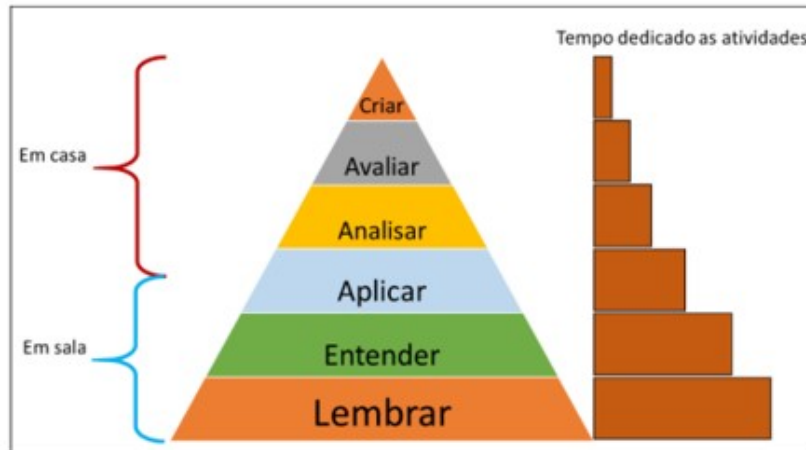
Fonte: TACTILEO, ([2019?])

3.3 A SALA DE AULA INVERTIDA

A metodologia conhecida como sala de aula invertida tem como um dos pioneiros Jonathan Bergmann, que apresenta no seu livro aprendizagem invertida para resolver o problema do dever de casa, o uso da pirâmide de Bloom de forma invertida. Sua ideia é colocar para casa o trabalho mais fácil e ganhar tempo na sala de aula para trabalhar as etapas mais difíceis que são analisar, avaliar e criar.

A Figura 7 apresenta a taxonomia de Bloom revisada com o tempo que normalmente se passa em sala de aula e em casa para o desenvolvimento das etapas. Nela, percebe-se, teoricamente, uma maior quantidade de tempo nos conceitos e que traz um nível pequeno de dificuldade, comparando-se com a evolução da pirâmide. Nas etapas direcionadas para casa, o aluno tem um menor tempo para resolver e são as etapas mais difíceis.

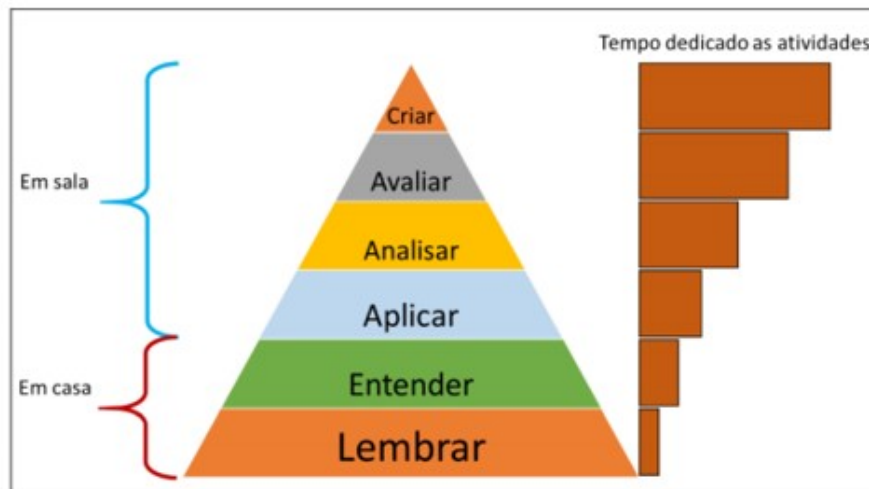
Figura 7 – Distribuição do tempo em relação a Taxonomia de Bloom.



Fonte: Adaptado de Andrade e Coutinho (2016)

A ideia de sala de aula invertida é mudar o tempo das faixas da pirâmide e o local de estudo, ou seja, um maior tempo para a criação e avaliação, sendo feitas em sala e um menor tempo para lembrar e entender que serão direcionados para casa.

Figura 8 – Distribuição na *flipped classroom*.

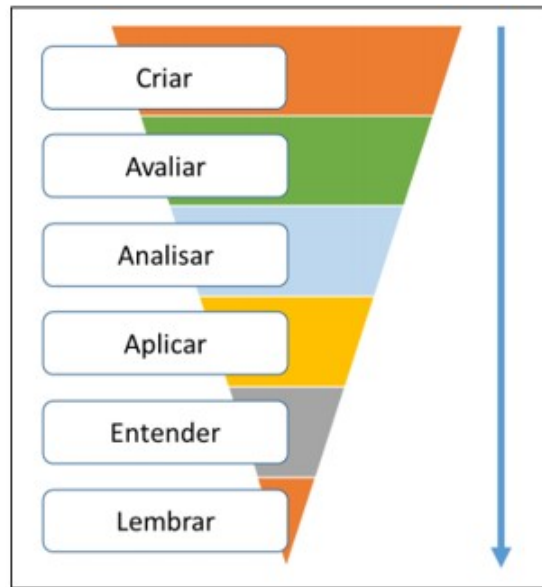


Fonte: Adaptado de Andrade e Coutinho (2016)

Ressaltando que este é um outro olhar, no qual não se tem o intuito de medir qual a melhor ferramenta, até porque é muito particular, mas tomar posse delas, pois, como exemplo, a taxonomia revisada é a base para o desenvolvimento das competências do ENEM.

“É justamente isso o que acontece na sala de aula invertida. O ‘trabalho difícil’ é feito na presença do recurso mais valioso em qualquer sala de aula – o especialista: o professor!” (BERGMANN e SAMS, 2016, p.9). Como mostra a Figura 9.

Figura 9 – Pirâmide de Bloom revisada e invertida .



Fonte: Adaptado de Bergmann e Sams (2014, p.34)

A mentalidade da sala de aula invertida de Jonathan Bergmann traz como premissas o envolvimento do aluno e aproximação maior do professor na particularidade de cada aluno, talvez a ordem melhor seja o contrário, mas esse é o eixo principal. O aluno começa a se envolver e fazer atividades em casa que traz sentido e que esteja na dificuldade adequada. “Mas, na realidade, tudo o que o dever de casa alcança é ensinar os alunos a se ressentirem, sabotando a paixão pela aprendizagem.” (BERGMANN e SAMS, 2016, p.3)

Quando a tarefa de casa é construída na perspectiva da sala de aula invertida, a atividade concentra-se nas camadas do lembrar e entender da taxonomia de Bloom, na qual o professor dispõe um vídeo curto com a explicação de um tópico e perguntas introdutórias do tópico.

Assim, a maioria das perguntas incorporadas deverá se concentrar em conferir a compreensão. As respostas dos alunos podem informar sobre instrução e diferenciação. Creio que é bom que o vídeo invertido também inclua, perto do final, uma pergunta aberta (p. ex., “O que você pensa sobre [...]?”), “O que você teve dificuldades para entender?” “De que modo o conteúdo do vídeo se conecta com o assunto x?”). (BERGMANN e SAMS, 2016, p.52)

A metodologia da sala de aula invertida tira o peso da família quando precisam ajudar os filhos na execução da tarefa de casa, pois nas tarefas tradicionais muitos pais já não conseguem ajudar o filho, deixando-o sozinho no momento mais elevado da matéria. E na metodologia de Jonathan Bergmann, a tarefa de casa pode ser assistida pela família e conjuntamente traçar um entendimento, pois será trabalhada a camada mais simples e, em sala, com o auxílio do professor, trabalhar os níveis mais elevados da matéria.

Um fator interessante que acontece, estilo efeito dominó é que os alunos mais

distantes do espírito da aula começam a se envolverem e, com isso, além da nota do aluno melhorar, a família, também, se envolve com seu processo e torna-se mais afetiva sua relação à escola, com isso a disciplina dos alunos tende a melhorar significativamente, pois “em minha experiência, aqueles que têm problemas de disciplina tentam atrair atenção negativa por mau comportamento para mascarar sentimentos de inadequação e uma sensação de fracasso.” (BERGMANN e SAMS, 2016, p.4)

A Figura 10 apresenta o ciclo da sala de aula invertida, nos seus três momentos principais.

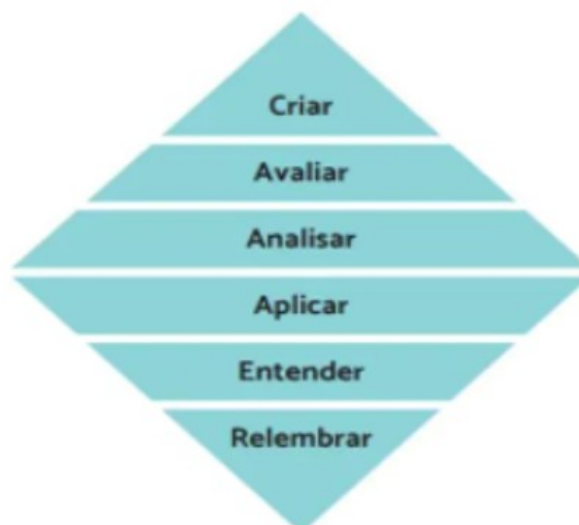
Figura 10 – Ciclo da sala de aula invertida



Fonte: Barbosa, Barcelos e Batista, ([2015])

E o maior tempo desse ciclo deve ser na sala de aula, justamente nas camadas mais difíceis, com o auxílio do professor, o especialista. Como apresenta a Figura 11.

Figura 11 – Camadas de aprendizagem.



Fonte: Bergmann e Sams (2014, p.10)

É preciso destacar a necessidade de “romper com a centralidade das disciplinas nos currículos e substituí-las por aspectos mais globalizadores e que abranjam a complexidade das relações existentes entre os ramos da ciência no mundo real” (Parecer CNE/CEB no 5/2011). Para tanto, é fundamental a adoção de tratamento metodológico que favoreça e estimule o protagonismo dos estudantes. (BRASIL, 2018, p.479)

Essa metodologia impulsiona o estímulo ao protagonismo dos alunos, traz uma maior flexibilidade, autonomia e um maior desenvolvimento das competências socioemocionais, pois não há nada mais significativo do que uma pessoa ser vista, entendida e valorizada na sua particularidade. E, concomitantemente a esta ação, estão as nossas bases curriculares comuns.

Isso parece confirmar o velho adágio: “Alunos não se importam com o que você sabe até saberem o que você se importa”. Se quisermos que eles se apropriem da aprendizagem em nossas aulas, precisamos alcançar não apenas suas mentes, mas também seus corações. (BERGMANN e SAMS, 2016, p.26)

3.4 ESTRUTURA DO VÍDEO E FEEDBACK PARA O PROFESSOR

O fato do professor se disponibilizar para esta metodologia não garante sua eficácia, pois ele precisa ter a compreensão do todo desde a produção do vídeo até a forma de atingir o aluno. É fundamental ter essa mentalidade firme, pois um vídeo feito de qualquer forma, por exemplo, não irá chamar a atenção do aluno, por mais que o projeto seja magnífico. Na realidade, o aluno já tem contato com diversos vídeos interessantíssimos, principalmente no mundo do entretenimento, e de certa forma o professor estará entrando nessa concorrência.

O vídeo precisa ser curto, mais ou menos de 8 minutos, apresentar um único tópico, ser interativo e introdutório. A interação dos alunos com o vídeo é a liga do processo, então é preciso ter perguntas no decorrer do vídeo, motivá-los a tomar nota e claro que o vídeo é de caráter introdutório, a verificação desse movimento e o aprofundamento se dará na sala de aula.

A criatividade deve ser um grande aliado do professor na organização do vídeo, desde a construção do vídeo com outro professor, no qual um irá encenar sendo um o aluno e o outro o professor, animações em power point, mudanças de cenários a ferramentas tecnológicas “como formulários Google, pacotes de avaliação on-line e a maioria dos sistemas de gestão de aprendizagem têm recursos de questionários que permitem ao professor obter feedback imediato sobre a aprendizagem.” (BERGMANN e SAMS, 2016, p.46 e 47) E também é possível aumentar a interação e feedback da ação do aluno utilizando ferramentas que permitem colocar perguntas dentro do vídeo, como exemplo a EDpuzzle, Microsoft Office Mix e PlayPosit.

3.5 PROJETO ANJO E PROTEGIDO

O projeto anjo e protegido é uma metodologia usada normalmente a partir do segundo bimestre. Ele consiste, inicialmente, na análise das notas do 1^a bimestre dos alunos e após esta verificação é feita uma motivação inicial explicando que no projeto anjo e protegido, o anjo é aquele aluno que obteve um excelente desempenho em matemática e o protegido é aquele aluno que não conseguiu resultado acima da média e baseado nos assuntos abordados anteriormente nesse capítulo, pontou para eles que o anjo fortalece seu desenvolvimento, pois cada vez que ele explica o assunto para o amigo (protegido) ele fortalece o entendimento do conteúdo para si, trabalhando o tópico da elaboração do PISA e o topo da pirâmide da taxonomia de Bloom. O protegido, por vezes consegue entender melhor com um par, pois a aproximação do vocabulário e os pontos de dificuldades de assimilação de quem está ajudando estão frescos na sua memória, podendo então construir um raciocínio que não foi absorvido na explicação do professor.

Após a construção do significado do projeto, pergunta-se para eles quem deseja ser anjo de algum amigo. Feita a anotação dos nomes, individualmente e com muito zelo em momentos diferentes é apresentado para os alunos de baixo rendimento a lista para que eles escolham o amigo com melhor afinidade, tendo em vista o motivo inicial. Alguns alunos de baixo rendimento, por timidez ou motivos particulares, optam em não participar do projeto.

A função do anjo consiste em acompanhar o dia a dia do amigo nas atividades de matemática, de sala e de casa, observando se as tarefas estão sendo feitas, se o amigo está com alguma dúvida e estudar juntos seja na semana de prova ou seja no intervalo, antes das aulas ou mesmo depois das aulas.

Ao longo desses anos esse projeto tomou diversas proporções positivas e até engraçadas, desde alunos que se tornaram grandes amigos a mães ligando para o colégio pedindo que o filho tivesse um anjo, mesmo sem a necessidade. Muitas vezes a dinâmica da dupla foi estendida para outras disciplinas, perdurando até o final do ensino médio, inclusive tendo a inversão da função, pois, às vezes, em outra matéria o anjo tornou-se protegido.

Como suporte inicial é entregue para o protegido o plano de estratégias da figura 12 que ele precisa responder em casa, compartilhado com o anjo e ao longo dos meses, com o acompanhamento do professor, a dupla vai encontrando a melhor estratégia de parceria e estudo.

Figura 12 – Plano de estratégias destinado ao protegido

Projeto do Anjo

Série: _____ **Turma:** _____

Disciplina: Matemática **Professor:** Renato Freitas

Aluno: _____

Anjo: _____

Estratégias de superação:

“Errar ontem, aprender hoje e superar amanhã”

Fonte: Autor, 2017

A seguir será apresentado o testemunho de alguns alunos relatando a experiência deles com o projeto.

Em 2019 eu participei do projeto anjo e protegido do tio Renato, fui escolhido pra ajudar um menino da sala que não era muito bom em matemática e nem muito meu amigo mas com nem um mês ajudando ele, a gente acabou virando muito amigo, até jogando vídeo game junto depois da aula, e as notas dele mais que dobraram, hoje mesmo não estudando junto a gente se fala, o projeto ajuda bastante no ciclo social e em estudo em geral, as vezes até quem está ensinando acaba descobrindo uma coisa com o “aluno”.(Aluno A)

O projeto do anjo e do protegido foi uma experiência incrível! Tive a oportunidade de ajudar uma colega a entender melhor alguns conteúdos mais difíceis, o que também me fez fixar e aprender ainda mais. Esse projeto também ajudou a me aproximar mais da minha “protegida” e atualmente continuamos grandes amigas. Sou muito agradecida pelo Professor Renato Freitas por ter criado esse projeto que me proporcionou.(Aluno B)

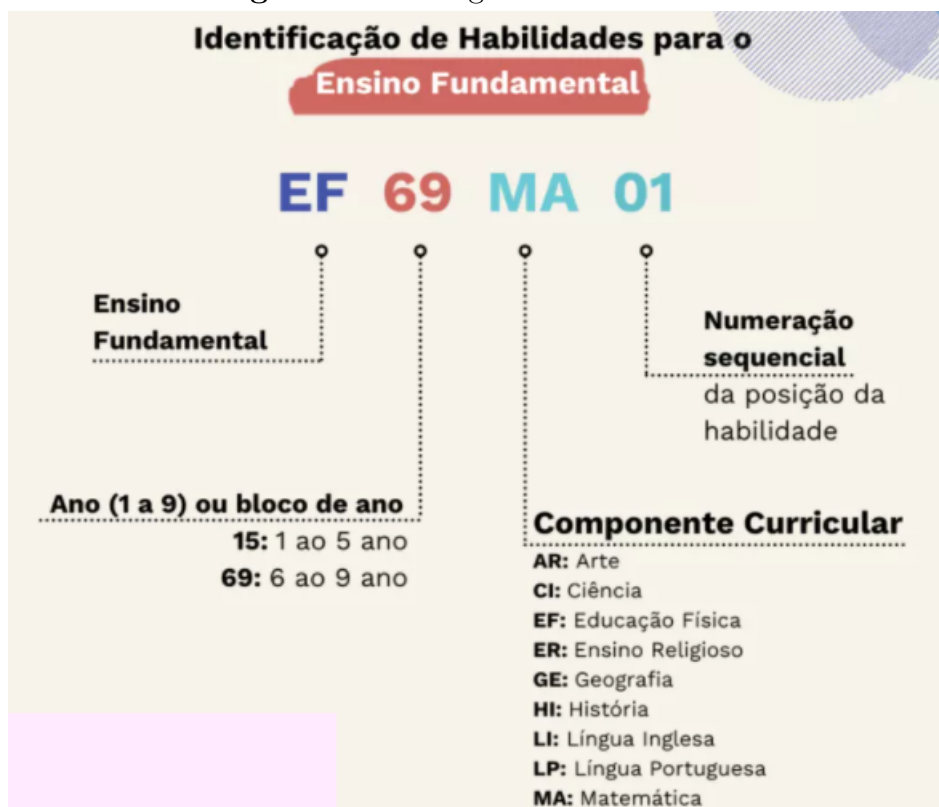
Quando eu estava no meu fundamental tinha bastante dificuldade em matemática, aí o professor Renato, que me ajudou bastante nesse período, criou um projeto de auxílio mútuo chamado de anjo e protegido, que funcionava mais ou menos assim: um aluno que tinha certo domínio do

assunto era nomeado de anjo e auxiliava outro que tinha dificuldade na matéria, o protegido. Essa política era boa para ambos, já que quem tinha domínio no assunto fixava o conteúdo e quem estava com dificuldade aprendia o assunto de maneira mais didática. Nesse esquema eu era o protegido, as pessoas me ajudavam explicando de forma complementar o conteúdo que o professor havia ensinado em sala de aula, além de exercícios relacionados ao assunto. Isso foi muito importante pra ter uma virada de chave no que diz respeito à matemática na minha vida, já que, até então, eu não sabia estudar matemática, estudava de um jeito muito superficial, tirava frequentes notas baixas, aí eu comecei a pensar: “cara, eu tenho que me esforçar de algum jeito, eu preciso aprender a matéria senão eu fico de recuperação”, e essa atividade, realizada com foco e empenho de ambos, mudou meu jeito de estudar, pois com exercícios e com alguém me auxiliando, eu fixava bem mais o assunto na minha cabeça, tanto que minhas notas começaram a subir bastante e eu consegui ser chamado pra turma olímpica no mesmo ano. Hoje, na 2^a série do ensino médio, eu posso falar que eu aprendi a estudar matemática de maneira efetiva e que aquela atividade que eu fiz no 7^o ano, que mudou meu método de estudo, criada pelo professor Renato, me ajuda até hoje. Obrigado Professor pelo seu esforço e desempenho com todos os seus alunos. (Aluno C)

4 AULAS MINISTRADAS À LUZ DA BNCC

Neste capítulo serão abordados alguns assuntos que são trabalhados nos anos finais, desde a ideia de fração que é vista no 6º ano, passando sutilmente pela equação do 1º grau, na perspectiva da equação do 2º grau que será explanada inicialmente a partir do trabalho do professor Brandão (2018), usando a geometria para demonstrar a fatoração e a resolução de equações do 2º grau na perspectiva de Al-Khwarizmi, posteriormente, usando o dispositivo prático, aplicar a fórmula de Bhaskara na resolução de problemas do cotidiano, assunto abordado no 9º ano. Todos os tópicos serão pautados à luz das Competências e Habilidades da BNCC, cujos os códigos das Habilidades segue na figura 13.

Figura 13 – Códigos das Habilidades.



Fonte: Dutra, 2021.

4.1 ASSUNTO DE FRAÇÃO

No 6º ano, quando vai ser trabalhado o assunto sobre fração, tomando a ideia da sala de aula invertida, onde o maior tempo em sala deve estar ligado à análise e aplicação, pode-se organizar uma aula intitulada de aula da pizza, que normalmente acontece uma semana após o início da matéria, pois como a matéria já foi trabalhada no 5º ano, os alunos já apresentam alguns conceitos sobre o assunto. O momento é dividido em duas ou três aulas de 50 minutos e nele é possível trabalhar vários aspectos com os

alunos, dentre eles o lúdico e afetivo, pois quando a proposta é lançada, eles ficam sem acreditar que irão comer pizza na aula de matemática.

Feito os acordos iniciais de disciplina para que os comandos aconteçam de forma clara e produtiva e estabelecida a motivação da aula, pode-se começar com uma problemática: quantas pizzas, quantos refrigerantes de 2 litros e quantas caixas de suco de 1 litro precisaremos comprar para a nossa aula da pizza? É importante determinar a quantidade média de pizza e de bebida (suco ou refrigerante) que cada aluno consumirá, por exemplo, cada aluno comerá duas fatias de pizza e tomará 300 *ml* de suco ou refrigerante. É interessante que normalmente eles conseguem determinar a quantidade de litros de suco e refrigerantes mesmo sem a explicação sobre medidas de capacidade, pois é um assunto que normalmente é trabalhado na 4º bimestre, mas por conhecimento prévio unido à ideia de divisão, bem como determinar a quantidade de pizzas e por último o quanto será preciso arrecadar para comprar o que foi proposto, trabalhando a habilidade (EF06MA03) que diz: resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (BRASIL, 2018, p. 299)

Após esta primeira vivência é importante enfatizar a proposta da aula para que os alunos percebam sua importância e, também, trazer outras ilustrações. Mobilizar os alunos a partilharem com suas famílias para que possam fazer juntos essa estimativa nos próximos eventos familiares, ou mesmo pedir para fazer, seria interessantíssimo, pois o aprendizado precisa sair das paredes da sala e ganhar vida.

Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento. (BRASIL, 2018, p. 266)

A compreensão das etapas por parte dos alunos e a clareza do seu objetivo são fundamentais para a validação da proposta. Após a conclusão da primeira atividade, com os grupos divididos, funções estabelecidas, pois precisam ser formados vários modelos de equipes, equipe de organização, compra dos copos e talheres, por exemplo, equipe de limpeza, para que fiquem atentos ao espaço solicitando aos amigos colocar o lixo na cesta de lixo adequada, a divisão do que cada equipe levará, uma garrafa de suco de um litro e uma pizza de carne do sol, por exemplo. Inicia-se o segundo momento, a competição e a confraternização. A turma é dividida entre meninos e meninas e são feitas várias perguntas sobre fração, sendo intercaladas com uma rodada de comida.

A seguir tem-se um questionário que pode ser utilizado nessas aulas. As per-

guntas estão divididas em três momentos, abordando, principalmente a ideia do todo e da parte, depois a ideia de equivalência e por último a ideia de fração de quantidade e no intervalo entre os momentos é feita uma rodada de comida.

QUESTIONÁRIO

1. De uma pizza dividida em 8 pedaços iguais, qual a fração representa uma pizza inteira?
2. De uma pizza dividida em 6 pedaços. Qual fração mista representa 2 pizzas inteiras e mais 1 pedaço?
3. Se retiramos 3 pedaços de uma pizza repartida em 4 pedaços iguais que fração do total de pedaços retiramos dela?
4. Após retirarmos 5 pedaços de uma pizza dividida em 8 pedaços que fração do total indica os pedaços que sobrou?
5. Qual é a fração equivalente a um quarto que podemos formar usando uma pizza dividida em 8 pedaços iguais?
6. Qual é a fração equivalente a um meio que podemos formar em uma pizza dividida em 6 pedaços iguais?

“Rodada de pizza para todo mundo ”

7. Depois de repartir uma pizza em 16 pedaços quantos pedaços são equivalentes a dois oitavos?
8. Em uma pizza de 16 pedaços quantos pedaços equivalem a três oitavos dessa pizza?
9. Uma fatia de uma pizza de 8 pedaços foi dividida em duas fatias menores (iguais). Qual a fração que representa cada fatia dessa em relação a pizza?
10. Uma fatia de uma pizza de 8 pedaços foi dividida em 3 fatias menores (iguais). Qual a fração que representa cada fatia dessa em relação a pizza?
11. Qual é o maior pedaço: um oitavo de uma pizza ou um quarto de uma pizza?
12. Qual é o maior pedaço: quatro dezesseis avos de uma pizza ou um oitavo de outra pizza?

“Rodada de pizza para todo mundo ”

13. Uma barra de chocolate é dividida em 16 pedacinhos iguais. Quantos pedacinhos equivalem a um meio dessa barra?
14. Uma barra de chocolate é dividida em 16 pedacinhos iguais. Quantos pedacinhos é um quarto dessa barra?
15. Uma torta de chocolate serve 40 pessoas, quando dividida em pequenos pedaços

iguais, se cada uma das 5 pessoas comerem um pedaço. Qual é a fração do total da torta que foi comida?

16. Uma torta de chocolate serve 40 pessoas, quando dividida em pequenos pedaços iguais, se cada uma das 5 pessoas comerem um pedaço. Qual é a fração do total da torta que restou?
17. Dos 40 copos de refrigerante de um aniversário 25 são de sabor limão. Qual é a fração dos refrigerante de limão em relação ao total de refrigerantes do aniversário?
18. Dos 25 copos de suco tomados em uma confraternização 10 eram de laranja. Qual fração do total de suco eram de laranja?

“Rodada de pizza para todo mundo ”

Após essa vivência, consegue-se perceber a compreensão dos alunos sobre a ideia de fração, a perspectiva socioemocional, bem como associar a matéria a uma lembrança gostosa. Nessa conclusão é importante apresentar a evolução dos alunos e percepção do professor nos pontos mais gerais e colher o feedback deles, pois precisa ficar claro para eles que foi aplicada uma metodologia para que se tenha um maior proveito e evolução do assunto.

4.2 TEORIA SOBRE FRAÇÃO

A temática fração é um dos assuntos mais pertinentes no 5^o ano e início dos anos finais. E para a sua evolução através das relações da fração como razão, fração de quantidade, comparação entre grandezas (velocidade média, densidade do corpo, escala, probabilidade...), proporção, dentre outras ramificações torna-se razoável uma compreensão clara das suas ideias iniciais para que se consiga de maneira eficaz e consciente o desenvolvimento do estudo matemático. Nesse intuito serão enaltecidos os tópicos de frações equivalentes, adição, subtração e multiplicação entre frações e porcentagem.

4.2.1 Frações equivalentes

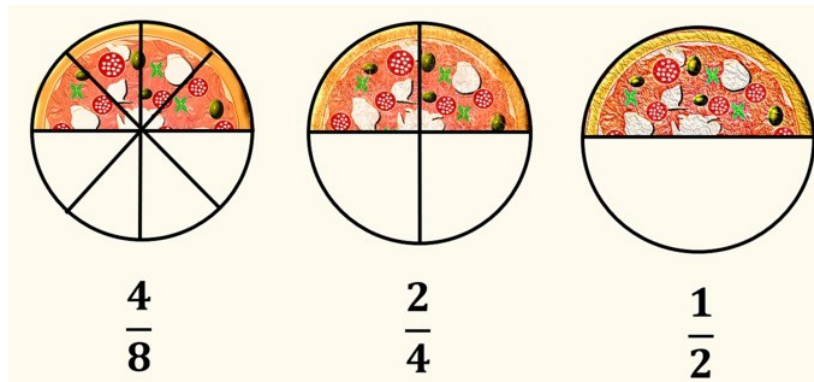
No tópico de frações equivalentes, partindo da habilidade (EF06MA07), a saber: compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes (BRASIL, 2018, p. 299) e unindo-se a taxonomia de Bloom para evolução do assunto, pois é uma parte da matéria que tendo feita a sua compreensão, tem-se o link para muitos tópicos posteriores. E seguindo a ideia de Confúcio, quando ele diz que uma imagem vale mais que mil palavras, pode-se apresentar imagens de pizzas de mesmo tamanho cortada em quantidade de pedaços diferentes e sem explicar frações equivalentes, suscitar essa ideia.

Figura 14 – Frações de Pizza.

Fonte: Apoioescolar, ([2019?]).

O professor pode criar uma história dizendo que uma pessoa comia 4 fatias de uma pizza que era dividida em 6 pedaços, todo final de semana e quando foi ao nutricionista ele disse que a pessoa só poderia comer 2 fatias, mas como ela gostava muito de pizza encontrou uma maneira de seguir a orientação do nutricionista sem deixar de comer a quantidade de antes, ou seja, dividiu a pizza em 3 pedaços e comendo as 2 fatias recomendadas continuaria comendo o mesmo tanto.

Em seguida, na Figura 15 pode-se apresentar a imagem a seguir e fortalecer a ideia de frações equivalentes.

Figura 15 – Frações de círculos.

Fonte: Todamatéria, ([2019?]).

Supondo a ilustração acima representar três pizzas de mesmo tamanho, afirma-se que da imagem (1) foram retiradas 4 fatias, da imagem (2) foram retiradas 2 fatias e da imagem (3) foi retirada 1 fatia. Nesse momento deve-se perguntar quem ficou com a maior parte ou menor parte e unir as palavras colocadas no intuito de formalizar a ideia de frações equivalentes, mostrando que são frações que possuem a mesma parte do todo, ou seja, quando se tem uma fração, ao multiplicar ou dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número, tem-se uma fração equivalente, como apresenta a ilustração da figura 16.

Figura 16 – Simplificação das frações.

$$\begin{array}{ccc}
 (1) & & (2) & & (3) \\
 \\
 \frac{4}{8} & \xrightarrow{\div 2} & \frac{2}{4} & \xrightarrow{\div 2} & \frac{1}{2}
 \end{array}$$

Fonte: Autor, 2021.

Veja que da fração (1) para a (2) tanto o numerador quanto o denominador foi dividido por 2 e assim também da fração (2) para a fração (3), determinando frações equivalentes.

4.2.2 Adição e Subtração de Frações

Dentre os diversos tópicos envolvendo fração serão explanados alguns introdutórios que, feita a devida compreensão o aluno, tenderá a evoluir de forma mais consciente e por vezes criando sua própria estratégia, como no assunto de fração e porcentagem no qual estão relacionados à ideia de equivalência e quantidade de uma fração.

A partir da assimilação de frações equivalentes, no estudo de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, uma maneira de construir a compreensão dos alunos é colocando exemplos de operações e verificar a resposta e justificativa deles. Geralmente poucos conseguem associar a ideia de frações equivalentes ao fato de colocar os denominadores com o mesmo valor e recorrem a técnica que usa o menor múltiplo comum. Nesse momento, o professor enfatiza que na verdade o que eles precisam encontrar são frações que apresentam o mesmo todo. Ou seja, frações equivalentes no qual todos os denominadores ficarão iguais, mas é importante mostrar que a técnica que utiliza o menor múltiplo comum é construída a partir dessa ideia e que ela é interessante para os casos que não se encontram as frações equivalentes com facilidade.

Figura 17 – Frações equivalentes.

$$\begin{array}{ccc}
 (1) & & (2) & & (3) \\
 \\
 \frac{4}{8} & & \frac{2}{4} & \xrightarrow{\times 2} & \frac{1}{2} & \xrightarrow{\times 4} & \frac{1}{2}
 \end{array}$$

Fonte: Autor, 2021.

Tomando ainda as mesmas frações como exemplo e executando a ideia apresentada na Figura 17, para que se consiga fazer uma comparação entre elas ou mesmo efetuar

as operações de adição e ou subtração é preciso deixá-las com os mesmos denominadores. Então não é preciso, necessariamente, utilizar a técnica do menor múltiplo comum, colocar todos com o mesmo denominador e de maneira mágica dividir o resultado do menor múltiplo comum pelo denominador anterior e este resultado multiplicar pelo numerador para encontrar o novo numerador.

Veja que precisa, apenas, encontrar frações equivalentes, de modo que todas fiquem com o mesmo denominador. Daí, na Figura 17, multiplique o numerador e denominador da fração (2) por 2 e o numerador e denominador da fração (3) por 4. Encontrando frações equivalentes e todas com o mesmo denominador, como apresenta a Figura 18.

Figura 18 – Resultado das frações.

(1)	(2)	(3)
$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{8}$

Fonte: Autor, 2021.

Nota-se que compreendendo a potencialidade das frações equivalentes impele a construção de significados e praticidade nos cálculos, desde as operações de adição e subtração que não trazem a necessidade do dispositivo convencional aos diversos assuntos que as envolvem, dentre eles os problemas envolvendo frações e o estudo da porcentagem a partir da fração centesimal.

4.2.3 Multiplicação de frações

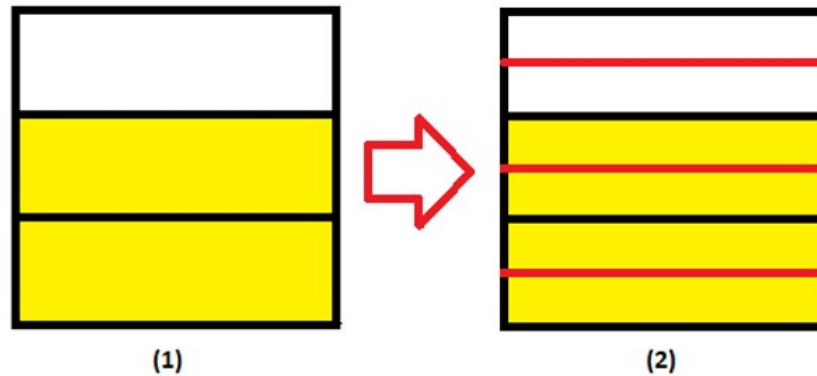
Seguindo a mesma lógica de exemplificação e suscitação para formação do conceito, tendo em vista que essa parte do assunto foi apresentada no ano anterior, na multiplicação de uma fração por um número natural ou por outra fração, é comum o aluno, quase que intuitivamente, desejar fazer o mesmo procedimento que ele utiliza nas operações de adição e subtração de frações, ou mesmo efetuar a operação corretamente, mas sem entender o procedimento.

Nesse momento, o professor apresenta a ideia da multiplicação que é somar parcelas iguais. No exemplo a seguir, tem-se $2 \times \frac{2}{3}$, então pela a ideia da multiplicação deve-se somar $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$. Nessa ilustração já é possível mostrar ao aluno que não é necessário determinar o M.M.C ou algo do tipo, pois os denominadores já estarão iguais, logo deve-se repetir o denominador e somar os numeradores.

Quando o produto se dá entre duas frações, uma forma interessante para a explicação é a utilização do desenho da Figura 19.

Neste exemplo, tem-se $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

Figura 19 – Multiplicação de Frações.



Fonte: Autor, 2021.

Na Figura 19, tem na ilustração (1) a representação de $\frac{2}{3}$ e como esta fração está sendo multiplicada por $\frac{1}{2}$, significa que cada fatia dela será dividida em duas e das que estão pintadas será tirada uma de cada, tendo então $\frac{2}{6}$. Após alguns exemplos feitos desta forma, a utilização do dispositivo prático, a multiplicação do numerador com o numerador e do denominador com o denominador, torna-se viável, pois teoricamente o aluno já entendeu o porque e não ficará, apenas, na memorização.

4.2.4 Fração e Porcentagem

Outro momento onde pode-se validar o trabalho com as frações, principalmente a ideia de frações equivalentes se dá na abordagem da porcentagem, pois inicialmente precisa-se mostrar que a porcentagem está associada a uma fração centesimal, $\frac{20}{100}$ que pode ser representada por 20%, mas quando esta não tem denominador 100, é através de frações equivalentes que se encontra a porcentagem. A fração $\frac{3}{5}$, por exemplo, para que se tenha sua representação em porcentagem, precisa-se entendê-la como uma fração equivalente centesimal, ou seja, $\frac{60}{100}$. Feita esta explanação e estando atento à toda construção, o aluno já consegue relacionar valores e determinar a porcentagem. Como exemplo: o número três representa que porcentagem do número 4?

Com a compreensão adquirida ele conseguirá representar como sendo a fração $\frac{3}{4}$ que terá como fração centesimal $\frac{75}{100}$. E, normalmente, para concluir esse raciocínio é interessante colocar um segundo exemplo que tenha o numerador maior do que o denominador, para que o aluno perceba a utilização de frações impróprias na porcentagem. Então, o número 12 representa que porcentagem do número 4?

Alguns alunos se confundem, mas no geral, entendem o significado do denominador e representam como sendo $\frac{12}{4}$ que é equivalente a $\frac{3}{1} = \frac{300}{100}$.

Antes do último passo do processo inicial é interessante contextualizar a evolução da ideia da porcentagem na história. O pagamento dos impostos, a venda e compra de

escravos até a formalização de $\frac{1}{100}$ como valor de referência para a taxa percentual.

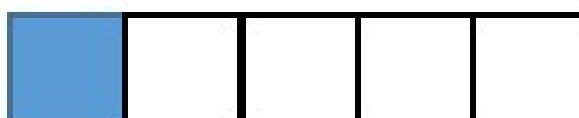
Relatos históricos datam que o surgimento dos cálculos percentuais aconteceu por volta do século I a.C., na cidade de Roma. Nesse período, o imperador romano decretou inúmeros impostos a serem cobrados, de acordo com a mercadoria negociada. Um dos impostos criados pelos chefes romanos era denominado centésimo rerum venalium, e obrigava o comerciante a pagar um centésimo pela venda das mercadorias no mercado. Naquela época, o comércio de escravos era intenso e sobre as vendas era cobrado um imposto de $\frac{1}{25}$ (um vinte e cinco avos). (SILVA, [2019?])

Posteriormente, pode-se trabalhar com os alunos o cálculo percentual sobre um valor específico. Por exemplo, quanto é 20% de R\$ 100,00? Inicialmente, alguns alunos resolvem da forma intitulada de tradicional, trocando o “de” pelo sinal de multiplicação e resolvendo a operação. Então, recorda-se com eles, mais uma vez, a ideia de frações equivalentes, bem como o significado de uma fração, pois a partir da compreensão da teoria, os alunos, por vezes, conseguirá fazer o cálculo mentalmente ou com uma estratégia pessoal, que é uma proposta da BNCC. “Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da ‘regra de três’, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.” (Habilidade EF06MA13). (BRASIL, 2018, p. 299)

Veja que 20% corresponde a fração centesimal $\frac{20}{100}$ e sua fração equivalente irreduzível é $\frac{1}{5}$. Isso significa que de 5 partes ele tem uma, ou a cada cinco partes ele tem uma.

Na Figura 20 teremos:

Figura 20 – Representação da Parte.



Fonte: Autor, 2021.

Então, como o valor é 100, na Figura 20 ele será dividido em 5 partes, logo cada parte valerá 20. Como das 5 partes ele deseja uma, então 20% de R\$ 100,00 é igual a R\$ 20,00. Após o amadurecimento desse processo, apresento para eles o modo tradicional, ou modo prático. A continuação deste conteúdo se dá de forma corriqueira.

4.2.5 Registros de Aulas Interativas sobre Frações

Nas figuras a seguir temos o registro de alguns momentos da aula da pizza, iniciando com a figura 20, sendo feita a apresentação da parte teoria, já no ambiente onde acontecerá a confraternização. Na figura 21 temos um aluno resolvendo uma das questões

do questionário, nas figuras 22 e 23 uma rodada de pizza após a conclusão do primeiro bloco de perguntas.

Figura 21 – Parte Teórica.



Fonte: Autor, 2021.

Figura 22 – Resolução do Questionário.



Fonte: Autor, 2021.

Figura 23 – Confraternização

Fonte: Autor, 2021.

Figura 24 – Confraternização.

Fonte: Autor, 2021.

4.3 PROJETO MAQUETE

Esta aula é construída simultaneamente aos conteúdos sobre medidas de comprimento, superfície, volume e capacidade, trabalhando as habilidades (EF06MA24) resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento; (EF06MA28) interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas (BRASIL, 2018, p. 301); (EF07MA30) resolver e elaborar problemas de cálculo de me-

dida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades de medida usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico); (EF07MA32) resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas (BRASIL, 2018, p. 307); (EF08MA20) reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes e (EF08MA21) resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.(BRASIL, 2018, p. 313), perpassando os anos finais, visto que o desenvolvimento destas habilidades se dão de forma espiralada a cada evolução de série.

Há alguns anos este projeto é realizado nas turmas de 6º ano nas escolas particulares e nas turma do EJA IV na prefeitura de Fortaleza e, por conta de um projeto promovido pela Prefeitura de Fortaleza, intitulado de boas práticas, foi feita a inscrição da escola Municipal Otávio de Farias e a mesma ganhou uma premiação de R\$ 3.000,00 para a melhor execução do mesmo. Então, a explanação da aula será direcionada para alunos com idade igual ou superior a 16 anos, sendo possível a utilização de materiais cortantes e pistola de cola quente, por exemplo, sem a ajuda da família. Ressaltando, ainda que pela logística de material e praticidade a maior parte do trabalho foi desenvolvido na sala de aula.

Inicialmente, em sala, ao trabalhar unidades de comprimento, o professor solicita que levem uma tira de jornal, ou de folhas de caderno, ou algo do tipo que tenha a medida de 1 metro. Neste momento da aula, todos os alunos já terão em mente o tamanho do metro, e é interessante que sempre aparecem alguns alunos com uma tirinha de 60cm e justifica o tamanho fazendo analogia a hora e os minutos, pois 1 hora está relacionado com 60 minutos.

O primeiro momento de muita riqueza da aula é este, pois possivelmente, para um ou outro aluno não iria ficar claro a relação do 1 metro com 100 cm sem a experiência concreta. Em seguida, trabalha-se a compreensão dos prefixos, chamando atenção a relação de cada um com o metro, ou seja, que 1 quilo, significa 1000 vezes o metro, assim como o mili, significa a milésima parte do metro, para que depois ele entenda melhor os modos práticos de multiplicações ou divisão por 10, 100 e 1000.

Posteriormente, deve-se focar na ideia que medir é comparar grandezas, apresentar a ideia do perímetro e relacionar com a tirinha de um metro. Pedir que calculem o perímetro da sala e da quadra do colégio. Neste momento, eles começam a entender o significado de perímetro, mas ainda não captaram sua utilização, então é muito importante apresentar alguns exemplos, como a quantidade de rolos de arame farpado que devem ser comprados para cercar um curral, a quantidade de cerâmicas utilizadas para o rodapé de uma casa, até mesmo relacionar perímetro e área máxima .

Após essa aula, deve-se lançar o projeto da maquete que consiste em construir

uma maquete, na proporção de $\frac{1}{100}$ já chamando atenção que essa concepção é o que será chamado de escala. O projeto contém a planta baixa, os metros quadrados de área ocupada, volume da piscina e uma projeção do gasto real da construção que está totalmente ligado a proposta da BNCC, pois

Nessa fase, a unidade prevê que os alunos sejam preparados para analisar, transformar, ampliar e reduzir figuras geométricas planas, para perceber seus elementos variantes e invariantes e, a partir desse estudo, evoluir para os conceitos de congruência e semelhança. O conteúdo também deve contribuir para a formação do raciocínio hipotético-dedutivo. (BRASIL, 2018, p. 266)

Nesse projeto, os alunos se apropriam da realidade que envolve a construção de uma casa, desde o valor da diária dos funcionários, termos utilizados na construção, idas nas diversas lojas de construção e depósitos, bem como consultam a família para saber o valor do metro construído, por exemplo. Paralelo a este movimento, na sala de aula, se dá a continuação da explicação do conteúdo.

Ao trabalhar a unidade de superfície, deve-se fazer o processo análogo a unidade de comprimento e pedir aos alunos que levem um jornal que tenha 1 metro quadrado. Reforçar que determinar a área é saber quantos quadrados daqueles pode-se colocar no chão. Uma experiência interessante é levá-los a quadra para determinar sua área.

Com a unidade de volume segue o mesmo processo, porém para uma melhor demonstração e praticidade, é interessante que o professor leve para sala um cubo de 1 dm^3 , e uma caixa com dimensões que representam números naturais. Então, o professor enfatiza que determinar o volume da piscina é saber quantos cubinhos daqueles pode-se colocar na caixa. E, com o cubo em mãos, relacionam-se volume e capacidade, mostrando para eles o significado da relação $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$.

Ao termino da explanação da matéria e correção dos exercícios, os alunos apresentam suas maquetes deixando registrada a área total, área construída, volume da piscina e orçamento para a construção. É literalmente um fechamento do que foi estudado nos anos iniciais e começo dos anos finais, além de projetar a compreensão em vários assuntos, pois os alunos trabalham na prática os diversos problemas com as 4 operações, utilizando decimais e áreas dos polígonos tendo uma enorme correlação com o cotidiano, como sugere a BNCC.

O desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvol-

vimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2018, p. 266)

Alguns momentos do projeto. Na figura 25 temos o recorte da colocação do projeto da prefeitura de Fortaleza, no qual a escola Otávio de Farias, a qual leciono ficou em 5º lugar dentre os 50 classificados, conseguindo assim uma verba de R\$ 3.000,00 para a compra do material necessário para o desenvolvimento do trabalho. Na figura 26 apresenta a construção do metro linear e do metro quadrado, momento muito importante para a concretização do significado nas unidades padrão de comprimento e superfície. Na figura 27 apresenta os alunos na quadra aferindo o perímetro e a área da quadra. Na figura 28, novamente na sala de aulas os alunos começam a construção da planta baixa de suas casas, trabalhando assim a ideia de escala e nas figuras 29 e 30 apresentam os alunos construindo suas maquetes, desde a parte inicial dos cortes e colagem a parte final, os acabamentos.

Figura 25 – Resultado da Premiação.

COORDENADORIA DE ENSINO FUNDAMENTAL
CÉLULA DE DESENVOLVIMENTO CURRICULAR



PROJETOS SELECIONADOS NO EDITAL DE FINANCIAMENTO DE BOAS PRÁTICAS: CATEGORIA MATEMÁTICA				
CLASSIFICAÇÃO	NOME DO PROFESSOR(A)	DISTRITO DE EDUCAÇÃO	ESCOLA	TÍTULO PROJETO
1	RICARDO DANTAS PINHEIRO	DE 4	ESCOLA MUNICIPAL THOMAZ POMPEU SOBRINHO - EI/EF	REFRIGERADOR SUSTENTÁVEL.
2	ROSYLANE MARTINS PINHEIRO FLAUZINODA SILVA	DE 4	ESCOLA MUNICIPAL JOAO ESTANISLAU FACANHA - EI/EF	CLUBE DE LEITURA DA MATEMÁTICA.
3	ANA PATRICIA DE OLIVEIRA LIMA	DE 6	ESCOLA MUNICIPAL PROFESSORA TEREZINHA FERREIRA PARENTE - EI/EF	RACIOCÍNIO CONSCIENTE.
4	FRANCISCO JOEL DE OLIVEIRA	DE 6	ESCOLA MUNICIPAL PROFESSORA FERNANDA MARIAS DE ALENCAR COLARES - EI/EF	INFLUÊNCIAS DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE FUNÇÕES.
5	JOSE RENATO ALVES DE FREITAS	DE 6	ESCOLA MUNICIPAL OTAVIO DE FARIAS - EI/EF	MATEMÁTICA NA PRÁTICA PARA PROMOVER A INCLUSÃO.

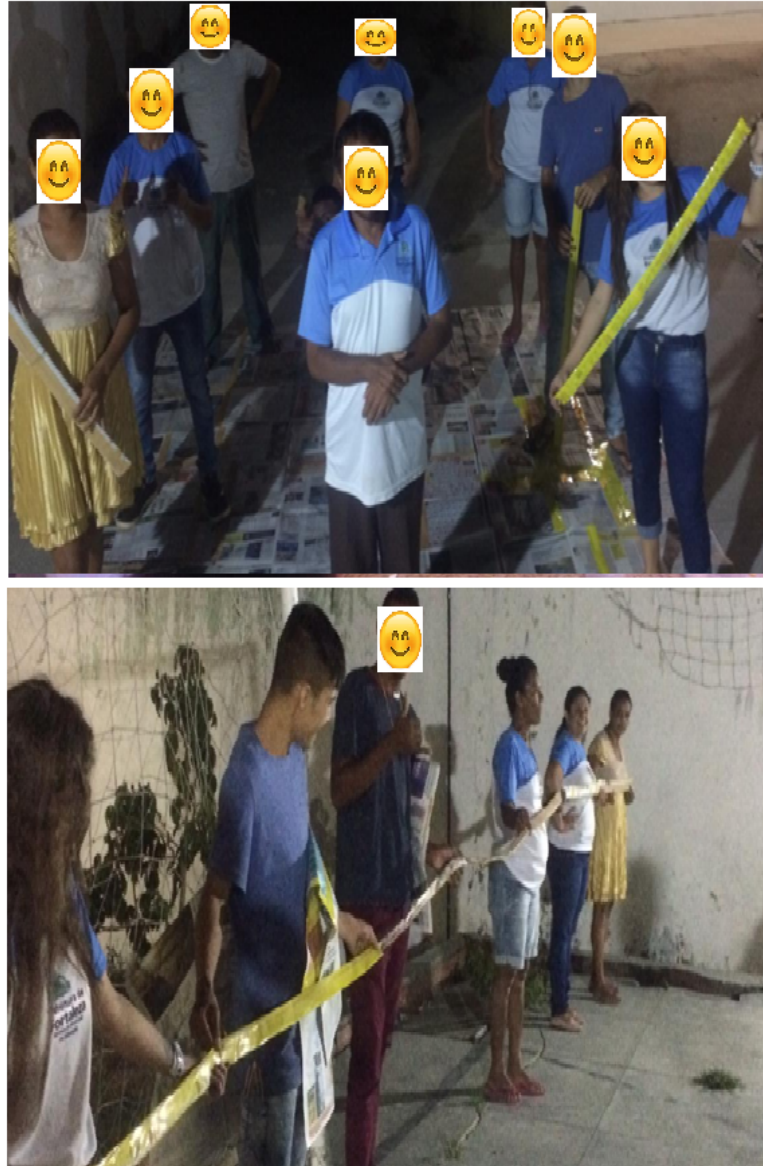
Fonte: PREFEITURA DE FORTALEZA (2019)

Figura 26 – Compreensão do tamanho do metro quadrado.



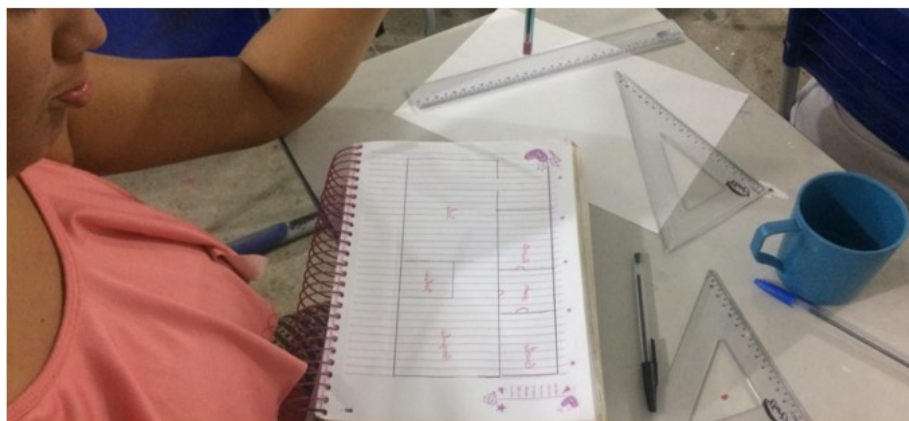
Fonte: Autor, 2021.

Figura 27 – Medindo área e perímetro da quadra da escola.



Fonte: Autor, 2021.

Figura 28 – Construção da planta baixa.



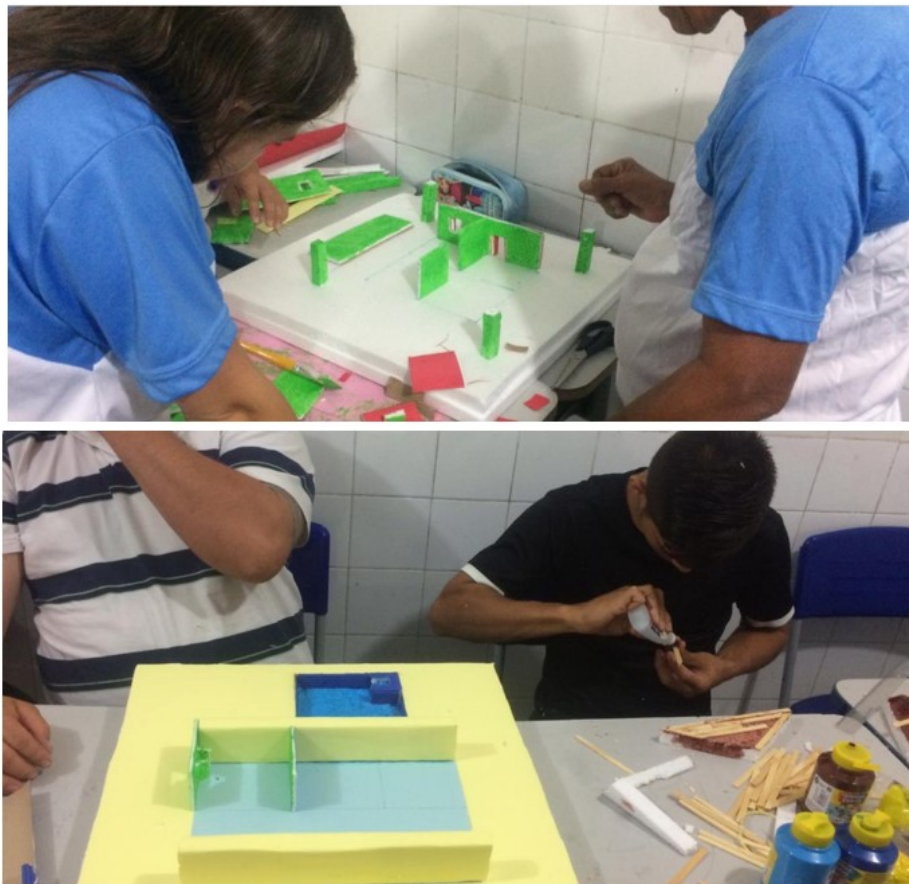
Fonte: Autor, 2021.

Figura 29 – Início da construção das casas.



Fonte: Autor, 2021.

Figura 30 – Confeção das casas.



Fonte: Autor, 2021.

A Figura 31 nos apresentam os alunos do EJA IV apresentando seus trabalhos para os alunos do Ensino Fundamental I. Momento ímpar da exposição do trabalho. Não estava nos planos, foi iniciativa dos alunos, pois alguns têm filhos nesse segmento e eles queriam ter a oportunidade de explicar para seus filhos na frente dos amigos do colégio, validando seus estudos.

Figura 31 – Apresentação das plantas baixas.



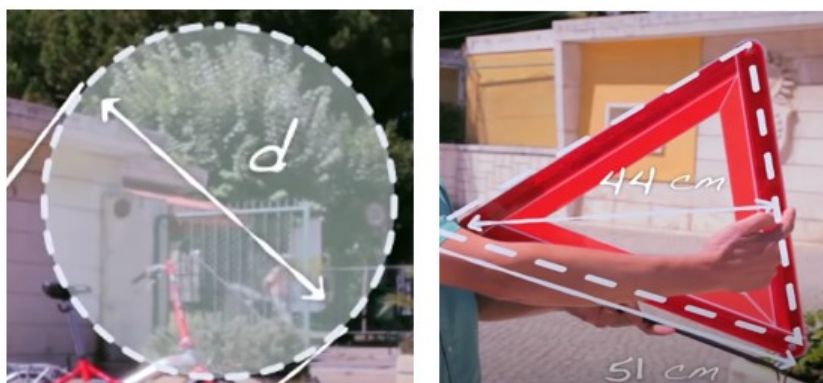
Fonte: Autor, 2021.

4.4 CÍRCULO

A última reformulação da minha aula sobre círculo se deu a partir de vídeos que assisti do professor Rogério Martins, no seu canal de youtube: isto é matemática. De uma forma muito lúdica e real, ele mostra a matemática na rua, nas construções, nas máquinas, no dia a dia, enriquecendo nosso aprendizado e consequentemente nossas aulas.

Então, feita a apresentação inicial do assunto: definição, imagem e elementos, o professor pode caminhar para o cotidiano e correlacionar o assunto indagando a semelhança entre as tampas de esgotos, moedas e rodas de bicicletas. Rapidamente ele escutará a resposta: são círculos. Depois pode-se perguntar qual a vantagem entre as tampas de esgotos que são circulares em relação as retangulares ou outros modelos? Nessa pergunta eles ficam pensando por alguns minutos e até então nenhum aluno trouxe uma explicação plausível. Veja que pelo fato do círculo ter largura constante não é possível tirar a tampa e colocá-la em qualquer outra posição dentro do buraco, já o triângulo, por exemplo, é possível. E na trepidação da tampa, quando os carros passam, pelo fato de ser circular, ela não tem como entrar no próprio buraco, já com outro modelo corre esse risco.

Figura 32 – Imagens de figuras geométricas.

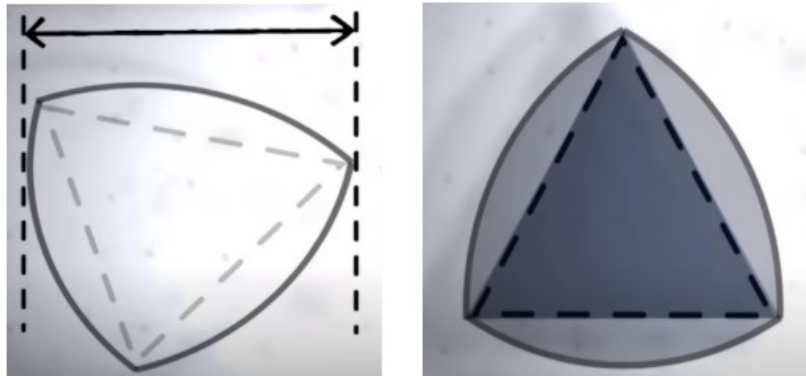


Fonte: Adaptado de Isto é Matemática, (2012)

Os alunos ficam encantados com esse novo olhar e sempre relatam que começaram a observar todas as tampas pelos locais que eles passam. Ainda a título de visão de mundo e percepção da matemática, cotidiano e tecnologia, é interessante perguntar se existe outra figura plana que tenha largura constante, independentemente da posição. O professor deve mostrar para eles a largura do triângulo a partir de dois pontos extremos e rapidamente eles captam que não terão a mesma largura e depois do quadrado.

Então, em sala, o professor pode desenhar um triângulo equilátero e, com o auxílio de um compasso, com a ponta seca em um dos vértices, liga-se os outros dois vértices, formando um setor. Repete esse processo nos outros dois vértices e a figura obtida tem largura constante independentemente da posição que ele se encontra, como mostra a Figura 33.

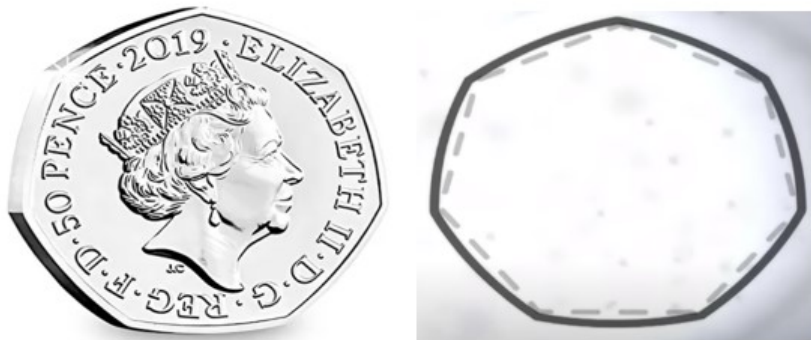
Figura 33 – Imagem Ilustrativa.



Fonte: Adaptado de Isto é Matemática, (2012)

Um outro exemplo é a moeda de 50 pes inglesa, como apresenta a Figura 34.

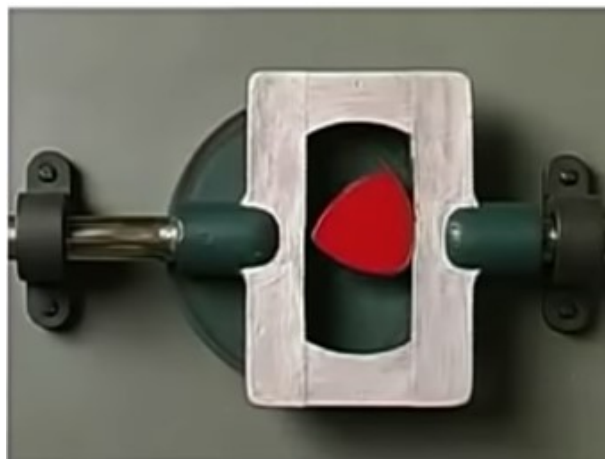
Figura 34 – Moeda de 50 pes inglesa.



Fonte: Adaptado de Isto é Matemática, (2012)

Essas formas de larguras constantes servem para outras realidades além das moedas. Por exemplo, na engenharia mecânica são usadas para transformar movimento de rotação e movimento de translação, como mostra a Figura 35.

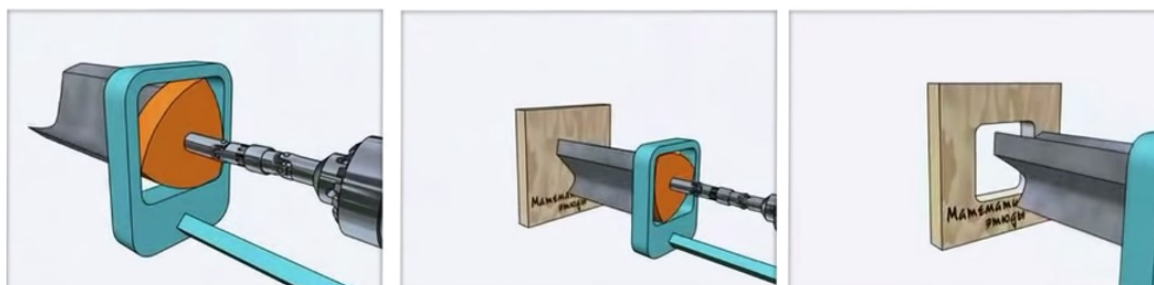
Figura 35 – Transformação de movimento.



Fonte: Adaptado de Isto é Matemática, (2012)

Pode ser usado de maneira imaginável com as brocas para fazer buracos quadrados, pois quando essas formas rodam, formam esses buracos que são verdadeiras obras de arte, como mostra a Figura 36.

Figura 36 – Como perfurar um buraco quadrado.



Fonte: Adaptado de Isto é Matemática, (2012)

Na Figura 37, um chinês fez a combinação da construção do que foi sugerido a partir do triângulo equilátero e colocou para ser as rodas (pneus) da sua bicicleta. Essa combinação está ligada a ideia de criatividade, de maneira mais direta, a aplicação da teoria na vida que se torna mais visível com a solidificação da teoria, no qual foi apresentado nas metodologias no 3º capítulo deste trabalho.

Figura 37 – Bicicleta chinesa sem rodas comuns.



Fonte: Adaptado de Isto é Matemática, (2012)

Ao final desta apresentação, o aluno enxergará mais possibilidades, outras figuras que apresentam largura constante, abrindo a mente dele para diversos universos. E mostrando a aplicação da matemática, até neste momento, desde uma moeda a uma broca que serve para formar buracos num formato jamais esperado.

4.5 EQUAÇÃO DO 2º GRAU

O objetivo deste tópico é trabalhar os problemas que estão no nosso cotidiano, no qual na sua formação apresenta a equação do 2º grau, contudo inicialmente, será mostrada a metodologia do professor Dr. Jorge Brandão para verificar geometricamente o desenvolvimento do produto entre binômios e a resolução da equação do 2º grau a partir de Al-Khwarizmi na qual será explanada de forma concreta a formação e resolução de equação do 2º grau tendo como conceitos iniciais a fatoração e a ideia de área, conforme

a habilidade (EF09MA09) compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau (BRASIL, 2018, p. 315).

Evoluindo neste olhar, a partir do livro do professor Dr. Jorge Carvalho Brandão *Geometria e deficiência visual...ou matemática para quem não gosta, mas precisa* (BRANDÃO,2018), será explorado o tópico extra: compreendendo as raízes de uma equação do 2º grau e nesta parte da apresentação, serão usados exemplos do livro do professor Dr. Jorge Brandão. Manipular uma equação do 2º grau, procedimento a procedimento, é muito trabalhoso. Deste modo, vamos formar equações do 2º grau e depois vamos resolver tais equações, conforme a metodologia a seguir:

Material Necessário:

- ◆ 02 papéis no formato de quadrado (pelo menos);
- ◆ Considerando N a medida do lado dos papéis no formato de quadrado, e fixando certa medida como a unidade, vamos precisar de pelo menos 08 papéis de $1 \times N$;
- ◆ Pelo menos 08 papéis no formato de quadrado com lado 1 (unidade fixa).

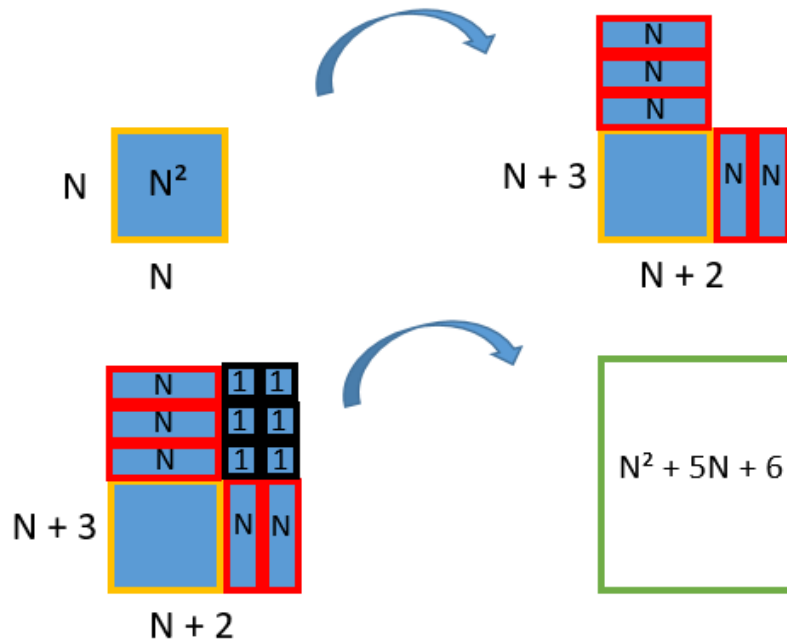
Agora, considere $(N + 3) \times (N + 2)$. Desenvolvendo, temos $N^2 + 5N + 6$. Assim, $N^2 + 5N + 6$ pode ser compreendido como a área de um retângulo de lados $(N + 3)$ e $(N + 2)$.

Manipulando...

- ★ Coloque o papel de área N^2 em cima de uma mesa;
- ★ Do lado direito (ou esquerdo) coloque 03 papéis de área $N(N \times 1)$ de modo que tenhamos altura N e base $N + 3$;
- ★ Em cima (ou em baixo), a partir da extremidade do papel de área N^2 vamos colocar 02 papéis de área N de modo que o lado seja $(N + 2)$;
- ★ Repare que não temos um retângulo. Para tê-lo, torna-se necessário o uso de 06 quadrados de área 1.

A Figura 38 ilustra esse processo.

Figura 38 – Geometria e fatoração



Fonte: Autor, 2021

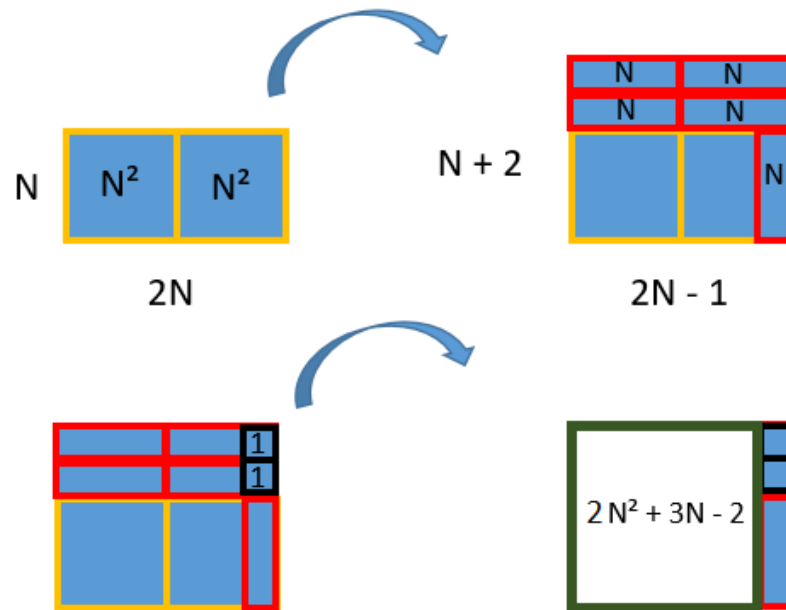
Um outro exemplo: $(2N - 1) \times (N + 2)$. Desenvolvendo, temos $2N^2 + 3N - 2$. Apareceu o sinal de “menos”. Deste modo, com o auxílio de uma caneta (ou com punção, ou cola colorida, ou fita adesiva etc.) vamos identificar um lado do papel para representar a expressão negativa.

Manipulando...

- ★ Coloque lado a lado dois papéis de área N^2 . Note que temos um lado com medida N e o outro com medida $2N$;
- ★ “ $-3N$ ” significa retirar $3N$, mas, olhando para nossa expressão, temos um lado com medida $(2N - 1)$, deste modo, de fora para dentro (ou em cima do quadrado N^2) vamos colocar um retângulo de área N invertido (com parte registrada para cima – identificada);
- ★ Em cima (ou em baixo) vamos colocar dois papéis de área N , de modo a forma lado com medida $(N + 2)$;
- ★ Repare que não temos um retângulo. Para tê-lo, torna-se necessário o uso de 02 retângulos de área N (invertidos) e 02 quadrados de área 1 (invertidos).

A Figura 39 ilustra o processo.

Figura 39 – Geometria e fatoração



Fonte: Autor, 2021

Vale ressaltar que cada caso anterior equivale a:

- Confeccionar um retângulo com os papéis;
- Confeccionar um quadrado com os papéis;
- Não confeccionar retângulo ou quadrado.

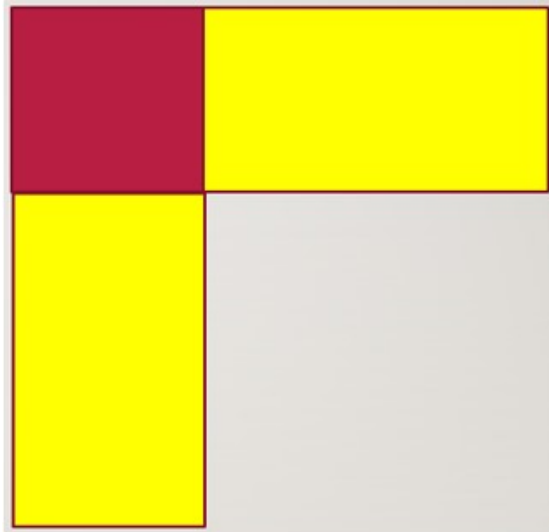
Avançando na construção e recorrendo a Al-Khwarizmi que utilizou a geometria para a resolução de equações do 2º grau tendo conjunto solução restrito aos números naturais, ele reduzia uma equação de 1º ou 2º grau para uma de suas seis fórmulas padrão e em seguida usava a geometria para sua resolução.

Suas equações são lineares ou de 2º grau e são compostas por unidades, raízes e quadrados. Por exemplo, para al-Khwarizmi, uma unidade era um número, uma raiz era x e um quadrado era x^2 . No entanto, embora possamos usar a notação algébrica agora familiar neste artigo para ajudar o leitor a entender as noções, a matemática de Al-Khwarizmi é feita inteiramente em palavras sem se valer de quaisquer símbolos. (IQARAISLAM, [2018?])

Utilizando sua forma padrão de número 4, será resolvida a equação $X^2 + 10x = 39$ (utilizando simbologia da época).

Inicialmente, ele apresenta um quadrado e dois retângulos, como mostra a ilustração da Figura 40.

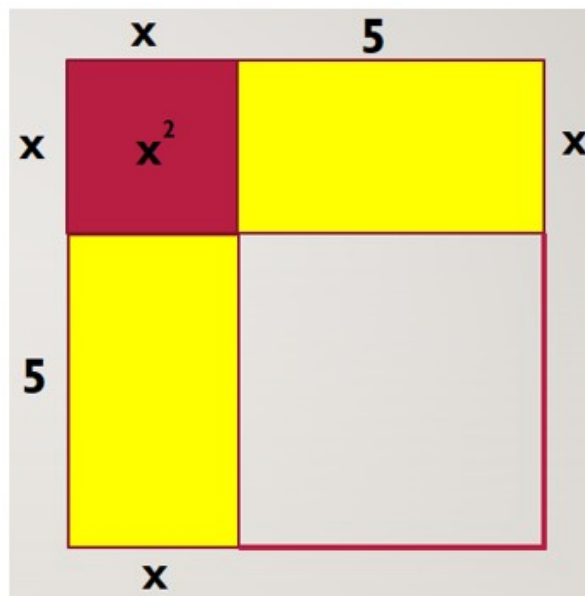
Figura 40 – Resolução geométrica da equação.



Fonte: Autor, 2021.

Como a área do quadrado é 1^2 , ou seja $l \times l$, tem-se que x^2 será a parte vermelha e como a área do retângulo é comprimento \times largura, e como são dois retângulos iguais, tem-se que um dos lados será o próprio x e o outro lado será 5, ou seja, $10 : 2$, como mostra a Figura 41.

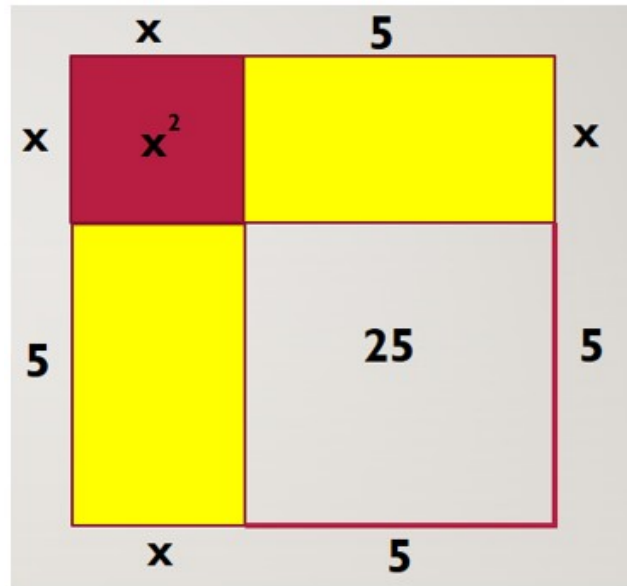
Figura 41 – Resolução geométrica da equação.



Fonte: Autor, 2021.

A partir dessa ideia, percebe-se a formação de um quadrado de lado $(x + 5)$, ou seja, aparece um quadrado de área 25, como apresenta a Figura 42.

Figura 42 – Resolução geométrica da equação.



Fonte: Autor, 2021.

Logo, na equação $X^2 + 10X = 39$, será acrescentado 25, ficando $X^2 + 10X + 25 = 39 + 25$, formando assim, o trinômio quadrado perfeito $(x + 5)^2 = 64$, tendo como resposta o número 3.

É sabido que existe uma maneira prática para determinar a solução de uma equação do 2º grau. Recorra a resolução da equação do 1º grau, que consiste em isolar a variável que se dá através da manipulação dos dois membros, que após a compreensão usa-se um método prático que consiste em colocar os números, que não tem parte literal, todos juntos em um dos membros de tal maneira que os números que precisam ser trocados de membro ele mudará o sinal, o que é positivo, torna-se negativo e vice-versa. Já o coeficiente, como está multiplicando ou dividindo a parte literal no último passo da resolução, ele vai para o outro membro, também, como a operação inversa, ou seja, se ele está multiplicando a parte literal ele vai dividindo e vice-versa, como mostra o exemplo a seguir:

$$2x + 8 = 20.$$

1º passo: serão colocados todos os números que não têm parte literal para o segundo membro. Neste caso, só o número 8 que irá com o sinal de menos.

$$2x = 20 - 8$$

$$2x = 12.$$

2º passo: o número 2 que está multiplicando x irá para o outro lado dividindo.

$$\begin{aligned}x &= \frac{12}{2} \\x &= 6.\end{aligned}$$

Veja que, em linhas gerais, a resolução da equação do 1º grau se dá através desse processo e que está totalmente ligada à resolução da equação do 2º grau, porém a resolução já foi estabelecida algebricamente, precisando somente substituir os parâmetros nos termos correspondentes.

Como a equação do 2º grau se estabelece na forma $ax^2 + bx + c = 0$, com a, b e c reais e $a \neq 0$ não é possível somar os coeficientes, pois ele têm partes literais diferentes, mas seguindo o mesmo raciocínio da equação do 1º grau, através da manipulação, é possível determinar o(s) valor(es) de x como mostra a seguir.

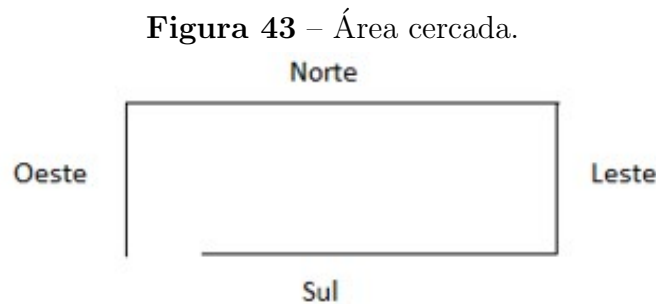
$$\begin{aligned}ax^2 + bx + c &= 0 \Leftrightarrow \\a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c &= 0 \Leftrightarrow \\a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right) + c &= 0 \Leftrightarrow \\a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - a \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + c &= 0 \Leftrightarrow \\a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c &= 0 \Leftrightarrow \\a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 &= \frac{b^2}{4a} - c \Leftrightarrow \\ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 &= \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \Leftrightarrow \\x + \frac{b}{2a} &= \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \Leftrightarrow \\x &= -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \Leftrightarrow \\x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}} \Leftrightarrow \\x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.\end{aligned}$$

4.5.1 Problemas do Cotidiano Envolvendo Equações do 2º Grau

Feita esta introdução que perpassa pela movimentação do aluno para a compreensão das técnicas e interpretações de como se determinar a solução das equações do 2º grau, serão apresentados alguns problemas do cotidiano, à luz do livro “A matemática do ensino fundamental e médio aplicada à vida” do professor Sebastião Vieira (NASCI-MENTO, 2011), que sua resolução se dá através da equação do 2º grau.

A equação do 2º grau nas atividades de um criador de ovelhas.

Problema 1. Severino comprou 75 ovelhas e, juntamente com seus filhos, cercou uma área retangular com $75 m^2$, para abrigar as 75 ovelhas, ou seja, um m^2 para cada ovelha. A área cercada tinha 15 m de comprimento por 5 m de largura. Deixou um vão de um metro, no lado sul, para colocar uma cancela. (Fig.43)

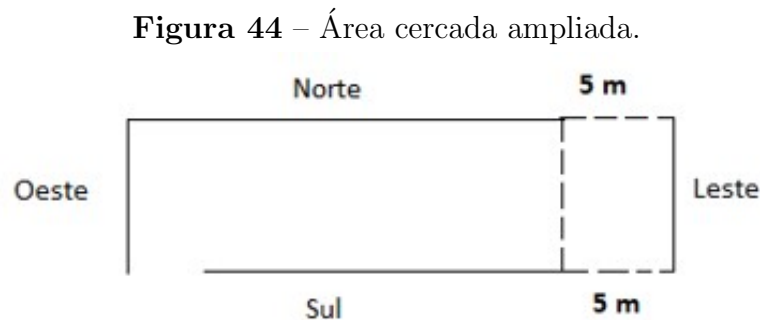


Fonte: Autor, 2021.

Após cercar a área, Severino calculou que havia gasto, com varas e estacas, 50 $u.m.$ por cada metro linear.

Decorridos alguns dias, Severino compra mais 25 ovelhas e resolve aumentar a área cercada para abrigar as 100 ovelhas. Para aumentar a área, Severino estava planejando fazer o seguinte: comprar 10 m lineares de varas e estacas, prolongar, no sentido leste: 5 m no lado norte, 5 m no lado do sul e retirar as varas e estacas do lado leste, e fechar a abertura.

Caso fosse realizado o seu plano, a área cercada ficaria com 20 m de comprimento por 5 m de largura, ou seja, 100 m^2 . Como cada metro quadrado abriga uma ovelha, logo, 100 m^2 abrigariam, as 100 ovelhas. (Fig. 44)



Fonte: Autor, 2021.

Ora, se Severino gastou 50 *u.m.* por metro linear de cerca, então, para aumentar a área, em 10 *m* lineares, gastaria 500 *u.m.* a mais.

Veja que o raciocínio do seu Severino não está errado, mas se a redondeza de onde esteja o terreno feito para as ovelhas, também, é dele, poderá refazer o cercado, de tal maneira que ele não irá precisar gastar mais nada com cercas.

Fazer por tentativa, não seria a melhor solução, pois poderia, inclusive, não encontrar o terreno esperado, logo ele precisará recordar da matemática ensinada anos finais, especificamente, da equação do 2º grau, pois através dela é possível demonstrar que de um determinado comprimento (de cerca, arame, tela, etc.) obtém-se a maior área retangular cercada, quando esse retângulo é um quadrado.

Logo, seu Severino iria fazer um terreno quadrado de dimensões 10 *m* × 10 *m*, que dará 100 *m*², atendendo sua necessidade. ■

Problema 2. Deseja-se saber quanto tempo gasta-se e quantos amigos um aluno (anjo) pode ajudar, tendo em vista seu tempo de estudo pessoal, para que ele possa, também, organizar sua rotina. Então, supondo que ele ajude exatamente 2 pessoas, cada amigo terá direito a 60 minutos. Havendo uma diminuição de 10 minutos para cada amigo que exceder os 2. Qual o tempo máximo que um anjo gastará por dia ajudando os amigos? E qual a quantidade máxima de amigos?

Resolução: Simulação:

1. Tempo de estudo com cada amigo quando são 3 amigos.

$$60 - 10 \cdot (1) = 60 - 10(3 - 2) = 50.$$

2. Tempo de estudo com cada amigo quando são 4 amigos.

$$60 - 10 \cdot (2) = 60 - 10(4 - 2) = 40.$$

3. Tempo de estudo com cada amigo quando são *x* amigos.

$$60 - 10(x - 2) = 80 - 10x.$$

Como o tempo total é o resultado do produto entre o número de amigos e o tempo de estudo, logo, $R = x(80 - 10x) = 80x - 10x^2$.

Observe que a equação da receita é do 2º grau, logo seu gráfico é uma parábola com a concavidade voltada para cima, pois o coeficiente de x^2 é negativo, possuindo valor máximo no vértice da parábola. Veja: $V_X = -\frac{b}{2a}$, e como $a = -10$ e $b = 80$, logo, $V_X = -\frac{80}{2 \cdot (-10)} = 4$. Portanto, $x = 4$.

Logo, a maior quantidade de amigos que ele poderá ajudar serão 4 amigos, e tempo máximo será de 160 minutos.

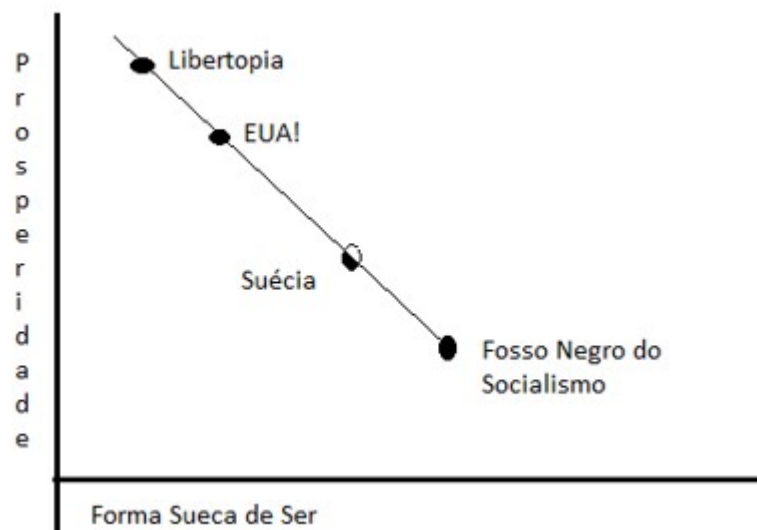
É importante observar esses dados para que o aluno tenha uma compreensão do tempo gasto para ajudar os amigos e como ele poderá organizar esse momento, tendo em vista que ele também precisa estudar. ■

4.5.2 Análise e ponto de vista a partir dos gráficos das equações de 1º e 2º grau.

A equação do 1º grau, bem como a do 2º grau nos dão uma perspectiva a partir do gráfico, sendo a primeira uma reta e a segunda uma parábola. Cada uma com suas especificidades e coletas diferentes de informações. A do 1º grau apresenta um contexto proporcional, enquanto na do 2º grau pode-se coletar o máximo e o mínimo de um evento, bem como pontos com mesma ordenada e abscissas diferentes que podem gerar grandes reflexos como a que aconteceu nos EUA entre o pensamento do então presidente Obama e seus aliados ao pensamento de Daniel J. Mitchell, do liberatório Instituto Cato que de acordo com o livro *O Poder do Pensamento Matemático* (ELLENBERG, 2015), postou algo bem provocativo em relação aos Estados Unidos buscar ser parecido com a Suécia. “Por que Obama está tentando tornar os Estados Unidos mais parecidos com a Suécia quando os suecos tentam ser parecidos com a Suécia?” Essa fala não se dá na totalidade, mas por um contexto específico, é em relação a quantidade de serviços e taxaço.

A ideia apresentada por Michell pode ser vista com uma perspectiva linear como na Figura 45. Gráfico criado por Jordan Ellenberg.

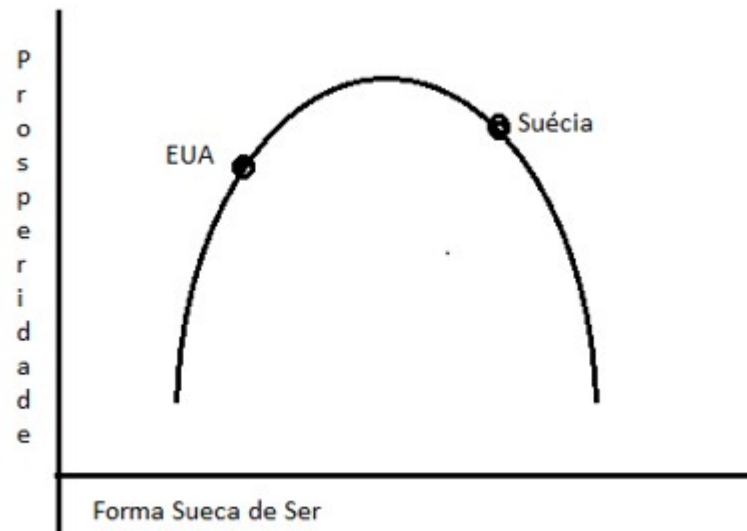
Figura 45 – Forma Sueca de ser.



Fonte: ELLENBERG, (2015).

Já a ideia das pessoas, cujo pensamento econômico está mais próximo ao do Obama que do Instituto Cato, apresenta um gráfico numa perspectiva de parábola, como mostra a Figura 46. Gráfico criado por Jordan Ellenberg.

Figura 46 – Forma Sueca de ser.



Fonte: ELLENBERG, (2015).

Veja que os dois gráficos apresentam informações bem controversas. No primeiro gráfico, o entendimento é que os EUA pode se encaminhar para o jeito “Sueco de ser” e entrar numa situação muito complicada, já no segundo apresenta que ele pode ter a mesma prosperidade e estando distante do jeito Sueco de ser.

Esta é uma ótima relação para explorar o entendimento e análise crítica dos gráficos e não ficar somente nas cobranças de coeficiente angular, valores máximos e mínimos ou localização de um par ordenado no gráfico, mas sim, o entendimento e alcance dos gráficos, sabendo fazer uma leitura de um contexto e esboçar um gráfico razoável, fazendo o processo contrário, mostrando, assim, visão do todo.

5 CONCLUSÃO

A construção dessa dissertação foi um momento muito rico de estudo, tanto em sua produção, quanto nas partilhas com o professor orientador. Uma oportunidade para pausar o fazer pedagógico refletir as conduções, estratégias e estudar para aperfeiçoá-las.

Primeiramente por convite do professor começamos a nos reunir de maneira informal um semestre antes do previsto e esta condução nos ajudou a refletir melhor a construção da dissertação e também, antever alguns contratempos pelas demandas das disciplinas do último semestre. O fato é que nesse período consegui estruturar nossa proposta e em alguns momentos tornou-se, inclusive, oportuno tirar algumas dúvidas sobre minha forma de ministrar alguns conteúdos.

No primeiro capítulo foi uma oportunidade de estudar e validar o que acredito como educador, construir o conhecimento a partir do contato com o aluno, formar uma ligação, formar uma história e a partir dela acredito que ministrar o conteúdo torna-se um encantamento, um crescimento, uma descoberta.

No segundo capítulo tive a oportunidade de estudar e aprender melhor sobre o material desenvolvido a partir do PISA, a taxonomia de Bloom e a sala de aula invertida. Eram assuntos que uma vez por outra eu escutava, mas nunca tive tempo de me aprofundar e foi muito significativo tomar posse desse conhecimento. Minhas aulas, com certeza, serão diferentes, pois é quase impossível diante de tanta riqueza de informação não melhorar a condução de ajuda e alcance dos alunos.

No terceiro capítulo tive a oportunidade de sistematizar algumas aulas e unilas a perspectivas pedagógicas da BNCC. Nela, percebo o ápice dessa construção, onde os alunos estão envolvidos, aprendendo, ganhando significado humano, social, intelectual, afetivo e desenvolvendo sua autoestima que nessa fase está muito ligada a dimensão intelectual.

O que foi estudado, construído e vivido nesse período renovou o meu ser professor, trouxe-me vários propósitos humano e profissional, pois não consigo vê-los separados e com um desejo maior de crescer e ajudar o próximo na construção dos seus significados.

REFERÊNCIAS

- APOIOESCOLAR. *Trabalhando com frações*. [S. I.], [2019?]. Disponível em: https://www.apoioescolar24horas.com.br//salaaula/estudos/matematica/019_fracoes/?\protect\@normalcr\relaxcod_aula=1668&sNivelEduca=efaf. Acesso em 13 de outubro de 2021.
- BARBOSA, Mariana Ferreira; BARCELOS, Gilmara Teixeira; BATISTA, Silvia Cristina F. *Sala de Aula Invertida: Caracterização e Reflexões*. In: Congresso integrado da tecnologia da informação, 2015. Disponível em: <https://docplayer.com.br/87260941-Sala-\protect\@normalcr\relaxde-aula-invertida-caracterizacao-e-reflexoes.html>. Acesso em: 12 de Julho de 2021.
- BRANDAO, J. C.. *Geometria e deficiência visual... ou matemática para quem não gosta, mas precisa*. 1. ed. Curitiba/PR: CRV, 2018. v. 1. 108p
- BRANDAO, C. R.. *O que é educação*. 19. ed. São Paulo: Brasiliense, 1989.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 08 de Julho de 2021.
- BERGMANN, Jonathan; SAMS, Aaron. *Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem*. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- CASTRO, Cláudio de Moura. *Você Sabe Estudar? Quem sabe estuda menos e aprende mais*. Porto Alegre: Penso, 2015.
- DUTRA, Rodrigo. *Qual é a diferença entre competência e habilidade para a BNCC?* [S. I.] [2021] Disponível em: <https://tutormundi.com/blog/competencia-e-habilidade/>. Acesso em 24 de setembro de 2021.
- EDUCAR.ONLINE. *Entendendo a pirâmide de Bloom*. [S. I.] [2019?] Disponível em: <https://educar.online/247/entendendo-a-piramide-de-bloom/>. Acesso em 12 de agosto de 2021.
- ELLENBERG, Jordan. *O poder do pensamento matemático: A ciência de como não estar errado*. 1 ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2015.
- FERREIRA, Ana Celia de Oliveira. *Taxonomia da aprendizagem - Taxonomia de Bloom*. [S. I.], [2019?] Disponível em: <https://escoladigital.org.br/odas/taxonomia-da-\protect\@normalcr\relaxaprendizagem-taxonomia-de-bloom>. Acesso em 11 de agosto

de 2021.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. 54. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, Paulo. *A importância do ato de ler: em três artigos, que se completam* – 48^o edição – São Paulo, Cortez, 2006.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia. Saberes Necessários à Prática Educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FERNANDÉZ, A. *A inteligência aprisionada*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1991.

IQARAISLAM. *Conheça a obra de al-Khwārizmī, o Pai da Álgebra*. [S. I.] [2018?] Disponível em: <https://iqaraislam.com/conheca-a-obra-de-al-khwarizmi-o-pai-da-protect@normalcr/relaxalgebra>. Acesso em 10 de agosto de 2021.

ISTO é Matemática - T01E01 - Reinventar a roda (Sociedade Portuguesa de Matemática - Rogério Martins). Produção: SIGMA 3, 2012. Distribuidora: SIC Notícias e SIC Internacional. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=fK_v-hyMrUo&list=PLByv3zmEDi4_Lea_0S5JR8q5h0n49k2QE. Acesso em 12 de agosto de 2021.

JARES, X. R. *Educar para a paz em tempos difíceis*. São Paulo: Palas Athenas, 2007.

MATOS, K. S. A. L. *Cultura de paz, ética e espiritualidade II*. Fortaleza: Edições UFC, 2011.

MISS GLAU. *O que é a Taxonomia de Bloom?* [S. I.], [2019?] Disponível em: <http://missglauedu.weebly.com/taxonomia-de-bloom-e-tecnologia.html> Acesso em 11 de agosto de 2021.

NASCIMENTO, Sebastião Vieira do. *A matemática no ensino Fundamental e Médio Aplicada à Vida*. 1. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2011.

NÓVOA, Antonio. (coord). *Os professores e sua formação*. Lisboa-Portugal: Dom Quixote, 1997.

OCDE. *10 Questões para professores de matemática e como o PISA pode ajudar a respondê-las*. 1. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2018.

PARO, Vitor *PROFESSOR artesão ou operário?* São Paulo : Cortez, 2018.

PREFEITURA DE FORTALEZA. *Projetos selecionados no edital de financiamento de boas práticas: categoria matemática*. [Fortaleza, Ce], 18 mar, 2019. Disponível em: http://intranet.sme.fortaleza.ce.gov.br/files/2019/Resultado_FINAL_DE_Matematica.pdf Acesso em 10 de agosto de 2021.

RODRIGUES JÚNIOR, J. F.. *Taxonomias de objetivos educacionais*. 2. ed. Brasília:Unb, 2016. 88p.

SILVA, Marcos. *História das Porcentagens*. Brasil Escola. [2019?] Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/historia-das-porcentagens.htm>. Acesso em 10 de agosto de 2021.

TACTILEO. *Taxonomia de Bloom e digital learning*. [S. I.], [2019?] Disponível em: <https://www.tactileo.com/br/educacao-basica/taxonomia-de-bloom-e-digital-learning/>. Acesso em 12 de agosto de 2021.

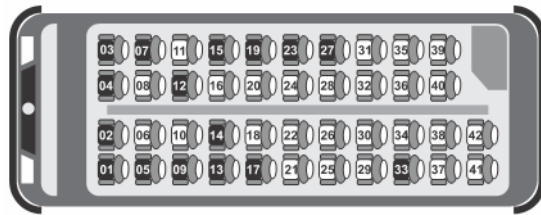
TELES, M. L. S. *Educação, A Revolução Necessária*. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 2011.

TODAMATÉRIA. *O que é fração?* [S. I.], [2019?] Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/o-que-e-fracao/>. Acesso em 10 de agosto de 2021.

APÊNDICE A – QUESTÕES DO ENEM – RESOLVIDAS

1. (Enem 2020) Uma empresa de ônibus utiliza um sistema de vendas de passagens que fornece a imagem de todos os assentos do ônibus, diferenciando os assentos já vendidos, por uma cor mais escura, dos assentos ainda disponíveis. A empresa monitora, permanentemente, o número de assentos já vendidos e compara-o com o número total de assentos do ônibus para avaliar a necessidade de alocação de veículos extras.

Na imagem tem-se a informação dos assentos já vendidos e dos ainda disponíveis em um determinado instante.



A razão entre o número de assentos já vendidos e o total de assentos desse ônibus, no instante considerado na imagem, é

- a) $\frac{16}{42}$
- b) $\frac{16}{26}$
- c) $\frac{26}{42}$
- d) $\frac{42}{26}$
- e) $\frac{42}{16}$

Resolução: Nesta questão trabalha-se o assunto de fração, a relação da parte e do todo, que está associado diretamente a dinâmica da pizza quando questiona a fração que representa n fatias de uma pizza, por exemplo. Veja que o ônibus possui 42 assentos e 16 já foram vendidos, logo conclui-se que a razão pedida é $\frac{16}{42}$.

2. (Enem 2020) O quadro representa os gastos mensais, em real, de uma família com internet, mensalidade escolar e mesada do filho.

Internet	Mensalidade escolar	Mesada do filho
120	700	400

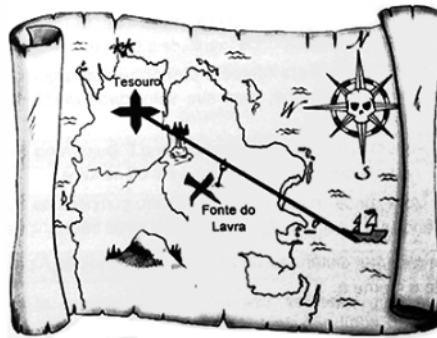
No início do ano, a internet e a mensalidade escolar tiveram acréscimos, respectivamente, de 20% e 10%. Necessitando manter o valor da despesa mensal total com os itens citados, a família reduzirá a mesada do filho. Qual será a porcentagem da redução da mesada?

- a) 15,0
- b) 23,5
- c) 30,0
- d) 70,0
- e) 76,5

Resolução: Nesta questão tem-se a relação da fração com a porcentagem. Uma maneira de determinar o percentual da internet e da mensalidade será a partir da divisão por 5 e por 10, respectivamente, que se justifica pela fração irredutível dos percentuais de 20% e 10%, como foi sugerido no capítulo 4. Logo tem-se $120 : 5 + 700 : 10 = 24 + 70 = 94$ Ou seja deverá ser reduzido R\$ 94,00 da mesada. Então , novamente utilizando a ideia do todo e da parte, a mesada representa o todo e os 94 reais a parte que se deseja saber o percentual ficando representado assim $\frac{94}{400}$. E para que se obtenha o percentual será dividida por 4 ficando 100 no denominador. Obtendo $\frac{94 \div 4}{400 \div 4} = \frac{23,5}{100} = 23,5\%$.

3. (Enem 2018) Um mapa é a representação reduzida e simplificada de uma localidade. Essa redução, que é feita com o uso de uma escala, mantém a proporção do espaço representado em relação ao espaço real.

Certo mapa tem escala 1 : 58.000.000



Disponível em: <http://oblogdedaynabrigth.blogspot.com.br>. Acesso em: 9 ago. 2012.

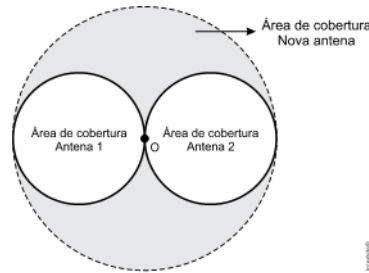
Considere que, nesse mapa, o segmento de reta que liga o navio à marca do tesouro meça $7,6\text{cm}$

- A medida real, em quilômetro, desse segmento de reta é a)
- a) 4.408
 - b) 7.632
 - c) 44.080
 - d) 76.316
 - e) 440.800

Resolução: Com a compreensão da leitura de escala que é trabalhada no projeto da maquete o aluno perceberá que a cada unidade do desenho ele terá 58 milhões de unidade

no tamanho real. Como o desenho tem 7,6 cm, logo o tamanho real terá 7,6 vezes 58 milhões, totalizando 440.800.000 cm, ou seja 4.408 km.

4. (Enem 2015) Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2km cujas circunferências se tangenciam no ponto O , como mostra a figura.



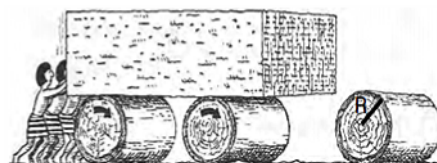
O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores.

Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em

- a) 8π
- b) 12π
- c) 16π
- d) 32π
- e) 64π

Resolução: Para a resolução desta questão torna-se pertinente o recurso da fórmula da área e raciocínio lógico. Veja que a área total de cobertura das duas antenas era de $2\pi 2^2 = 8\pi \text{km}^2$. Com a nova antena, a área passou a ser de $16\pi \text{km}^2$, logo o aumento foi de $16\pi - 8\pi = 8\pi \text{km}^2$.

5. (Enem 2010) A ideia de usar rolos circulares para deslocar objetos pesados provavelmente surgiu com os antigos egípcios ao construírem as pirâmides.



BOLT, Brian. *Atividades matemáticas*. Ed. Gradiva

Representando por R o raio da base dos rolos cilíndricos, em metros, a expressão do deslocamento horizontal y do bloco de pedra em função de R após o rolo ter dado uma

volta completa sem deslizar, é

a) $y = R$

b) $y = 2R$

c) $y = \pi R$

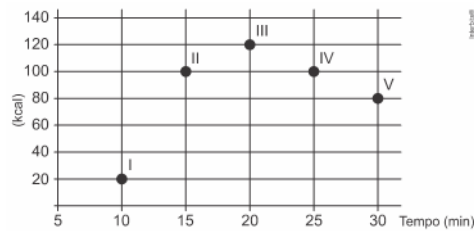
d) $y = 2\pi R$

e) $y = 4\pi R$

Resolução: Esta questão exige um olhar mais sutil assim como foi apresentado no tópico de círculo. Veja que ao girar, a circunferência se desloca, ela não fica girando no mesmo local, pois tem-se o movimento de rotação e translação conforme figura 35. Logo ao fazer uma volta completa, a pedra percorre o comprimento de duas voltas, a que a circunferência faz sobre si e a do deslocamento, ambas inclusas no mesmo movimento. Então o percurso feito pela pedra é de $y = 4\pi R$.

APÊNDICE B – QUESTÕES DO ENEM – PROPOSTAS

1. (Enem 2019) Os exercícios físicos são recomendados para o bom funcionamento do organismo, pois aceleram o metabolismo e, em consequência, elevam o consumo de calorias. No gráfico, estão registrados os valores calóricos, em *kcal* gastos em cinco diferentes atividades físicas, em função do tempo dedicado às atividades, contado em minuto.



Qual dessas atividades físicas proporciona o maior consumo de quilocalorias por minuto?

- a) *I*
- b) *II*
- c) *III*
- d) *IV*
- e) *V*

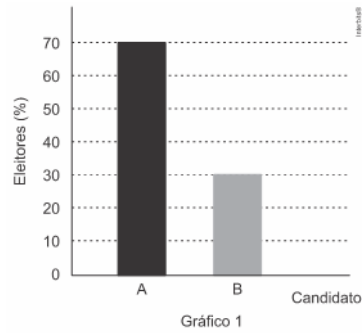
2. (Enem 2019) Uma pessoa, que perdeu um objeto pessoal quando visitou uma cidade, pretende divulgar nos meios de comunicação informações a respeito da perda desse objeto e de seu contato para eventual devolução. No entanto, ela lembra que, de acordo com o Art. 1.234 do Código Civil, poderá ter que pagar pelas despesas do transporte desse objeto até sua cidade e poderá ter que recompensar a pessoa que lhe restituir o objeto em, pelo menos, do valor do objeto.

Ela sabe que o custo com transporte será de um quinto do valor atual do objeto e, como ela tem muito interesse em reavê-lo, pretende ofertar o maior percentual possível de recompensa, desde que o gasto total com as despesas não ultrapasse o valor atual do objeto.

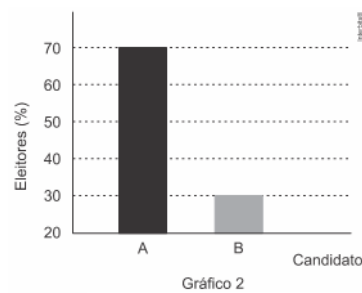
Nessas condições, o percentual sobre o valor do objeto, dado como recompensa, que ela deverá ofertar é igual a

- a) 20%
- b) 25%
- c) 40%
- d) 60%
- e) 80%

3. (Enem 2017) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.



Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.



Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é

- 0
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{5}$
- $\frac{2}{15}$
- $\frac{8}{35}$

4. (Enem 2016) Cinco marcas de pão integral apresentam as seguintes concentrações de fibras (massa de fibra por massa de pão):

- Marca A: 2g de fibras a cada 50g de pão;
- Marca B: 5g de fibras a cada 40g de pão;
- Marca C: 5g de fibras a cada 100g de pão;
- Marca D: 6g de fibras a cada 90g de pão;
- Marca E: 7g de fibras a cada 70g de pão.

Recomenda-se a ingestão do pão que possui a maior concentração de fibras.

A marca a ser escolhida é

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

5. (Enem 2020) A fabricação da Bandeira Nacional deve obedecer ao descrito na Lei n. 5.700, de 1º de setembro de 1971, que trata dos Símbolos Nacionais. No artigo que se refere às dimensões da Bandeira, observa-se:

“Para cálculos das dimensões, será tomada por base a largura, dividindo-a em 14 (quatorze) partes iguais, sendo que cada uma das partes será considerada uma medida ou módulo (M). Os demais requisitos dimensionais seguem o critério abaixo:

I. Comprimento será de vinte módulos ($20M$)

II. A distância dos vértices do losango amarelo ao quadro externo será de um módulo e sete décimos ($17M$)

III. O raio do círculo azul no meio do losango amarelo será de três módulos e meio ($3.5M$)”

A figura indica as cores da bandeira do Brasil e localiza o quadro externo a que se refere a Lei n. 5.700.



Um torcedor, preparando-se para a Copa do Mundo e dispondo de cortes de tecidos verde e ($180\text{cm} \times 150\text{cm}$) amarelo (o quanto baste), deseja confeccionar a maior Bandeira Nacional possível a partir das medidas do tecido verde.

Qual a medida, em centímetro, do lado do menor quadrado de tecido azul que deverá ser comprado para confecção do círculo da bandeira desejada?

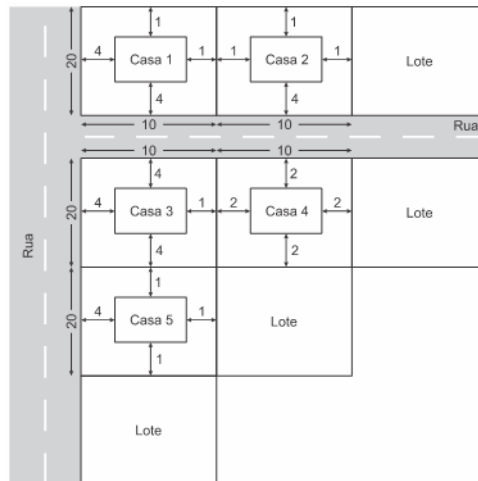
- a) 27
- b) 32
- c) 53
- d) 63
- e) 90

6. (Enem 2020) A lei municipal para a edificação de casas em lotes de uma cidade determina que sejam obedecidos os seguintes critérios:

- afastamento mínimo de $4m$ da rua;

- afastamento mínimo de $1m$ da divisa com outro lote;
- área total construída da casa entre 40% e 50% da área total do lote.

Um construtor submeteu para aprovação na prefeitura dessa cidade uma planta com propostas para a construção de casas em seus 5 lotes. Cada lote tem área medindo $200m^2$. A imagem apresenta um esquema, sem escala, no qual estão representados os lotes, as ruas e os afastamentos considerados nos projetos entre as casas e as divisas dos lotes. As medidas indicadas no esquema estão expressas em metro.



A prefeitura aprovará apenas a planta da casa

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

7. (Enem 2019) Uma administração municipal encomendou a pintura de dez placas de sinalização para colocar em seu pátio de estacionamento.

O profissional contratado para o serviço inicial pintará o fundo de dez placas e cobrará um valor de acordo com a área total dessas placas. O formato de cada placa é um círculo de diâmetro $d = 40cm$ que tangencia lados de um retângulo, sendo que o comprimento total da placa é $h = 60cm$ conforme lustrado na figura.

Use $3,14$ como aproximação para π



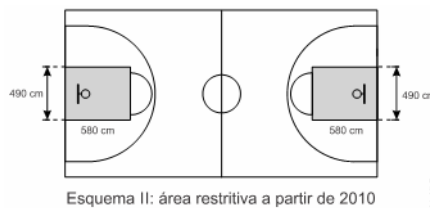
Qual é a soma das medidas das áreas, em centímetros quadrados, das dez placas?

- a) 16.629
- b) 22.280
- c) 39.560
- d) 41.120
- e) 66.240

8. (Enem 2015) O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

- a) aumento de 5.800cm^2
- b) aumento de 75.400cm^2
- c) aumento de 314.600cm^2
- d) diminuição de 63.800cm^2
- e) diminuição de 373.600cm^2

9. (Enem 2011) Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

Terreno 1: 55m por 45m

Terreno 2: 55m por 55m

Terreno 3: $60m$ por $30m$

Terreno 4: $70m$ por $20m$

Terreno 5: $95m$ por $85m$

Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.