



UNIVERSIDADE DA INTEGRAÇÃO INTERNACIONAL DA LUSOFONIA  
AFRO-BRASILEIRA  
PRO-REITORIA DE GRADUAÇÃO – PROGRAD  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA - ICeN  
CURSO DE LICENCIATURA EM CIÊNCIAS DA NATUREZA E  
MATEMÁTICA - HABILITAÇÃO EM FÍSICA

ROBERTA FERREIRA DE ARRUDA GARCIA MUGOT

OSCILADOR HARMÔNICO: EXEMPLOS E APLICAÇÕES PARA O ENSINO  
MÉDIO

ACARAPE

2018

ROBERTA FERREIRA DE ARRUDA GARCIA MUGOT

OSCILADOR HARMÔNICO: EXEMPLOS E APLICAÇÕES PARA O ENSINO  
MÉDIO

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática - habilitação em física do Instituto de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Licenciada em Ciências da Natureza e Matemática com Habilitação em Física.

Orientador: Prof. Dr. Aristeu Rosendo Pontes Lima.

ACARAPE - CE

2018

**Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira**  
**Sistema de Bibliotecas da UNILAB**

Catálogo de Publicação na Fonte.

---

Mugot, Roberta Ferreira de Arruda Garcia. M951o

Oscilador harmônico: exemplos e aplicações para o ensino médio / Roberta Ferreira de Arruda Garcia Mugot. - Acarape, 2018.  
44f: il.

Trabalho de Conclusão de Curso - Curso de Ciências da Natureza e Matemática, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro- Brasileira, Redenção, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Aristeu Rosendo Pontes Lima.

1. Osciladores. 2. Movimento harmonico simples. 3. Física -Ensino. I.  
Título

CE/UF/BSP

CDD 530.07

---

ROBERTA FERREIRA DE ARRUDA GARCIA MUGOT

OSCILADOR HARMÔNICO: EXEMPLOS E APLICAÇÕES PARA O ENSINO  
MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)  
apresentado ao Instituto de Ciências Exatas e  
da Natureza da Universidade da Integração  
Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira,  
como parte dos requisitos para a obtenção do  
Título de Licenciado em Ciências da Natureza  
e Matemática com Habilitação em Física.

Aprovado em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Aristeu Rosendo Pontes Lima (Orientador)  
Instituto de Ciências Exatas e da Natureza – UNILAB

---

Prof. Dr. João Philipe Macedo Braga  
Instituto de Ciências Exatas e da Natureza – UNILAB

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Sinara Mota Neves de Almeida  
Instituto de Ciências Exatas e da Natureza - UNILAB

"hooooawo wo oo scoowhhuscowhaooo  
sraahc akworcwwwoahaooo waoo huwhah-  
howorecco" Chewbacca

## **AGRADECIMENTOS**

Meus agradecimentos ao Prof. Dr. Aristeu Rosendo Pontes Lima, pela paciência e por todos os anos de orientação.

E agradeço também aos professores da banca examinadora, Prof. Dr. João Philipe Macedo Braga e Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Sinara Mota Neves de Almeida pelas valiosas colaborações e sugestões.

## RESUMO

A compreensão de vários problemas enfrentados no dia-a-dia por cientistas e professores de física pode ser buscada tanto analítica como, experimental. Nesse sentido, problemas que envolvem o oscilador harmônico são de especial interesse por terem uma abordagem teórica como também à possibilidade de demonstração experimental. Seu estudo é muito importante em diversas áreas do conhecimento, no que tange a inquestionável contribuição matemática e experimental em qualquer nível de informação, desde a física ensinada no ensino médio à utilizada em grandes centros de pesquisas. Neste trabalho, propomos o estudo teórico e experimental, do movimento harmônico simples considerando seu desenvolvimento em problemas clássicos de física, no nível médio de ensino, além de trazer uma breve discussão sobre a importância da experimentação no desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Propomos também o desenvolvimento de exemplos experimentais de oscilador harmônico, construindo aparato a partir de materiais de baixo custo, que podem facilmente ser reproduzidos em sala, nas aulas de física do ensino médio, além de adentrar no conceito teórico dos problemas trazidos.

Palavras-chave: Oscilador harmônico clássico. Experimento de baixo custo. Ensino de física.

## **ABSTRACT**

An understanding of various problems has not been realized by scientists and science teachers can be sought both analytically and experimentally. In this sense, the problems involving oscilloscopes are of special interest because they are also related to the possibility of experimental demonstration. Their study is very important in several areas of knowledge, it is not an unquestionable and experimental question at any level of information, since it is a discipline taught in high school in major research centers. This job, we propose the theoretical and experimental study of the harmonic movement of a concept in difficulty at the secondary level of education, as well as a discussion about the importance of experimentation in students' cognitive development. We also propose the development of experimental experiments of harmonic oscillators with the use of low cost materials, which can be easily used in classrooms in the middle level physical education classes, as well as entering the theoretical concept of the problems brought.

**Keywords:** Classic harmonic oscillator. Experiment. Physics teaching.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$f$	Frequência
$k$	Constante elástica
$F_R$	Força resultante
$\varphi$	Constante de fase
$x$	Deformação da mola
$m$	massa
$U(x)$	Energia Potencial em função de $x$
$T$	Energia Cinética
$E$	Energia Mecânica
$F$	Força
$l$	Comprimento da coluna de fluido
$V$	Velocidade
$\rho$	Densidade
$r$	Deslocamento do fluido
$\omega$	Frequência angular
$a$	Aceleração
$A_x$	Amplitude em função de $x$
$A_y$	Amplitude em função de $y$
$\theta$	fase

## LISTA DE FIGURAS

3.1 A massa $m$ oscilando em torno da posição de equilíbrio, $x_0 = 0$ .....	26
3.2 Energia potencial $U(x)$ , neste caso a partícula de energia ( $E$ ) oscila de forma periódica entre $x_1$ e $x_2$ .....	26
3.3 Força em função de ( $x$ ) .....	28
3.4 (I) Tubo em forma de U em equilíbrio. (II) Tubo em forma de U após a superfície do líquido sofrer um pequeno deslocamento $r$ do lado direito e $-r$ do lado esquerdo...	29
3.5 Tubo experimental em forma de U, em equilíbrio. ....	32
3.6 A massa $m$ oscilando em torno da posição de equilíbrio. ....	33
3.7 Pêndulo simples.....	34
4.1 Curvas de Lissajous para diferenças de fase de $n p/2$ .....	37
4.2 Curvas de Lissajous: Demonstração experimental. ....	48

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Do empirismo dos gregos nasce a física</b>	<b>9</b>
2.1	Galileu e o nascimento da física experimental .....	12
2.2	Método científico.....	14
2.3	A física no ensino médio e as propostas dos PCNEM .....	16
2.4	Experimentação nas aulas de física do ensino médio.....	21
<b>3</b>	<b>Oscilador harmônico clássico</b>	<b>25</b>
3.1	Sistemas oscilatórios.....	25
3.1.1	Sistema massa-mola .....	25
3.1.2	Sistema tubo em U.....	29
3.1.3	Sistema do pêndulo simples .....	33
<b>4</b>	<b>Superposição de oscilações harmônicas</b>	<b>35</b>
4.1	Direções perpendiculares e mesma frequência.....	35
4.2	Direções perpendiculares e diferentes frequências.....	36
4.2.1	Casos particulares .....	36
4.3	O experimento .....	37
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>41</b>

# I Introdução

O presente trabalho nasceu da necessidade de mostrar que o ensino da física pode ser melhorado, sabe-se que há infelizmente muita dificuldade em efetivar de maneira eficiente a aprendizagem dos estudantes. Tais dificuldades nascem devido à ausência de mecanismos que são extremamente importantes em qualquer etapa da educação, como por exemplo: a má formação dos professores, onde podemos extrair uma aula sem qualidade, fazendo uso apenas dos livros didáticos e quadro negro, ou ainda, quando o professor apresenta uma ótima formação, porém sente dificuldades por conta da infraestrutura desfavorável, que o impossibilita de ampliar as exigências da aula e incorporar novas metodologias.

Por estas razões este trabalho se propôs realizar, a partir do tema que trata de oscilações harmônicas simples, o uso de aparatos experimentais de baixo custo, no intuito de auxiliar os professores de física do ensino médio quanto à possibilidade de produção de materiais experimentais, efetivando assim o ensino de física, pois esta disciplina trata não só de elementos teóricos abstratos, mas principalmente como uma disciplina experimental.

No capítulo um também se resgata o método científico, como ferramenta indispensável na preparação de trabalhos científicos e estudos experimentais, assim como a contextualização por meio da história da física, como veículo cogente para o melhor entendimento dos eventos que ocorreram no mundo das ciências e principalmente em como se deu o advento da física. E por fim, trago uma breve discussão dos PCNs, mais a título de lembrete, pois este documento representa um grande avanço no que diz respeito à organização das disciplinas, dividindo-a em eixos e apresentando as competências e habilidades que se espera ser alcançado pelos estudantes do ensino médio, seu uso é indispensável pelos professores, pois assim, ajuda na organização das aulas e, sobretudo se define melhor os objetivos a serem impetrados.

No capítulo três apresento demonstrações de sistemas em movimento oscilatório que normalmente são usados por professores do ensino médio nas aulas sobre movimento harmônico simples. Temos que oscilação harmônica ou vibrações periódicas são

## 1 Introdução

amplamente estudadas em vários campos da física e nos mais diferentes níveis, tendo vasta aplicação teórica e experimental, tanto na física clássica quanto na física quântica. Como exemplos dessa aplicação, podemos citar os sistemas mecânicos vibratórios, que incluem pêndulos, cordas de instrumentos musicais, colunas de ar em instrumentos de sopro e a corrente elétrica alternada que utilizamos em nossa casa, provando a eficiência das aplicações mecânicas. Em meio á tantas possibilidades de aplicação, discorro apenas sobre três sistemas, sendo eles: sistema massa-mola, sistema do tubo em forma de U e por fim o sistema do pêndulo simples.

Por fim, apresento no capítulo quatro a superposição de movimentos harmônicos, que nada mais é do que uma situação em que dois movimentos harmônicos simples se encontram simultaneamente. Há várias situações em que podemos verificar superposição de movimentos harmônicos simples, resultando o fenômeno. Uma dessas situações é no caso em que o movimento resultante de dois casos onde há comportamento oscilatório possui mesma direção a frequência angular. Em outra situação, no caso dos batimentos, por exemplo, temos que a frequência é diferente e a direção igual. Há também o caso em que a direção é perpendicular e a frequência igual e por fim, quando as frequências são diferentes com direções perpendiculares.

De forma mais detalhada traz-se os casos em que as frequências angulares  $\omega$  são diferentes e em outros casos iguais, mas com direções perpendiculares. Esses casos dão forma as Curvas de Lissajous ou figuras de Lissajous estudadas em 1857 por Jules- Antoine Lissajous (1822-1880). Estas figuras são representações de equações paramétricas que propõe um complexo movimento harmônico composto por movimentos superpostos em diferentes direções, amplitudes e fases, obtendo assim as figuras, que poderão ser visualizadas no último tópico do presente trabalho.

Nos capítulos três e quatro trago a demonstração dos modelos teóricos a cerca do oscilador harmônico, na forma de aparato experimental desenvolvido durante a pesquisa utilizando materiais de baixo custo e que pode ser estudado e utilizado em aulas de física do ensino médio.

## 2 Do empirismo dos gregos nasce a física

Sempre foi da natureza humana querer desvendar os mistérios que envolvem nossa existência, assim como saber descrever todos os fenômenos microscópicos e os macroscópicos à nossa volta. Na ânsia de conseguir montar este grande quebra-cabeça, o ser humano se depara com questões bem elementares sobre nossa existência. Surgem perguntas do tipo: "Quem sou eu?", "De onde viemos?" e "Para onde vamos?". Tais perguntas, a princípio, não tem resposta, e mesmo nos dias de hoje podem gerar um longo e acalorado debate.

Assim nasceu a filosofia (do grego *philosophia* que em uma maneira literal significa "amor pela sabedoria"), mais precisamente no século VI a.C. na Grécia antiga. Poderia também citar outras civilizações, ainda mais antigas, que também trouxeram contribuições bastante significativas que compõem um capítulo importante de como a humanidade enxergava o mundo, assim como um grande desenvolvimento da ciência como a conhecemos. Na civilização egípcia, por exemplo, foram desenvolvidos estudos muito além da prática da mumificação, e as construções dos templos e das pirâmides que ainda hoje existem. Eles detinham o uso refinado de técnicas matemáticas e geométricas agregadas na construção civil, usavam frações, calcularam a área do trapézio e do círculo. No ramo da física, desenvolveram vastamente a astronomia, conseguindo até localizar planetas e constelações.(RAMALHO, et al 1988).

A filosofia dos gregos antigos consistia em indagações fundamentais no que diz respeito à existência, ao conhecimento, à verdade, aos valores morais, à mente e à linguagem e até estéticos. E foi neste cenário de descobertas que surgiram filósofos como Platão, Hiparco de Niceia, Tales de Mileto e Aristóteles, apenas para citar alguns. Estes foram pessoas que discutiram sobre o princípio do tempo e sobre como tiveram início os primeiros movimentos. De um lado, Tales de Mileto dizia que "tudo era água". Em contrapartida, Hiparco dizia que "tudo era indefinido". (GAARDER, 2000). Sobre os gregos antigos, o filósofo alemão Nietzsche (1844 - 1900) acrescenta

## 2 Do empirismo dos gregos nasce a física

[...] Os gregos, constituem um povo verdadeiramente sadio, legitimaram de uma vez por todas a própria filosofia, pelo simples fato de terem filosofado, e muito mais, com efeito, que todos os outros povos. [...] Em contrapartida, os gregos souberam começar a tempo; e esse ensinamento que determina em que momento se deve começar a filosofar, eles o prodigalizaram mais claramente que qualquer outro povo. [...] O fato de que nesse momento os gregos tenham filosofado nos informa tanto sobre o que é a filosofia e o que deve ser como sobre os próprios gregos.[...] (p.18).

Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.) contribuiu de forma mais direta para que houvesse uma organização das ciências naturais. Ele foi o que podemos chamar de filósofo completo, pois, percorreu vastamente vários assuntos conhecidos na Grécia da época. Seus estudos descritos em mais de trinta volumes, intitulado *Corpus aristotelicum*, traz temas que vão, desde política, ética, drama e música à metafísica, biologia, química e física, dentre outros campos, sendo a biologia, por exemplo, um campo de estudo novo, criado por ele.(LOYD,1968).

No campo da física “dedicou-se a explicar o movimento de corpos celestes e de qualquer outro tipo de movimento, desde os de animais e plantas aos projéteis e pessoas.” (GLEISER, 2006. P. 70). “Ele formou a base para grande parte do trabalho que seguiu. Apesar de ser um bom observador da natureza, confiava inteiramente no pensamento e no argumento, sem fazer nenhum tipo de experimentação!” (HART-DAVIS, et al. p. 12). Como consequência disso fez várias afirmações equivocadas, pois a física para os gregos, sempre foi um assunto tratado de modo empírico, ou seja, baseado no senso comum, apenas pela observação de um fenômeno ou situação, as vezes fazendo a demonstração que certa ação leva a uma reação. Contudo não existiam investigações mais profundas.

Aristóteles foi nada menos que discípulo de Platão, tutor de Alexandre o grande, e responsável por uma filosofia que perdurou no mundo até a revolução científica (1400 - 1700), ou seja, por mais de dois mil anos! Essa persistência das ideias aristotélicas se dá devido aos seguintes fatos, segundo descrito por Gleiser, no seu livro "A dança do universo" (2006)

[...] Uma razão é a aparente lógica e a simplicidade de suas ideias físicas, que apelam diretamente para o senso comum. Em contraste com o universo abstrato e matemático de Platão, o universo de Aristóteles era físico e concreto. [...] outra razão, talvez a mais importante, foi a apropriação de suas ideias pela igreja cristã. [...] A cosmologia de Aristóteles servia como uma luva a uma teologia pregada por santo Tomás de Aquino, baseada na separação entre a vida na terra, decadente e efêmera, e a perfeita e eterna existência do paraíso. (p.69)

A partir do advento das ciências naturais, em especial da física, que teve como idealizadores grandes civilizações antigas, em especial os gregos que através do nascimento da filosofia, foi possível desencadear tantas indagações, não só sobre nossa existência, mas também explicações e teorias sobre o funcionamento mecânico das coisas, das pessoas, dos animais, onde cada filósofo traz sua maneira de explicar cada detalhe, mesmo de maneira empírica, pois, o que realmente importava era a tentativa de se chegar à verdade.

E é através da contínua busca pela verdade, por querer saber como o mundo funciona que a física nasce, e se estabelece como uma ciência natural, que observa e explica os fenômenos da natureza de forma teórica utilizando-se do raciocínio matemático como sua linguagem de expressão. Se tratando também de uma ciência experimental baseada no método científico. Nesse contexto, traz-se nesse trabalho o método experimental agregado a problemas clássicos da história da ciência, em especial da história da física para dentro da sala de aula, como uma peça estruturante para o ensino da física, buscando-se torná-lo contextualizado e compreensível.

## *2 Do empirismo dos gregos nasce a física*

### **2.1 Galileu e o nascimento da física experimental**

Galileu Galilei nasceu na cidade de Pisa, na Itália em 1564. Mesmo de origem humilde, pôde ter uma educação esmerada, contudo aristotélica convencional e logo aos 17 anos foi estudar medicina, pois esta era uma profissão bastante lucrativa. Entretanto, Galileu não se mostrou muito interessado na profissão, ainda sim, conta-se que, certa vez, Galileu, ao observar o movimento do lustre da Catedral de Pisa, se deteve a medir o tempo de cada oscilação, usando como cronômetro sua própria pulsação cardíaca. (MÁXIMO, et al. 2010). Fazendo isso, percebeu que com o passar do tempo às oscilações diminuía, porém, o período de cada oscilação se conservava. Ao retornar para casa, Galileu pôs-se a repetir o que havia observado na catedral e usando apenas uma pedra amarrada num fio ele foi capaz de confirmar o feito e não só isso, percebeu também que o comprimento do fio estava relacionado com o tempo de uma oscilação. Sendo Galileu um médico, logo incorporou a descoberta ao trabalho, propondo assim o uso do pêndulo na medida da frequência cardíaca dos pacientes.

Este simples experimento fez com que Galileu viesse a perceber sua real orientação profissional, e para a sorte das ciências exatas, ele começou sua educação no ramo da matemática e ciências e deu continuidade aos seus estudos sobre o pêndulo e outros aparatos mecânicos. Em 1638, é publicado um dos mais importantes livros de Galileu, “Discursos e Demonstrações Matemáticas sobre Duas Novas Ciências”. Escrito, na forma de diálogo entre três personagens icônicos: Simplicio que representava Aristóteles, Sagredo que representava um observador inteligente, porém imparcial e Salviati que representava Galileu. (NUSSENZVEIG, 2013).

[...] “Aristóteles diz que “uma bola de ferro de cem libras, caindo de cem cúbitos de altura, atinge o solo antes que uma bala de uma libra tenha caído de um só cúbito”. Eu digo que chegam ao mesmo tempo. Fazendo a experiência, você verifica que a maior precede a menor por dois dedos, ou seja, quando a maior chegou ao solo, a outra está a dois dedos de altura; você não pode querer esconder nesses dois dedos os noventa e nove cúbitos de Aristóteles”. [...] (GALILEU, p.65. 1984).

Neste trecho reminiscente, Galileu traz argumentos baseados em experimentação, e isto era algo que não existia na época, ou seja, o fato de questionar Aristóteles e tudo o

## 2.1 Galileu e o nascimento da física experimental

que ele representava e defendia, também representava a igreja, e Galileu estava sendo muito corajoso ao fazer isso. Einstein em seu livro “a evolução da física”, impresso em 1938 e publicado pela primeira vez no Brasil em 1962 e em 2008 numa edição comemorativa dos setenta anos da publicação, contextualiza:

[...] A descoberta e o uso do raciocínio científico por Galileu foram uma das mais importantes conquistas da história do pensamento humano e marcam o começo real da física. Essa descoberta nos ensinou que as conclusões intuitivas baseadas na observação imediata nem sempre devem merecer confiança, pois algumas vezes conduzem a pistas erradas. [...] O pensamento humano cria um quadro sempre mutável do Universo. A contribuição de Galileu consistiu em destruir o ponto de vista intuitivo, substituindo-o por outro novo. Essa é a significação da descoberta de Galileu. (p.15-16-17)

Galileu é sem dúvida o pai da era moderna da física, suas contribuições foram fundamentais e trouxeram uma nova maneira de abordar a ciência, uma vez que Aristóteles supunha que um objeto quanto mais pesado, chegaria a uma condição de repouso mais rápido que um objeto leve. Galileu prova com seu experimento do pêndulo, que o período de oscilação depende do comprimento da corda, porém não depende da massa do objeto. Ou seja, ele provou que uma pedra leve oscila com o mesmo período de uma pedra pesada. (GLEISER, 2006).

Desse modo, Galileu também prova que o modelo aristotélico é inconsistente, e que a ciência precisava de novas regras, e propõe que sempre se devem confrontar as ideias com a realidade, antes de lhes atribuir validade. Embora a experimentação para Galileu, seja algo crucial para determinar a validade dos fenômenos, ele se torna ainda mais completo em seus estudos de movimento, quando passa a demonstrar os fenômenos também de forma matemática. Assim, Galileu se torna o primeiro cientista moderno, abrindo portas e trazendo consistência aos resultados, tanto de forma experimental como matemática. Seu pioneirismo foi decisivo para o nascimento e o desenvolvimento da física clássica, consolidada no século XVII, pelo físico inglês, Isaac Newton (1642-1727).

## *2 Do empirismo dos gregos nasce a física*

### 2.2 Método científico

“Só se pode saber se algo será descoberto pela experimentação, não pelo argumento”, disse o filósofo, estadista e cientista inglês Francis Bacon (1561- 1626), ele foi o primeiro cientista a organizar uma maneira de como o processo de verificação de uma teoria deveria ser manipulada. Em seu livro publicado em 1620, ele descreveu o que seria o método científico, classificando as etapas em: observação do fenômeno, dedução de teoria sobre o fenômeno e por fim a experimentação para testar a teoria. (HART-DAVIS, et al 2016).

Dessa forma o método científico se configura como um sistema lógico no desenvolvimento do processo científico. Francis Bacon teve como referencial, estudos de seiscentos anos antes de suas conclusões, escritos pelo cientista árabe Alhazen (965 d.C). Considerado um pioneiro nos estudos sobre ótica, é também lembrado pelo fato considerar que uma hipótese necessitava ser comprovada pela experimentação, em comemoração ao aniversário de mil anos da publicação do seu Livro de Óptica, ele foi homenageado pela UNESCO em 2015. (MARTINS, 2015). Mais adiante, o filósofo francês, René Descartes (1596-1650) assinala que o método é a maneira de garantir o que em uma tentativa de elaborar uma teoria científica se consiga sucesso. Ele aponta pelo menos quatro regras: A evidência, a análise, a síntese a enumeração e revisão. Na atualidade o método científico se compõe da seguinte forma: Observação; Elaboração do problema (fase do questionamento); hipótese; experimentação; análise dos resultados e conclusão.

Dias, (2018) acrescenta que “o método científico não necessariamente deve apresentar nas etapas descritas no processo, pois, um cientista possui toda liberdade de lidar com o método científico da forma que lhe convém”, e ainda diz que “ Durante muitos anos, diversos estudiosos conduziram o método científico de formas diferentes, fato esse que não prejudicou em nada a formulação das teorias e leis que conhecemos ou até mesmo a forma de encarar o método científico.” De tudo que foi discutido nos tópicos 2.2 sobre a importância de se verificar o que se observou do objeto de estudo, para que não ocorram

## *2.2 Método científico*

erros que possam perdurar por tantos anos, como no caso das ideias defendidas de forma empírica pelos gregos em especial Aristóteles, o argumento se mostra necessário, porém a validade vem do resultado da experimentação. O fato de se observar o fenômeno para elaborar um problema, se questionar, formar uma hipótese do que está acontecendo de fato, fazer um experimento para comprovar a hipótese, realizar análise dos resultados para se chegar á conclusão, faz com que a pesquisa se torne muito mais rica em informações e traz um resultado conclusivo mais consistente.

## *2 Do empirismo dos gregos nasce a física*

### 2.3 A física no ensino médio e as propostas dos PCNEM

É sabido que a educação brasileira sempre passou por dificuldades, em todas as esferas possíveis. Não só isso, a formação de professores por muito tempo, também passou por privações, assim sendo, tem-se uma realidade onde o trabalho se torna mais difícil e atingir os objetivos que se espera da educação ficam cada vez mais distantes. No que tange ao ensino e aprendizagem das ciências exatas no nível médio, o desafio torna-se mais amplo, pois, por muitos anos os professores não tinham se quer o livro didático para auxílio.

A física, por exemplo, faz parte do currículo escolar brasileiro desde 1837 e passados mais de 170 anos, as metodologias utilizadas para seu ensino têm guardado as mesmas características e o método tradicional de ensino, que se baseia apenas em aulas teóricas e resolução de exercícios. Nessa perspectiva, os estudantes se veem “obrigados” a decorar fórmulas e conceitos, não entendendo na maioria das vezes, a razão pela qual o fazem. Seja pelo fato de que seu ensino está voltado para a preparação das provas de vestibular, isso faz com que os estudantes achem que as ciências exatas de um modo geral, constituam disciplinas complicadas, uma vez que os professores não conseguem encontrar uma conexão com o dia-a-dia dos alunos. (MACHADO et al., 2012). Sobre o ensino de física no ensino médio, é destacado no PCNEM o seguinte:

Espera-se que o ensino de Física, na escola média, contribua para a formação de uma cultura científica efetiva, que permita ao indivíduo a interpretação dos fatos, fenômenos e processos naturais, situando e dimensionando a interação do ser humano com a natureza como parte da própria natureza em transformação. Para tanto, é essencial que o conhecimento físico seja explicitado como um processo histórico, objeto de contínua transformação e associado às outras formas de expressão e produção humanas. É necessário também que essa cultura em Física inclua a compreensão do conjunto de equipamentos e procedimentos, técnicos ou tecnológicos, do cotidiano doméstico, social e profissional. Ao propiciar esses conhecimentos, o aprendizado da Física promove a articulação de toda uma visão de mundo, de uma compreensão dinâmica do universo, mais ampla do que nosso entorno material imediato, capaz, portanto de transcender nossos limites temporais e espaciais. Assim, ao lado de um caráter mais prático, a Física revela também uma dimensão filosófica, com uma beleza e importância que não devem ser subestimadas no processo educativo. Para que esses objetivos se transformem em linhas orientadoras para a organização do ensino de Física no Ensino Médio, é indispensável traduzi-los em termos de competências e habilidades, superando a prática tradicional. (BRASIL, 1999).

### 2.3 A física no ensino médio e as propostas dos PCNEM

O contexto que se tem do ensino-aprendizagem da física é, que está é tida apenas como uma disciplina obrigatória, segmentada, pronta e inflexível. Pensando nisso, este trabalho se propõe demonstrar que além de técnica, a física também pode ser “lúdica” no sentido que seu ensino neste nível de educação é igualmente sólido. Vários são os exemplos, dentro da física clássica que podem ser demonstrados e levados para a sala de aula, como por exemplo, no estudo de oscilações harmônicas.

O ensino tradicional da física distância por completo o estudante da realidade, uma vez que, usando-se apenas métodos puramente memorísticos, teorias descontextualizadas, sem criatividade ou experimentação e principalmente acríticas, os estudantes passam o tempo aprendendo conceitos e expressões algébricas que também não são demonstradas, dessa forma é natural que os alunos se indaguem sobre a utilidade da física. Reconhecendo a importância da contextualização e desenvolvimento da criticidade dos estudantes no ensino médio, no PCNEM é destacado:

Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. Para a área das Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologias, isto é particularmente verdadeiro, pois a crescente valorização do conhecimento e da capacidade de inovar demanda cidadãos capazes de aprender continuamente, para o que é essencial uma formação geral e não apenas um treinamento específico. (BRASIL, 1999).

Nessa perspectiva, outro objetivo deste trabalho será produzir atividades experimentais adaptadas sobre os conteúdos que tratam de oscilação harmônica, utilizando materiais de baixo custo. Um campo comum no currículo de física no ensino médio é a mecânica clássica, que visa o estudo e análise do movimento, variação de energia e as forças que atuam sobre um corpo. Geralmente é classificada em estática, cinemática e dinâmica. Nessa abordagem macroscópica a mecânica permite desenvolver competências para lidar com aspectos experimentais, além de teóricos.

## *2 Do empirismo dos gregos nasce a física*

O desenvolvimento das competências e habilidades para lidar com o conhecimento na disciplina de física em suas várias dimensões no que diz respeito aos eixos é destacado pelo PCNEM, da seguinte forma: sobre o eixo representação e comunicação:

Compreender enunciados que envolvam códigos e símbolos físicos. Compreender manuais de instalação e utilização de aparelhos; Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si; Expressar-se corretamente utilizando a linguagem física adequada e elementos de sua representação simbólica. Apresentar de forma clara e objetiva o conhecimento apreendido, através de tal linguagem; Conhecer fontes de informações e formas de obter informações relevantes, sabendo interpretar notícias científicas; Elaborar sínteses ou esquemas estruturados dos temas físicos trabalhados. (BRASIL, 2002).

Nos eixos que tratam de investigação e compreensão, temos:

Desenvolver a capacidade de investigação física. Classificar, organizar, sistematizar. Identificar regularidades. Observar, estimar ordens de grandeza, compreender o conceito de medir, fazer hipóteses, testar.; Conhecer e utilizar conceitos físicos. Relacionar grandezas, quantificar, identificar parâmetros relevantes. Compreender e utilizar leis e teorias físicas; Compreender a Física presente no mundo vivencial e nos equipamentos e procedimentos tecnológicos. Descobrir o “como funciona” de aparelhos; Construir e investigar situações-problema, identificar a situação física, utilizar modelos físicos, generalizar de uma a outra situação, prever, avaliar, analisar previsões; Articular o conhecimento físico com conhecimentos de outras áreas do saber científico. (BRASIL, 2002).

E finalmente, sobre o eixo que trata de contextualização sociocultural:

Reconhecer a Física enquanto construção humana, aspectos de sua história e relações com o contexto cultural, social, político e econômico; Reconhecer o papel da Física no sistema produtivo, compreendendo a evolução dos meios tecnológicos e sua relação dinâmica com a evolução do conhecimento científico; Dimensionar a capacidade crescente do homem propiciada pela tecnologia; Estabelecer relações entre o conhecimento físico e outras formas de expressão da cultura humana; Ser capaz de emitir juízos de valor em relação a situações sociais que envolvam aspectos físicos e/ou tecnológicos relevantes. (BRASIL, 2002)

Sendo a física uma ciência exata que estuda eventos da natureza, e que usa a matemática como linguagem técnica de expressão, é indispensável à aplicação efetiva dos eixos propostos sobre as competências e habilidades a serem alcançadas no ensino e aprendizagem da física, pois só assim se efetiva de maneira consistente os objetivos de aprender e ensinar esta disciplina.

## 2.4 Experimentação nas aulas de física do ensino médio

Existem diversas maneiras para se trabalhar os conteúdos de Física em sala de aula, de forma que o processo de ensino seja eficaz, ou seja, compreendido pelos estudantes. Uma dessas maneiras é a utilização de experimentos, na qual é possível proporcionar aos educandos um contato real com os conteúdos ensinados, tornando-os assim, mais interessantes (BRASIL, 2006, p. 46) a fim de possibilitar ao estudante uma formação para a “autonomia crítica”. Sobre experimentação, Gaspar reflete:

A primeira vantagem que se dá no decorrer de uma atividade experimental é o fato de o aluno conseguir interpretar melhor as informações. O modo prático possibilita ao aluno relacionar o conhecimento científico com aspectos de sua vivência, facilitando assim a elaboração de significados dos conteúdos ministrados. A segunda vantagem é a interação social mais rica, devido à quantidade de informações a serem discutidas, estimulando a curiosidade do aluno e questionamentos importantes. Como terceira vantagem, vemos que a participação do aluno em atividades experimentais é quase unânime. Isso ocorre por dois motivos: “a possibilidade da observação direta e imediata da resposta e o aluno, livre de argumentos de autoridade, obtém uma resposta isenta, diretamente da natureza.” (GASPAR, 2005, p. 25 – 26).

Neste caso, o método experimental é indispensável para o desenvolvimento da física, assim como o de outras ciências. A experimentação é, portanto, a maneira com que se sai da abstração, da linguagem matemática para a apropriação do real e palpável, no que se diz respeito a este nível de ensino. Segundo os PCNs

## 2 Do empirismo dos gregos nasce a física

Para o aprendizado científico, matemático e tecnológico, a experimentação, seja ela de demonstração, seja de observação e manipulação de situações e equipamentos do cotidiano do aluno e até mesmo a laboratorial, propriamente dita, é distinta daquela conduzida para a descoberta científica e é particularmente importante quando permite ao estudante, diferentes e concomitantes formas de percepção qualitativa e quantitativa, de manuseio, observação, confronto, dúvida e de construção conceitual. A experimentação permite ainda ao aluno a tomada de dados significativos, com as quais possa verificar ou propor hipóteses explicativas e, preferencialmente, fazer previsões sobre outras experiências não realizadas. (BRASIL. 1998).

Há, no entanto, outras formas de se sair da abstração do quadro negro, como por exemplo, aulas de campo, mas o que se discute até aqui, são maneiras de trabalhar os conteúdos propostos, em sala de aula, e ainda usando materiais de fácil aquisição. Sobre a utilização de materiais de baixo custo na confecção de aparatos científicos para uso em sala de aula, Silva (2016), destaca:

A implementação de laboratórios didáticos de física tendo como base a construção de equipamentos e a realização de um conjunto de experimentos qualitativos e quantitativos, utilizando materiais recicláveis e/ou de baixo custo pode se tornar uma excelente oportunidade pedagógica e de grande incentivo ao desenvolvimento científico nas escolas públicas de ensino médio, além disso, o trabalho visa à melhoria da participação e do aprendizado dos alunos, nas aulas teóricas de física, estimulado pela verificação dos fenômenos físicos nas atividades de laboratório, melhoria da capacitação dos professores responsáveis pela disciplina de física, no que concerne a formação em física experimental e a preparação de experimentos simples e de baixos custos para a preparação das aulas práticas. (p.4)

A experimentação deve ser creditada pelos estudantes como um passo necessário para a efetivação do conhecimento, e principalmente para a validade do fenômeno

#### *2.4 Experimentação nas aulas de física do ensino médio*

estudado, pois, a demonstração é acima de tudo a prova física desse fenômeno. Alguns aspectos são muito importantes de considerar para se trabalhar com experimentos, como por exemplo, Vygotsky discute que a construção do conhecimento se dá quando a priori se considera que os estudantes não são “taboas rasas”, ou seja, eles já detêm conhecimento prévio, e a partir disso, o professor age de forma a mediar o que se espera que este aluno saiba de novo, dessa forma se efetivar a construção do conhecimento. (OLIVEIRA,2008). E principalmente, fazer uso do método científico, pois, do contrário, as aulas experimentais, não passarão de simples repetições de roteiros.

## 3 Oscilador harmônico clássico

### 3.1 Sistemas oscilatórios

#### 3.1.1 Sistema massa-mola

Um dos casos experimentais mais simples é de um corpo de massa ( $m$ ) vinculado a uma mola ideal de constante elástica ( $k$ ), conforme descrito na Fig. (3.1), onde ocorrem oscilações com amplitudes pequenas em torno da posição de equilíbrio estável. Nesse caso, a mola exerce sobre a massa uma força ( $F$ ) quando a partícula sofre um deslocamento ( $x$ ), que se opõe a esse deslocamento, ou seja, a massa é movida de sua posição de equilíbrio, logo, temos

$$F = -kx. \quad (3.1)$$

A lei de Hook apresenta sinal negativo, uma vez que tem característica restauradora, pois, a partícula tende a voltar para a posição inicial ( $x_0$ ). E para um sistema com uma dimensão em que a partícula se move ao longo de uma linha reta, como mostra a figura 3.1, a força elástica neste caso se comporta de maneira linear na posição.<sup>1</sup> A equação do movimento do sistema massa-mola, na ausência de força externa ou de força dissipativa, ou seja, forças que transformam a energia mecânica em outras formas de energia é obtida fazendo uso das leis básicas da mecânica clássica formulada pelo físico e matemático inglês Isaac Newton (1642-1727), mais precisamente a sua 2ª lei. Contudo, deve-se considerar que o sistema obedeça a equação (3.1) conhecida como Lei de Hook, onde ( $x$ ) é a distância deslocada a partir da posição de equilíbrio e ( $k$ ) é a constante elástica. Para medir esta deformação, se considera o tamanho da mola antes que haja a deformação, ou seja, para  $x = \mathbf{0}$ . Para encontrar  $x(t)$ ,

---

<sup>1</sup>Todas as figuras do presente trabalho são de autoria própria. Para sua confecção utilizou-se o programa computacional Inkscape

### 3 Oscilador harmônico clássico

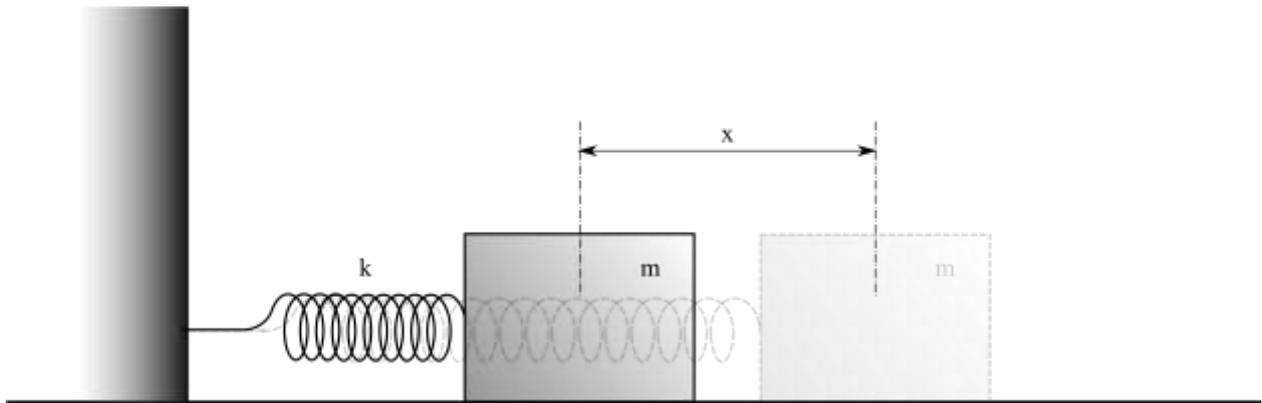


Figure 3.1: A massa  $m$  oscilando em torno da posição de equilíbrio,  $x_0 = 0$

consideramos a energia potencial ( $U$ ) correspondente à Lei de Hooke

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2. \quad (3.2)$$

É importante salientar que em casos com apenas uma dimensão as oscilações periódicas associadas a energia potencial, tendendo para a posição de equilíbrio. Dessa forma,  $U(x)$  se aproxima de uma parábola como mostra a figura 3.2.

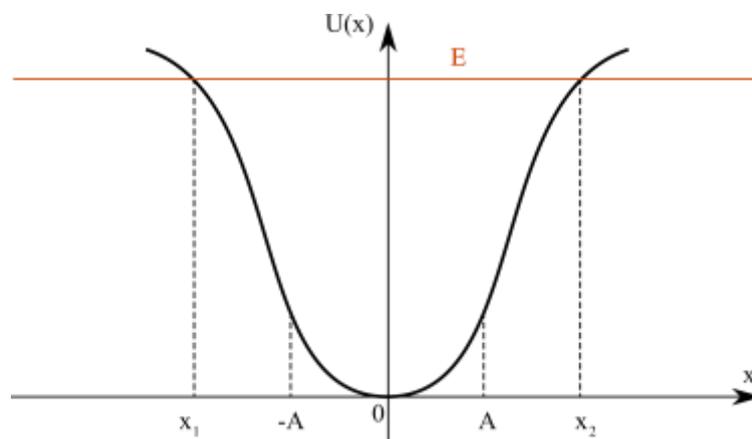


Figure 3.2: Energia potencial  $U(x)$ , neste caso a partícula de energia ( $E$ ) oscila de forma periódica entre  $x_1$  e  $x_2$

Desse modo, para obtermos a lei horária do movimento harmônico simples, calcula-se a equação do movimento em função de  $x_t$  e assim, podemos escrever pela **2ª** Lei

de Newton, a força (F), do seguinte modo

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad (3.3)$$

onde  $\frac{d^2 x}{dt^2}$  é a equação do movimento retilíneo uniformemente acelerado decorrente de uma equação diferencial ordinária de 2º ordem. Combinando as equações (3.1) e (3.3), obtemos

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0, \quad (3.4)$$

que também pode ser escrita na forma

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad (3.5)$$

Chegando assim a uma descrição de movimento harmônico em uma dimensão na forma

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (3.6)$$

Sugerindo considerar soluções do tipo **sin(ct)**, **cos(ct)**, onde (c) é uma constante a ser ajustada, tomando  $c = \omega$ . Obtemos soluções linearmente independentes na forma

$$x_1(t) = \mathbf{cos}(\omega t), \quad (3.7)$$

$$x_2(t) = \mathbf{sin}(\omega t). \quad (3.8)$$

Onde

$$F(x) = \frac{-dU}{dx} \quad (3.9)$$

é a força correspondente a energia potencial  $U(x)$ . O gráfico da força em função de (x)  $F(x)$  dado por (2.9) e graficamente por 3.3 é:

Logo a solução geral  $x(t)$  é uma combinação linear na forma

$$x(t) = a \mathbf{cos}(\omega t) + b \mathbf{sin}(\omega t) \quad (3.10)$$

Portanto, podemos escrever

$$\frac{dx}{dt} = -\omega A \mathbf{sin} \omega t + \omega B \mathbf{cos} \omega t = v(t), \quad (3.11)$$

### 3 Oscilador harmônico clássico

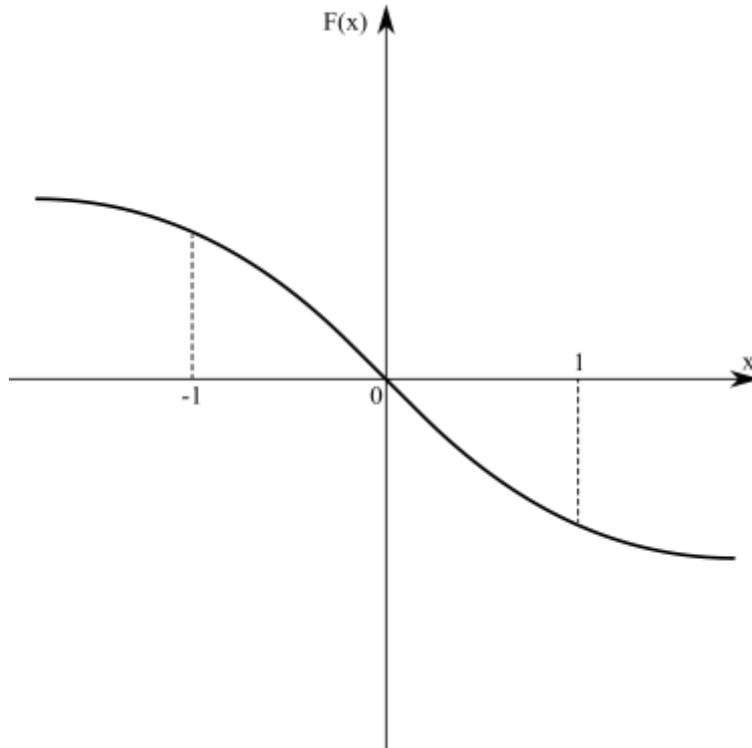


Figure 3.3: Força em função de (x)

para a derivada primeira, e

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos \omega t - \omega^2 B \sin \omega t = -\omega^2 x(t). \quad (3.12)$$

para a derivada segunda.

Considerando as condições iniciais

$$x(t = 0) = x_0; \quad (3.13)$$

$$v(t = 0) = \frac{dx}{dt}(t = 0) = v_0; \quad (3.14)$$

podemos fazer as seguintes identificações

$$A = x_0 \quad (3.15)$$

e

$$B = \frac{v_0}{\omega} \quad (3.16)$$

Desse modo, a solução final passa a ser escrita como

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) \quad (3.17)$$

e a velocidade é dada em função do tempo por

$$v(t) = -\omega \cdot x_0 \sin(\omega t) + v_0 \cos \omega t. \quad (3.18)$$

### 3.1.2 Sistema tubo em U

Como dito anteriormente, o estudo de oscilações é relevante por conseguir de várias maneiras diferentes descrever situações sobre o mesmo ponto de partida: oscilações harmônicas. Desse modo utiliza-se o caso de oscilações de um líquido num tubo em U, para provar que todo sistema físico a princípio estável que sofre perturbação no seu equilíbrio, se configura como um oscilador harmônico.

Considerando um fluido dentro de um tubo em forma de U, teremos outro exemplo de um sistema físico com movimento oscilatório do mesmo modo que um pêndulo. A representação abaixo na figura 3.4 nos diz o seguinte: tendo um fluido de densidade  $\rho$  dentro de um tubo em forma de U, onde o comprimento total da coluna de fluido é  $l$ , com  $A$  sendo a seção transversal, logo, podemos escrever que a massa total do fluido é:

$$m = \rho A l \quad (3.19)$$

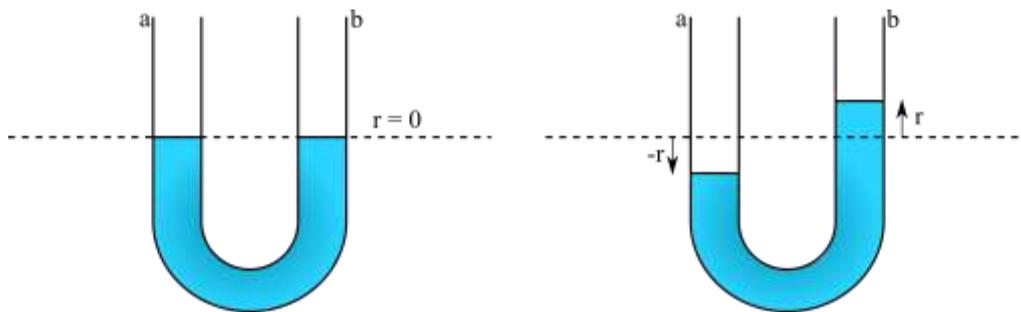


Figure 3.4: (I) Tubo em forma de U em equilíbrio. (II) Tubo em forma de U após a superfície do líquido sofrer um pequeno deslocamento  $r$  do lado direito e  $-r$  do lado esquerdo.

No primeiro caso da figura 3.4, o fluido encontra-se em equilíbrio, ou seja, o nível de fluido é igual nos dois lados do tubo, portanto  $r = 0$  e a energia potencial  $U = 0$ .

### 3 Oscilador harmônico clássico

Já no segundo caso, temos o fluido deslocado, no lado esquerdo do tubo o fluido foi deslocado para o lado direito do tubo, numa mesma velocidade fazendo com que ocorra oscilação.

Sabendo que a velocidade é

$$V = Al \quad (3.20)$$

podemos escrever a massa no modo:

$$m = \rho V \quad (3.21)$$

A princípio assumi-se que a velocidade com que o fluido se desloca é

$$V = \frac{dr}{dt} \quad (3.22)$$

Considerando o segundo caso da figura 3.4, temos que quando o nível cai de uma altura  $r$  no lado esquerdo do tubo e sobe  $r$  no lado direito do tubo, é o mesmo que elevar o nível do lado direito a uma altura  $r$ . Portanto temos a massa do fluido  $\rho Ar$  removida do ramo esquerdo, logo a energia potencial do sistema correspondente é:

$$U(r) = \rho Ar \cdot gr = \rho Agr^2 \quad (3.23)$$

onde  $\rho Ar$  é a massa do fluido acrescida.

Ainda sobre a segunda situação da figura 3.4, temos que o fluido passa a oscilar com velocidade  $V = \frac{dr}{dt}$  em torno da posição de equilíbrio, logo esta coluna líquida tem a seguinte energia cinética:

$$T = \frac{1}{2} \rho Al \frac{dr^2}{dt} \quad (3.24)$$

Onde  $\rho Al = m$ , massa total do fluido. Uma vez que a energia mecânica total do fluido se conserva, temos que a energia total agregada a oscilação é

$$E = \frac{1}{2} \rho Al \frac{dr^2}{dt} + \rho Agr^2 \quad (3.25)$$

ou seja,  $E = T + U$ . Quer dizer que: a energia cinética + energia potencial = energia total.

Assim sendo, sabendo que a energia cinética do pêndulo simples para pequenas

oscilações é

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \quad (3.26)$$

$$= \frac{1}{2}ml^2 \frac{d\theta^2}{dt} \quad (3.27)$$

$$= \frac{1}{2}m \frac{d\theta^2}{dt} + \frac{1}{2}m\omega^2(l\theta)^2 \quad (3.28)$$

Supondo que  $\rho Ag$  satisfaz

$$\frac{1}{2}k = \frac{1}{2}m\omega^2 \quad (3.29)$$

assim como  $m = \rho Al$ . Pela 2ª Lei de Newton, conhecida como princípio fundamental da dinâmica, temos que a força resultante que age sobre um corpo é resultado da multiplicação da aceleração do corpo por sua massa. Portanto, temos

$$\vec{F}_R = a.m \quad (3.30)$$

onde

$$\vec{F}_R = \rho = m.g \quad (3.31)$$

$$m = \rho.v \quad (3.32)$$

$$= \rho.2rA \quad (3.33)$$

$$\vec{F}_R = -\rho.2Arg \quad (3.34)$$

$$-\rho.2A.rg = a.\rho.A.l \quad (3.35)$$

$$a = \frac{-\rho.2.A.rg}{\rho.A.l} \quad (3.36)$$

logo

$$a = \frac{-2rg}{l} \quad (3.37)$$

Combinando 3.19 com 3.29 concluímos que da mesma forma que para o sistema massa mola, o sistema do tubo em U também traz resultados equivalentes a oscilações harmônicas, do tipo:

$$\omega^2 = \frac{2g}{l} \quad (3.38)$$

## Experimento

Para este experimento foi usado os seguintes materiais de baixo custo e de fácil aquisição: a) uma madeira retangular em MDF; b) 30cm de cano transparente; c) 30ml de acetona 60d) 4 fixadores de plástico.

A princípio verificou-se o comprimento do cano, confirmando o tamanho de 30cm, em seguida fixou-se o cano na madeira com os fixadores, formando um U do mesmo modo da figura 3.4 e também conforme a figura 3.5. Depois que o aparato foi montado, ele está pronto para ser usado para a demonstração. Esta demonstração,



Figure 3.5: Tubo experimental em forma de U, em equilíbrio.

consistiu-se em : a priori inserir o fluido no cano e ao verificar que o mesmo está em equilíbrio, inclina-se o tubo para a direita ou esquerda a fim de causar uma perturbação no sistema, fazendo com que haja uma diferença de altura nas colunas de fluido, em cada lado do tubo e com o dedo fecha-se umas das extremidades.

Mantendo o tubo na posição vertical, quando se retira o dedo da referida extremidade, a coluna de fluido entra em um movimento oscilatório. Além de ser um ótimo aparato de demonstração para o oscilador harmônico, também pode ser utilizado para demonstrar o conceito de densidade, que é a relação entre a massa de um material e o volume por ele ocupado:  $d = m/V$ .

### 3.1.3 Sistema do pêndulo simples

O pêndulo simples, é outro exemplo bastante útil para descrever o movimento harmônico simples. Esta situação descreve nada mais que um corpo de massa  $m$  (que pode ser esférico) suspenso por um fio ideal de comprimento ( $l$ ), preso numa plataforma, assim como na figura 3.6. Observa-se que o torque em relação a origem é

$$\tau = -mgL \sin \theta \quad (3.39)$$

e uma vez que o sentido do torque está oposto ao crescimento do ângulo  $\theta$  o sinal

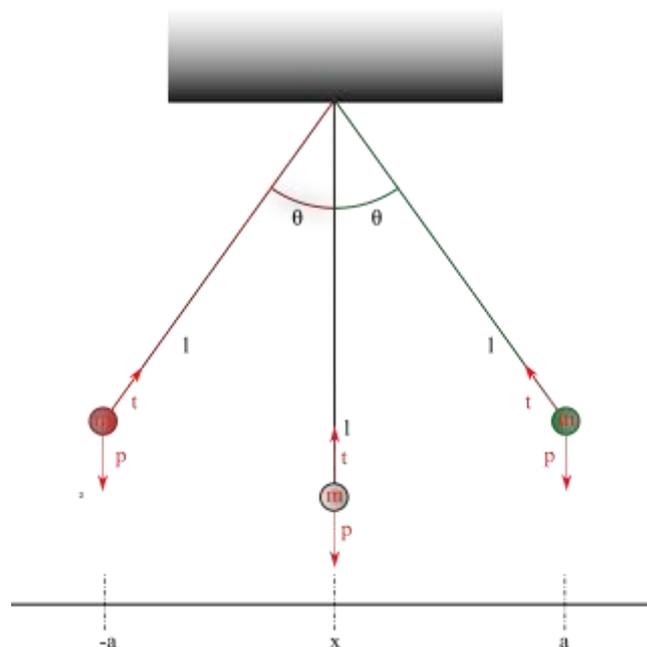


Figure 3.6: A massa  $m$  oscilando em torno da posição de equilíbrio.

de menos aparece na equação.

Analisando o sistema representado na figura 3.6, observa-se que o pêndulo sofre um deslocamento na direção positiva, saindo assim da posição de equilíbrio e ao atingir o máximo do deslocamento, o pêndulo volta, passa pela posição de equilíbrio, atingindo uma velocidade máxima que o faz se deslocar na direção negativa e assim por diante, até que o sistema perca velocidade com o passar do tempo e volte para sua posição de equilíbrio inicial. Da figura 3.7, podemos concluir através da segunda lei de Newton que uma vez deslocado, o pêndulo adquire a seguinte força resultante,

### 3 Oscilador harmônico clássico

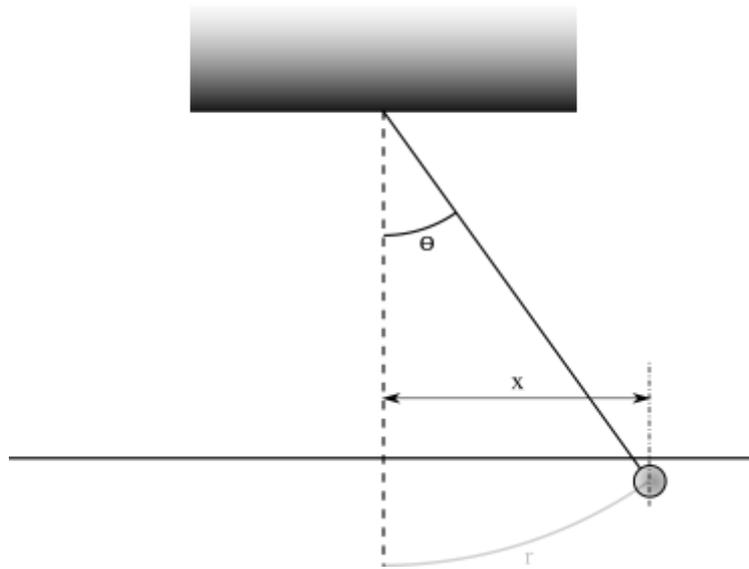


Figure 3.7: Pêndulo simples

$$F_{RX} = m \cdot a_x \quad (3.40)$$

$$F_{RX} = -p \cdot \sin \theta \quad (3.41)$$

onde  $\sin \theta$  é uma aproximação muito pequena  $x/l$ . Desse modo podemos escrever

$$F_{RX} = -\frac{mg}{l} x \quad (3.42)$$

e concluir que a equação acima, refere-se a constante 3.1, lei de Hook, apresentada na seção 3.1.1.

# 4 Superposição de oscilações harmônicas

## 4.1 Direções perpendiculares e mesma frequência

"Um oscilador harmônico bidimensional seria uma partícula cujo, movimento é restrito a um plano (xy), sujeito a uma força restauradora proporcional ao deslocamento a partir da posição de equilíbrio estável." (NUSSENZVEIG,p.88 2013). No caso bidimensional de movimento harmônico simples, podemos escrever no caso das componentes x e y da força, e pela equação 3.1 o seguinte:

$$F_x = -k_x x \quad (4.1)$$

e para y,

$$F_y = -k_y y \quad (4.2)$$

Desse modo, as equações do movimento são:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k_x x \quad (4.3)$$

analogamente para y. Assim podemos definir as frequências angulares ( $\omega$ ) como

$$\omega_x = \sqrt{\frac{k_x}{m}} \quad (4.4)$$

e

$$\omega_y = \sqrt{\frac{k_y}{m}} \quad (4.5)$$

dessa forma a solução do vetor posição em relação as componentes x e y é:

$$x = A_x \cos(\omega_x t + \theta_x) \quad (4.6)$$

#### 4 Superposição de oscilações harmônicas

e para y, temos

$$y = A_y \cos(\omega_y t + \theta_y) \quad (4.7)$$

onde  $\theta_x$  e  $\theta_y$  são as fases nas direções x e y e  $A_x$  e  $A_y$  as respectivas amplitudes do sistema. Temos portanto, uma superposição de dois movimentos com direções perpendiculares entre si. Neste tipo de problema, pode-se determinar a trajetória e a posição da partícula, num determinado tempo. Num sistema que depende de  $A_x$  e  $A_y$ , ou seja, das amplitudes e conhecendo os mínimos e máximos do sistema, conseqüentemente se chega ao resultado da superposição e as equações 4.7 e 4.6, são equações paramétricas que representam os dois movimentos harmônicos simples com direções perpendiculares e mesma frequência.

## 4.2 Direções perpendiculares e diferentes frequências

As equações para obter as figuras de Lissajous são do tipo

$$x = A_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) \quad (4.8)$$

$$y = A_2 \sin(\omega_2 t + \theta_2) \quad (4.9)$$

$$\varphi = (\theta_2 - \theta_1) \quad (4.10)$$

As figuras de Lissajous são obtidas quando movimentos harmônicos simples se superpõem nas direções x e y. Através de materiais de baixo custo, podemos gerar essas figuras por meio de arranjos que levem a diferentes amplitudes, fases e frequências. Uma vez que há numerosas combinações possíveis, vão se formando figuras cada vez mais complexas e elegantes.

### 4.2.1 Casos particulares

No primeiro caso da figura 4.1 temos um objeto que se movimenta, de tal forma que a coordenada x e y podem ser escritas como

$$x = A_1 \cos(\omega_1 t) \quad (4.11)$$

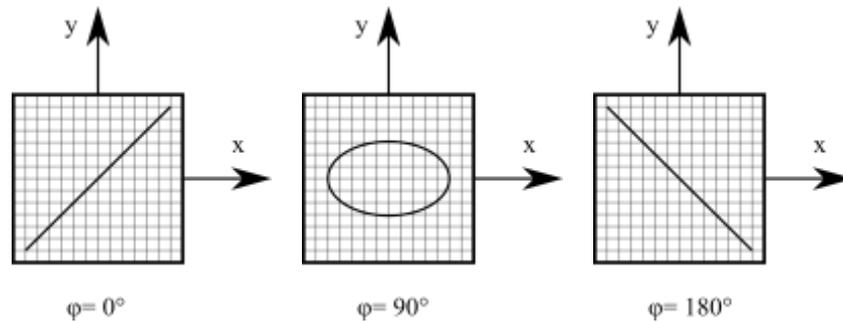


Figure 4.1: Curvas de Lissajous para diferenças de fase de  $n p/2$  .

$$y = A_2 \cos(\omega_2 t + \theta) \quad (4.12)$$

E considerando ainda que  $\omega x$  e  $\omega y$ , possam ser comensuráveis e estejam numa relação de números inteiros, tais que

$$\frac{\omega x}{\omega y} = \frac{m}{n} \quad (4.13)$$

fazendo o cálculo para a condição inicial onde  $\theta = \mathbf{0}$ , temos

$$\frac{x}{y} = \frac{A_1}{A_2} \quad (4.14)$$

Concluindo que se trata de uma situação onde a trajetória é retilínea.

Para o caso da figura b), considerandos as frequências iguais, ou seja,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  com a condição inicial,  $\theta = \frac{-\pi}{2}$ , temos

$$\cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \sin \left( \omega t \right) \quad (4.15)$$

logo

$$x = A_1 \cos(\omega_1 t) \quad (4.16)$$

$$y = A_2 \sin(\omega_2 t) \quad (4.17)$$

Chegamos portanto na equação da elipse.

### 4.3 O experimento

No tópico 3.2 mostramos o que são as figuras de Lissajous e como podem ser representadas. Agora, considerando que a experimentação é um método indispensável para o desenvolvimento e um melhor entendimento da física, ou seja, uma maneira

#### 4 Superposição de oscilações harmônicas



Figure 4.2: Curvas de Lissajous: Demonstração experimental.

de sair da abstração e da linguagem matemática. Preparou-se uma demonstração utilizando materiais de baixo custo, para melhor observar as figuras de Lissajous.

Nas figuras 4.2 abaixo, tem-se a representação das figuras de Lissajous formadas a partir da experimentação.

No exemplo do pêndulo, onde o sistema é formado por uma massa presa a um suporte que permite sua livre movimentação, ficando assim sujeita à força da gravidade, aprimorou-se a ideia do pêndulo e produziu-se o “Pêndulo de Lissajous”, que se refere a um pequeno aparato feito com materiais de baixo custo para visualizar as figuras através de movimentos harmônicos, fazendo mudar a amplitude, fase e frequência angular.

Para este experimento foram usados os seguintes materiais de baixo custo e de fácil aquisição: a) Madeira MDF; b) Linha de costura; c) Um pouco de areia fina; d) Parafusos; e) Um funil feito a partir de uma carrafa pet que servirá como parte do pêndulo como reservatório de areia; f) Ganchos de chaveiro; g) Uma tampa de garrafa pet; h) Uma tampa feita de papelão, para servir de base para as ilustrações.

A princípio construiu-se o pêndulo, ajustável de modo que tenha dois modos de oscilações, dessa forma ao oscilar, o pêndulo produzirá superposições de vibrações com períodos diferentes, porém perpendiculares entre si. No reservatório feito de garrafa pet, que tem o formato de um funil e um furo na tampa, depois de ajustar o pêndulo coloca-se a areia nesse reservatório, ela irá escorrer deixando um rastro na tampa de papelão. Com o rastro deixado pela areia, poderá se observar as figuras formadas pela superposição dos movimentos. E ajustando o pêndulo novamente podemos observar que outras Curvas de Lissoujous cada vez mais complexas vão se formando.

## 5 Conclusão

Considerando as dificuldades que se tem nas escolas públicas no que diz respeito a existência de laboratórios funcionais, com aparatos muitas vezes sofisticados, trouxe nesse trabalho mecanismos que auxiliam na adapção e construção de aparatos usando materiais de baixo valor monetário e de fácil aquisição, que podem ser reproduzidas facilmente não só pelo professor, mas principalmente pelos estudantes. Nesse sentido esta é umas das contribuições desse trabalho para o ensino de física. A temática utilizada, se mostra muito eficiente em serem demonstradas de tantas formas diferentes, pois o oscilador é um fenômeno muito presente no dia-a-dia, sendo este assunto, dentro da física clássica muito fácil de sair da abstração.

Outro fator que precisa ser salientado, é o da importância dada a eventos históricos, muito necessária para que exista a contextualização e a conexão indispensável para o entendimento do surgimento do tema principal tratado neste trabalho, sobre o estudo do oscilador harmônico simples no ensino médio numa discussão teórica e a posteriori com simples demonstrações de baixo custo. Também como foi discutido, mostrou-se necessário trazer a reflexão a cerca do uso do PCNs, pois de certa forma este documento deveria ajudar a escola a modelar o currículo dentro de parâmetros que são extremamente necessários para que haja a efetivação da aprendizagem que se espera ser atingida pelos estudantes. Discutiu-se ainda, mesmo de forma breve a importância do uso de aparatos experimentais e como eles podem de fato ser produzidos usando materiais de fácil aquisição e de baixo valor monetário. E principalmente, poderem ser usados para melhorar o entendimento dos estudantes, depois das explicações convencionais.

Desta forma, o uso de aparatos experimentais em sala de aula, tão simples como o caso do pêndulo e do tubo em U, em especial as curvas de Lissajous, buscou-se mostrar um modelo de simples de montagem, em seguida, mostrar as projeções geométricas e a partir disso, conseguir extrair a parte conceitual.

E conseqüentemente leva à construção de novas formas de abordagem experimental, não como forma de tornar melhor a aula do professor, mas com o principal objetivo de

## 5 Conclusão

efetivar o ensino da física como o que ela realmente é: uma ciência natural por tratar dos fenômenos da natureza, dos pontos de vista clássico, relativístico e quântico, por ser esta uma ciência exata por conseguir demonstrar fenômenos por meio da linguagem matemática e pelo uso da lógica e por ser consistente em conseguir provar e prever através das experimentações os fenômenos da natureza. Fazendo jus a sua importância para a sociedade.

## BIBLIOGRAFIA

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio. Brasília: ensino médio. Brasília, 1999.

BRASIL. MEC. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio. Brasília, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **PCN+Ensino Médio**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza Matemática e suas Tecnologias: Física. Brasília: MEC, 2002b.

DIAS, Diogo Lopes. "Método científico"; Brasil Escola. Disponível em <<https://brasilecola.uol.com.br/quimica/metodo-cientifico.htm>>. Acesso em 30 de maio de 2018.

EINSTEIN, Albert. INFELD, Leopold. A evolução da física. Rio de Janeiro: Zahar, 2008.

G. E. R. Lloyd. Aristotle: the growth and structure of his thought. G. E. R. Lloyd, 1968

GAARDER, JOSTEIN. O mundo de Sofia. Rio de Janeiro: Companhia das letras, 1995.

GALILEI, Galileu. Duas novas ciências. Rio de Janeiro: Nova Stella / Ched, 1985.

GASPAR, A; MONTEIRO, I. C. de C. Atividades experimentais de demonstrações em sala de aula: Uma análise segundo o referencial da teoria de Vygotsky. Investigações em Ensino de Ciências. Vol 10, Nº 2, 2005.

GLEISER, Marcelo. A dança do universo: dos mitos de criação ao Big-Bang. São Paulo: Companhia das letras, 2006.

HART-DAVIS, Adam. O livro da ciência. São Paulo: Globo, 2016.

MARTINS, Roberto de Andrade. A Óptica de Ibn al-Haytham – 1.000 anos de luz. Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência. Consultado em 10 de setembro de 2017.

MÁXIMO, Antônio. ALVARENGA, Beatriz. Curso de física, 1. São Paulo: Scipione, 2000.

NIETZSCHE, Friedrich. A filosofia na época trágica dos gregos. São Paulo: Escala, 2008.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. Curso de física básica, 2: fluido, oscilação e ondas, calor. 5. ed. São Paulo: Blucher, 2014.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. Curso de física básica, 1: mecânica. 5. ed. São Paulo: Blucher, 2013.

OLIVEIRA, M. K. Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico. 4. ed. São Paulo: Scipione, 2008.

RAMALHO, Francisco. FERRARO, Nicolau. SOARES, Paulo. os fundamentos da física. 5.ed. São Paulo: Moderna, 1988.

SILVA, José. et al. Proposta de laboratório de física de baixo custo para escolas da rede pública de ensino médio. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 39, n<sup>o</sup> 1, Agosto de 2016.

Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/metodo-cientifico/> Acesso em 30 de maio de 2018.