



**UNIVERSIDADE DA INTEGRAÇÃO INTERNACIONAL DA  
LUSOFONIA AFRO-BRASILEIRA  
INSTITUTO DE ENGENHARIA E DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL**

**CHRYTHYANE THAMMYRES DE MORAIS SANTIAGO**

**OTIMIZAÇÃO COMPUTACIONAL DO CÁLCULO PARA MODELAGEM DE  
LINHAS DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO O MATLAB**

**ACARAPE - CE**

**2018**

CHRYTHYANE THAMMYRES DE MORAIS SANTIAGO

**OTIMIZAÇÃO COMPUTACIONAL DO CÁLCULO PARA MODELAGEM DE  
LINHAS DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO O MATLAB**

Monografia apresentada ao curso de Engenharia de Energias do Instituto de Engenharia e Desenvolvimento Sustentável da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, como requisito para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energias.

**Orientador:** Prof. Dr. Gustavo Alves de Lima Henn.

ACARAPE – CE

2018

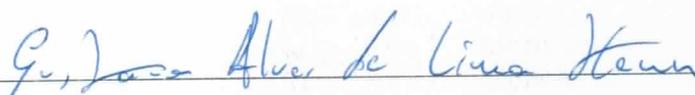
CHRYTHYANE THAMMYRES DE MORAIS SANTIAGO

**OTIMIZAÇÃO COMPUTACIONAL DO CÁLCULO PARA MODELAGEM DE  
LINHAS DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO O MATLAB**

Monografia apresentada ao curso de Engenharia de Energias do Instituto de Engenharia e Desenvolvimento Sustentável da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, como requisito para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energias.

Aprovado em 25/10/2018.

**BANCA EXAMINADORA**



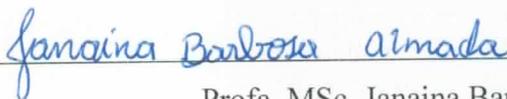
Prof. Dr. Gustavo Alves de Lima Henn (Orientador)

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB)



Prof. Dr. Hermínio Miguel de Oliveira Filho

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB)



Profa. MSc. Janaina Barbosa Almada

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB)

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira  
Sistema de Bibliotecas da UNILAB  
Catalogação de Publicação na Fonte.

---

Santiago, Chrythyane Thammyres de Morais.

S226

Otimização computacional do cálculo para modelagem de linhas de transmissão utilizando o MATLAB / Chrythyane Thammyres de Morais Santiago. - Acarape, 2018.  
37f: il.

Monografia - Curso de Engenharia de Energias, Instituto de Engenharias e Desenvolvimento Sustentável, Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Redenção, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Alves de Lima Henn.

1. Modelagem matemática. 2. Linhas de transmissão. 3. MATLAB.  
I. Henn, Prof. Dr. Gustavo Alves de Lima. II. Título.

CE/UF/BSP

CDD 510.7

---

*“Julgue seu sucesso pelas coisas que você teve  
que renunciar para conseguir”*

Dalai lama

## **AGRADECIMENTOS**

Hoje não posso esquecer o papel que Deus teve ao longo do meu percurso, por isso começo o agradecendo imensamente por ter me concedido saúde, força e disposição para fazer a faculdade e o trabalho de final de curso.

Agradeço aos meus pais, Maria Ilda Oliveira e Ariosvaldo Santiago, que me ensinaram a nunca desistir dos meus objetivos, por serem meus exemplos de força, bondade, generosidade e apoio por todo esse tempo. Aos meus irmãos, Wanessa Santiago, Amanda Viana, Jakson Oliveira e Joakciane Santiago, pelo o amor e companheirismo de vocês. Ao meu esposo, Alisson Azevedo, pela paciência e cuidado que teve comigo nesta fase louca.

Agradeço aos amigos que fiz nessa jornada: Gilmar Nunes (muito obrigada por aguentar meus ataques de ansiedade por toda a graduação, se tornou um irmão, sendo que sem você eu estaria careca), Daniel, Thályson e Leandro (Leo).

Agradeço à UNILAB, por me proporcionar um ambiente criativo e amigável para os estudos. Sou grato à cada membro do corpo docente, à direção e a administração dessa instituição de ensino. Ao professor Gustavo Henn, meu orientador, pela paciência.

À todos os colegas da turma 2012.3.

## RESUMO

O modelo de geração elétrica do Brasil pode ser considerado centralizado, tendo em vista a contribuição majoritária da fonte hidrelétrica em sua matriz energética, que por sua vez, está distante dos centros de carga. Assim, a potência gerada percorre longas distâncias pelas linhas de transmissão, que são as maiores responsáveis pelas perdas de energia, sendo estas, passíveis de serem minimizadas com um estudo detalhado e seu correto dimensionamento. Inicialmente, neste trabalho, realizou-se uma revisão bibliográfica das linhas de transmissão e de seus principais componentes (condutores, isoladores e estrutura). Posteriormente, modelou-se a linha, definindo, com base nos dados de projeto, entre o modelo de parâmetros distribuídos ou de parâmetros concentrados. Além disso, tendo em vista que os avanços tecnológicos permitem resolver o equacionamento de modo prático, rápido e confiável, utilizando softwares robustos, este trabalho apresenta o desenvolvimento de um algoritmo para modelagem e projeto de linhas de transmissão utilizando o MATLAB. Com a utilização deste algoritmo, o projetista poderá rapidamente verificar os dados de projeto, bem como comparar e escolher o modelo matemático mais adequado da linha de transmissão que se pretende projetar. Os resultados obtidos foram satisfatórios, mostrando-se que o algoritmo é capaz de fazer cálculos complexos, de forma célere e exata.

**Palavras-chave:** Modelagem matemática. Linhas de transmissão. MATLAB.

## ABSTRACT

The model of Brazil's electric generation can be considered centered, in view of the majority contribution of the hydroelectric source in your energy matrix that for your time, is far from the load centers. Thus, the power generated travels long distances through transmission's lines, what are the biggest responsible for losses of energy, which can be minimized with a detailed study and correct sizing your. Initially, in this work, a literature review was conducted of the transmission's lines and of its main components (conductors, insulators and structure). Later, patterned line, setting, based on project data, between the model of distributed or concentrated parameters parameters. In addition, since technological advances allow solving the equation so practical, fast and reliable, using software robust, this work presents the development of an algorithm for modeling and design of transmission lines using MATLAB. With the use of this algorithm, the designer can quickly verify the project data, as well as compare and choose the most suitable mathematical model of the desired transmission line design. The results obtained were satisfactory, showing that the algorithm is able to do complex calculations, quickly and accurate.

**Keywords:** mathematical modeling. Transmission lines. MATLAB.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1: Mapa do Sistema Interligado Nacional .....	14
Figura 2.1: Isolador com configuração de pino .....	18
Figura 2.2: Isolador com configuração de disco.....	18
Figura 2.3: Isolador com configuração de suspensão.....	18
Figura 2.4: Isoladores tipo pilar de subestação e de linha .....	19
Figura 2.5: Exemplo de para-raios. ....	19
Figura 2.6: Torre de linha de transmissão. ....	20
Figura 3.1: Representação de circuito elétrico de uma linha de transmissão com parâmetros distribuídos. ....	22
Figura 3.3: Circuito elétrico que representa uma linha médio no modelo T. ....	25
Figura 3.4: Circuito elétrico que representa uma linha média no modelo Pi .....	25
Figura 3.2: Circuito elétrico que representa uma linha curta .....	26
Figura 4.1: Fluxograma para o método de parâmetro distribuído. ....	29
Figura 4.2: Fluxograma utilizando o método de parâmetro distribuído. ....	30

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1: Causas de faltas que ocorrem em um Sistema elétrico.....	13
Tabela 4.1: Dados da linha de transmissão.....	31
Tabela 4.2: Resultados obtidos pelo método teórico e usando o método de parâmetro distribuído.....	31
Tabela 4.3: Resultados obtidos pelo método teórico e usando o método de parâmetro concentrado.....	32

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CA	Corrente Alternada
MATLAB	<i>Matrix Laboratory</i>
SEP	Sistema elétrico de potência
SIN	Sistema Nacional Interligado

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Constante de atenuação
$B$	Constante de fase
$C$	Capacitância
$\gamma$	Constante de propagação
$G$	Condutância
$I$	Corrente
$I(x)$	Corrente fase-neutro do receptor
$I_l$	Corrente fase-neutro do transmissor
$L$	Indutância
$R$	Resistência
$t$	Tempo
$V$	Tensão
$V(x)$	Tensão fase-neutro do receptor
$V_l$	Tensão fase-neutro do transmissor
$x$	Comprimento da linha
$y$	Admitância shunt da linha por unidade de comprimento
$Z$	Impedância total da linha
$Z_c$	Impedância característica da linha
$z$	Impedância série da linha por unidade de comprimento

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>LINHAS DE TRANSMISSÃO .....</b>	<b>17</b>
2.1	Cabos condutores.....	17
2.2	Isoladores.....	18
2.3	Pára-raios .....	20
2.4	Estruturas .....	20
2.5	Considerações Finais .....	21
<b>3</b>	<b>MODELOS MATEMÁTICOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO .....</b>	<b>22</b>
3.1	Modelagem por parâmetros distribuídos .....	22
3.2	Linhas de transmissão de parâmetros concentrados .....	24
3.2.1	Linhas longas .....	25
3.2.2	Linhas médias.....	25
3.2.3	Linhas curtas .....	27
3.3	Considerações finais .....	27
<b>4</b>	<b>EXEMPLO DE PROJETO .....</b>	<b>29</b>
4.1	Visão geral.....	29
4.2	Modelagem da linha pelo algoritmo .....	29
4.3	Exemplos Numéricos.....	31
4.4	Discussão de resultados .....	33
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>34</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>35</b>
	<b>ANEXO A – ALGORITMO DE PARÂMETRO DISTRIBUÍDO .....</b>	<b>36</b>
	<b>ANEXO B – ALGORITMO PARÂMETRO CONCENTRADO .....</b>	<b>37</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A história da transmissão de energia elétrica teve início com Thomas Alva Edison e a criação das lâmpadas incandescentes, quando o estudo do transporte de energia se intensificou devido à necessidade de levar iluminação às vias públicas e às residências. Em 1878, o sistema elétrico foi patenteado, e era constituído de cabos, interruptores e medidores. O modelo de Edson baseava-se na corrente contínua, o que demandava a utilização de muitos cabos. Com isso, a usina geradora de energia deveria ser instalada próxima ao centro consumidor, para que redução de custos e viabilizar-se a implementação do sistema. (Sadiku, 2013).

Nikola Tesla, um empregado de Thomas Edison, observando as limitações do sistema proposto por seu superior, realizou seus estudos buscando uma forma da qual pudesse melhorar o sistema, reduzir seus custos e as perdas na transmissão entre a usina geradora e o centro consumidor. Em 1887, Tesla patenteou um sistema de corrente alternada, que permitia a utilização de transformadores.

O modelo de Tesla é utilizado até hoje por apresentar vantagens econômicas significantes em relação à de Edson. A possibilidade de o sistema de Tesla operar em alta tensão permite que as perdas por efeito joule sejam mitigadas, e, conseqüentemente, o transporte de energia através das linhas de transmissão sejam energeticamente mais eficientes. Quando comparado com o sistema de Edison, o modelo de corrente alternada de Tesla, possui a capacidade de transportar energia elétrica com condutores de menor bitola, o que conferiu uma redução econômica considerável em sua implementação (Boylestad, 2004).

Entretanto, apesar de apresentar-se como modelo mais viável, o modelo elétrico de distribuição em CA apresenta perdas bastante significativas nas linhas de transmissão, devido ao desgaste e fatores externos (poeira, calor, descargas elétricas, etc). Em uma pesquisa realizada por Coury (2002) sobre o Sistema Elétrico de Potência (SEP), obteve-se como resultado a Tabela 1.1, que apresenta as causas das faltas no sistema elétrico.

Tabela 1.1: Causas de faltas que ocorrem em um Sistema elétrico.

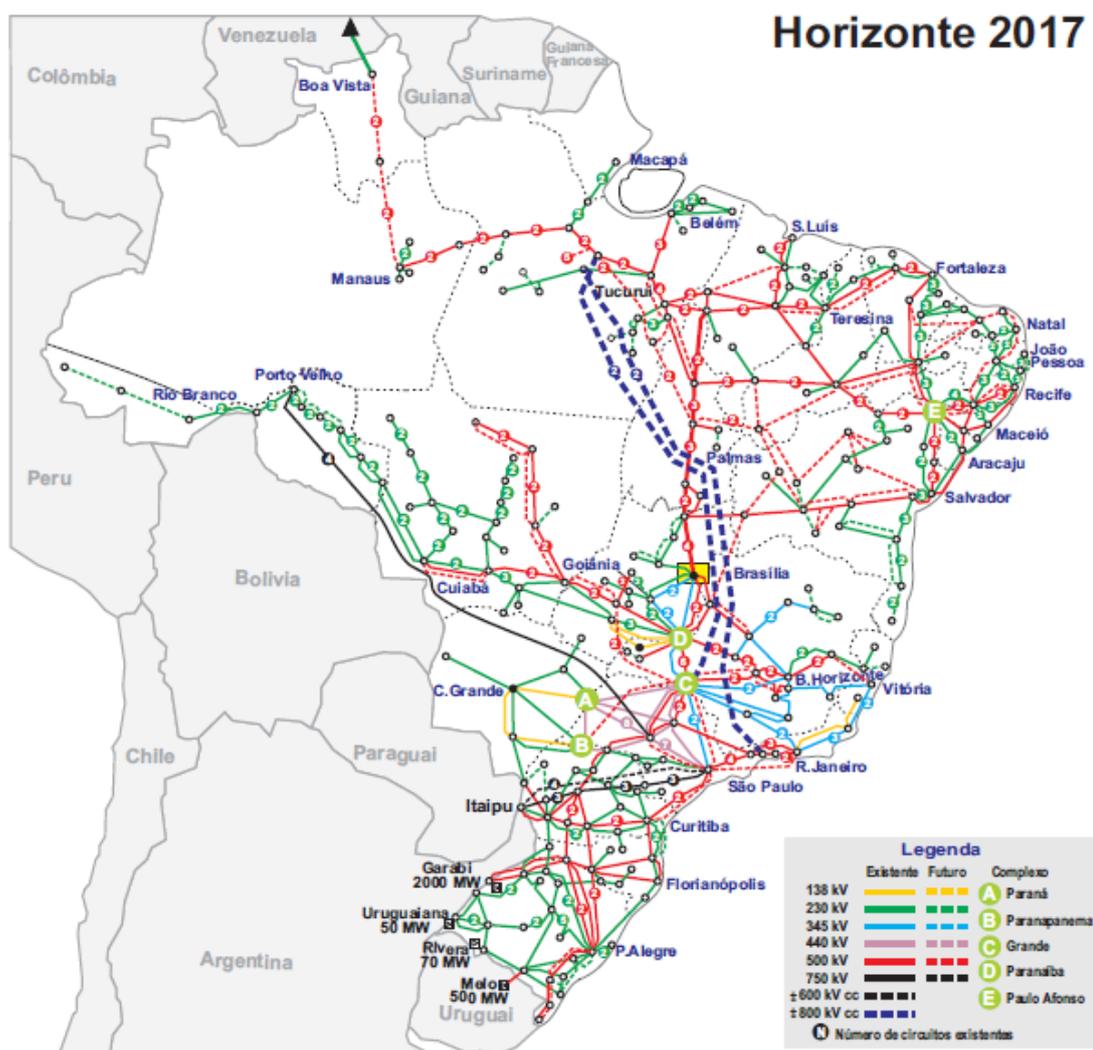
<b>SETOR DO SISTEMA ELÉTRICO</b>	<b>% DE FALTAS</b>
Linhas de Transmissão	82
Autotransformadores	6
Falha humana	5
Outros	7

Fonte: Coury, 2002.

Tendo em vista que atualmente a eficiência energética tem sido amplamente discutida pela comunidade científica, e pela constatação de que as linhas de transmissão são os elementos que contribuem majoritariamente nas perdas energéticas no SEP, faz-se interessante e necessário o estudo das perdas nesses elementos e de que forma estes podem ser mitigados.

No contexto brasileiro, onde a geração elétrica é considerada centralizada, e por sua vasta extensão territorial, as linhas de transmissão correspondem como essenciais para o transporte de energia elétrica no país. Neste sentido, sabendo-se que as linhas de transmissão correspondem aos elementos que menos eficientes no SEP, conclui-se que é de grande importância o correto planejamento estratégico do Sistema Interligado Nacional (SIN) para implementação das mesmas. Dentro do descrito anteriormente, a Figura 1.1 apresenta a estrutura e organização das linhas de transmissão no Brasil.

Figura 1.1: Mapa do Sistema Interligado Nacional



Fonte: ONS

Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo geral desenvolver um algoritmo no *MATLAB*, capaz de dimensionar linhas de transmissão de energia elétrica através do modelo dos parâmetros distribuídos e concentrados. Os objetivos específicos são:

- A revisão bibliográfica das linhas de transmissão e seus componentes;
- Estudo e equacionamento dos modelos de parâmetros distribuídos e concentrados;
- Comparar os resultados entre os diferentes modelos com auxílio do algoritmo desenvolvido no *MATLAB*.

Neste sentido, após essa breve introdução e contextualização do trabalho, apresenta-se, no capítulo 2, uma introdução das linhas de transmissão, os seus componentes e funções.

O capítulo 3 apresenta os fundamentos matemáticos para a realização das modelagens de linhas de transmissão, constituindo a base para o modelo computacional que será formulado posteriormente.

O capítulo 4 expõe a metodologia utilizada e o fluxograma do algoritmo.

Por fim, o capítulo 5 apresenta as conclusões sobre os resultados obtidos, bem como as perspectivas de trabalhos futuros.

## 2 LINHAS DE TRANSMISSÃO

Como discutido anteriormente, as linhas de transmissão são elementos que constituem o SEP. São através dessas estruturas condutoras que o fluxo de energia é transportado da unidade geradora até o centro de consumo. As linhas de transmissão podem ser divididas em três tipos: aéreas, subterrâneas e trilhas metálicas (Leão,2010). No presente trabalho será abordada de forma mais detalhada somente as linhas do tipo aéreas, por serem as mais difundidas e utilizadas no cenário brasileiro.

Os componentes de uma linha de transmissão conferem a qualidade da energia elétrica transportada por estas. São a partir da escolha destes componentes que pode-se realizar inferências quanto às perdas nas linhas de transmissão. Fuchs (1977) afirma que o desempenho elétrico das linhas de transmissão é diretamente dependente das características físicas dos componentes empregados, e desta forma, estas características determinam a robustez quanto à sua eficiência elétrica. Neste sentido, faz-se necessário realizar o estudo dos componentes que integram as linhas de transmissão.

### 2.1 Cabos condutores

O principal elemento constituinte de uma linha de transmissão são os cabos condutores, que têm por finalidade conduzir a corrente elétrica, e, conseqüentemente, transportar o fluxo de potência. É importante que se tenha conhecimento das características gerais de um condutor ideal, sendo elas:

- Alta condutibilidade elétrica;
- Baixo custo;
- Boa resistência mecânica;
- Baixo peso específico;
- Alta resistência a oxidação e a corrosão por agentes químicos e biológicos.

Não existe um material específico que apresente todas essas características favoráveis. De acordo com Vicente Chiaverini (1986), através de comparações entre materiais e os seus valores históricos comerciais, obtiveram-se diferentes tipos de materiais para a construção das linhas de transmissão. Contudo, os que mais se destacaram foram o alumínio e o cobre, apesar de apresentar características elétricas piores em relação a outros materiais (como a condutibilidade elétrica, por exemplo), mas que tornaram-se atrativos devido à resistência mecânica, maleabilidade e, principalmente, viabilidade econômica.

Neste sentido, a escolha do material condutor é de fundamental importância, tendo em vista que a característica elétrica do condutor poderá exigir um maior diâmetro equivalente para uma dada tensão, o que minimizaria o gradiente de potencial na superfície e menor tendência ionização do ar em volta do condutor, produzindo o chamado efeito corona (Stevenson, 1986).

No Brasil há uma padronização dos cabos regida pela ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas), pois há inúmeras possibilidades de composição para uma mesma seção útil de condutores. As normas regulam as características que devem apresentar, passando por eventuais testes de responsabilidade dos fabricantes que garantem um nível de segurança mínima para o seu manuseio.

## 2.2 Isoladores

Os isoladores têm como principal função, assegurar o isolamento dos condutores entre si, entre os condutores e as demais estruturas, e entre os condutores e a terra. Além desta funcionalidade, os mesmos também são responsáveis pelo suporte de separação dos cabos e pelos esforços mecânicos de sustentação. Desta forma é importante que consigam resistir tanto às demandas mecânicas, quanto às elétricas.

Segundo Fuchs (1977), cada país apresenta características que implicam nas solicitações mecânicas que os isoladores devem resistir. Assim, podem ser organizados de forma que priorizem onde haverá mais solicitação mecânica com o tempo:

- Verticalmente, para suportar forças verticais como a sustentação do peso dos condutores. Um exemplo de como as características climáticas de alguns países prioriza esta forma de colocação do isolador, é em países de clima temperado, onde existe um acúmulo de gelo, aumentando o peso do condutor em determinadas épocas do ano;
- Horizontalmente, no sentido longitudinal da linha de transmissão, para manter paralelamente as linhas com o solo, em locais com ventos amenos e com incidência rara ou inexistência de neve.
- Horizontalmente transversais, no sentido ortogonal aos eixos longitudinais das linhas, para dar uma sustentação maior em locais que há incidência de ventos constantes e fortes.

Dentre outras características e funcionalidades que os isoladores podem oferecer, está o fato de que, em alguns momentos, surtos de sobretensão por diferentes causas (descarga atmosférica, por exemplo), exigirá que o isolador ofereça “uma alta resistência para correntes

de fuga de superfície e ser suficientemente espesso para prevenir ruptura sob as condições de tensão que devem suportar” (Leão, 2010). Neste sentido os isoladores podem apresentar-se de configurações do tipo:

- Isolador de pino

Figura 2.1: Isolador com configuração de pino



Fonte: [http://www.jsisoladores.com.br/jsnet/pt/produtos/distribuicao/isolador\\_pilar/](http://www.jsisoladores.com.br/jsnet/pt/produtos/distribuicao/isolador_pilar/)

- Isolador de disco

Figura 2.2: Isolador com configuração de disco



Fonte: <http://www.gblcomercial.com.br/produtos/isoladores-porcelana/isolador-disco-porcelana/>

- Isoladores de suspensão

Figura 2.3: Isolador com configuração de suspensão



Fonte: <http://www.jsisoladores.com.br/jsnet/pt/produtos.php>

- Isoladores tipo pilar de subestação e de linha

Figura 2.4: Isoladores tipo pilar de subestação e de linha



Fonte: <http://finishtec.com.br/isolador-pilar/>

### 2.3 Pára-raios

Os pára-raios, como o próprio nome indica, são utilizados como uma proteção da linha, interceptando as descargas atmosféricas. Estas estruturas são geralmente de aço ou alumínio (Figura 2.5).

Figura 2.5: Exemplo de para-raios.



Fonte: <http://www.delmar.com.br/lt.asp>

### 2.4 Estruturas

As estruturas em linhas de transmissão podem ser entendidas como o arranjo estrutural mecânico (torres de transmissão) que dão suporte aos condutores, isoladores e pára-raios. Estas estruturas podem ser caracterizadas a partir de como estão colocados os condutores (verticalmente, horizontalmente e triangulares), distância entre os condutores, dimensões e forma de isolamento, altura de segurança, função mecânica; forma de resistir às forças que são aplicadas (solicitação axial vertical, solicitação horizontal transversal, solicitação longitudinal), os materiais do qual são feitas (madeira, concreto armado e estruturas metálicas), número de circuitos, etc.

Um projeto civil e elétrico destas estruturas exige estudos na área em que serão instaladas, do clima que prevalece na região e dos materiais que serão utilizados.

Figura 2.6: Torre de linha de transmissão.



Fonte: Ministério de Minas e Energia

## 2.5 Considerações Finais

Neste capítulo realizou-se uma revisão bibliográfica das linhas de transmissão e seus componentes. Foram apresentados os tipos de condutores utilizados em linhas de transmissão e suas principais características, os tipos de isoladores e suas configurações, assim como a apresentação da utilização de pára-raios e as estruturas físicas que asseguram a operacionalidade das linhas de transmissão.

Conclui-se, portanto, que os dados utilizados para a escolha dos componentes de uma linha de transmissão conferem diretamente em sua robustez e operacionalidade. Dessa forma, a capacidade elétrica de transporte de energia, a segurança operacional e a eficiência global do sistema de transmissão estão intrinsecamente ligados à qualidade e especificidade dos componentes empregados.

### 3 MODELOS MATEMÁTICOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Nos capítulos anteriores, foram apresentadas as principais características que fundamentam a utilização do sistema de transmissão em corrente alternada nos dias atuais. Em seguida, foram discutidas as partes constituintes de uma linha de transmissão, mostrando algumas das principais características destes componentes e de que forma estes interagem para que a energia possa ser transportada adequadamente.

Considerando-se que cada linha de transmissão possui sua especificidade, como comprimento, fonte geradora, ramificações, e localização geográfica, o correto dimensionamento desta é de grande importância para seu correto funcionamento e redução de perdas. Neste sentido, este capítulo apresenta-se os modelos mais difundidos pela literatura quanto a modelagem de linhas de transmissão.

#### 3.1 Modelagem por parâmetros distribuídos

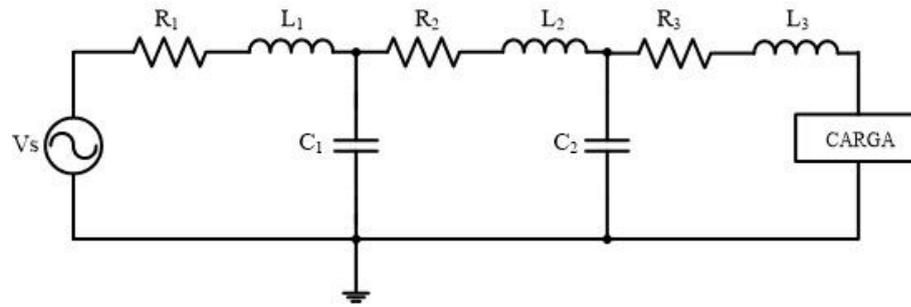
Devido à complexidade que envolve a modelagem de uma linha de transmissão, tendo em vista a quantidade de variáveis que interferem no sistema físico em estudo, modelos matemáticos foram propostos pela literatura para otimizar o esforço matemático envolvido em seu dimensionamento. Desta forma, a análise do sistema como um todo pode ser realizada através de um modelo equivalente simplificado.

Os modelos referidos consideram que o sistema elétrico em estudo é trifásico e equilibrado. A partir desta consideração, pode-se inferir que o mesmo pode ser analisado através de apenas uma ramificação monofásica, tendo em vista que, nesta condição, as outras duas fases comportam-se de forma similar.

A Figura 3.1 apresenta o modelo de parâmetros distribuídos. Este modelo considera que a corrente que flui na linha de transmissão é alternada e senoidal, operando em regime permanente. Os componentes passivos da linha representam as não-idealidades do sistema, representando, portanto, as perdas por efeito joule, bem como os efeitos dos campos elétrico e magnético sobre a corrente.

Ainda analisando a Figura 3.1, pode-se observar que em cada malha do circuito apresenta-se uma impedância, o que corresponde ao parâmetro distribuído da linha. As perdas por efeito joule nos condutores são representadas pelos elementos resistivos ( $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ ), enquanto os elementos armazenadores de energia ( $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ ) são responsáveis pela defasagem entre os campos elétricos e magnéticos.

Figura 3.1: Representação de circuito elétrico de uma linha de transmissão com parâmetros distribuídos.



Fonte: Próprio Autor

Fuchs (1977), analisando qualitativamente e quantitativamente o circuito do modelo em estudo, apresenta as equações gerais que modelam as correntes e tensões, assim como o comportamento do fluxo de energia da linha de transmissão. Sua análise baseia-se no fato de que, inicialmente, todos os componentes estão descarregados. Assim, leva-se um tempo para que os elementos armazenadores de energia fiquem carregados, ocorrendo um atraso na propagação de onda. Esta característica justifica o atraso entre corrente e tensão na linha, o que os leva a apresentarem valores de entrada e saída diferentes.

Aplicando as leis de Kirchhoff, e resolvendo as equações para tensão em função do comprimento da linha ( $\Delta V/\Delta x$ ), e corrente em função do comprimento da linha ( $\Delta I/\Delta x$ ), e admitindo-se que este comprimento tende a zero, obtêm-se as equações:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = RI + L \frac{\partial I}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} = (-GV + C \frac{\partial V}{\partial t}) \quad (3.2)$$

Onde:

L é a indutância responsável pelo atraso na propagação da frente de onda;

C é a capacitância, que, como a indutância, é responsável pelo atraso na propagação da frente de onda;

R é a resistência do cabo, determinada pelo material do qual é feito a linha de transmissão, sendo responsável pelas perdas ôhmicas;

G é a condutância, matematicamente a inversa da resistência, e na linha de transmissão representa a corrente de fuga através do dielétrico;

x é o comprimento da linha.

A partir da manipulação matemática das equações (3.1) e (3.2), é possível obter duas equações diferenciais, descritas pelas relações 3.3 e 3.4:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial V}{\partial t} + RGV \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial I}{\partial t} + RGI \quad (3.4)$$

Admitindo uma corrente alternada e senoidal, operando em regime permanente, pode-se reduzir as equações em:

$$V(x) = \cosh(\lambda x) V_1 + Z_c \sinh(\lambda x) I_1 \quad (3.5)$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_c} \sinh(\lambda x) V_1 + \sinh(\lambda x) I_1 \quad (3.6)$$

Onde:

$V(x)$ ,  $I(x)$ : Tensão fase-neutro e corrente de linha em qualquer ponto da linha, medido a partir do terminal receptor;

$V_1$ ,  $I_1$ : Tensão fase-neutro e corrente de linha no terminal emissor;

$Z_c$ : Impedância característica da linha,  $Z = z/y$  [ $\Omega$ ], em que  $z$  e  $y$  são a impedância série e admitância shunt da linha por unidade de comprimento;

$\gamma$ : Constante de propagação que define a amplitude e fase da onda ao longo da linha,  $\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{zy}$  [ $m^{-1}$ ], em que  $\alpha$  é a constante de atenuação [Néper/m] e  $\beta$  constante de fase [rad/m].

Dessa forma, as equações apresentadas para o modelo de parâmetros distribuídos permitem obter matematicamente os parâmetros de projeto elétrico de uma linha de transmissão. Assim, pode-se dimensionar corretamente os componentes a serem utilizados e otimizá-los a corresponderem a operação com perdas reduzidas, e, conseqüentemente, garantir um sistema mais eficiente.

### 3.2 Linhas de transmissão de parâmetros concentrados

No item anterior foi apresentada a modelagem de linha de transmissão por parâmetros distribuídos, que baseia-se na análise de que os parâmetros da linha estão distribuídas ao longo de toda sua extensão. No entanto, a literatura apresenta outra modelagem de linha de transmissão, a qual considera que o comprimento da linha permite desprezar variáveis que não afetam o valor global da modelagem.

Dessa forma, os itens a seguir apresentam uma análise detalhada das especificidades que devem ser levadas em consideração para a modelagem dos parâmetros da linha de transmissão em função de seu comprimento. Neste sentido, classificam-se as linhas, de acordo com a modelagem por parâmetros concentrados, como curta, média ou longa.

### 3.2.1 Linhas longas

O modelo de parâmetros concentrados, como apresentado anteriormente, leva em consideração a especificidade do comprimento da linha. Classifica-se como linha longa, as linhas de transmissão que possuem extensão igual ou maior que 240 Km (Fuchs, 1977). Para esta classificação de linha, consideram-se todas as não idealidades apresentadas no modelo de parâmetros distribuídos.

Stevenson (1986) afirma que na solução de linhas de transmissão com elevado grau de precisão e de comprimento maior que 240km, deve-se considerar que os parâmetros da linha são distribuídos uniformemente ao longo de seu comprimento. Neste sentido, a Figura 3.1 representa o modelo para o este tipo de linha em estudo, assim como as equações (3.5) e (3.6).

### 3.2.2 Linhas médias

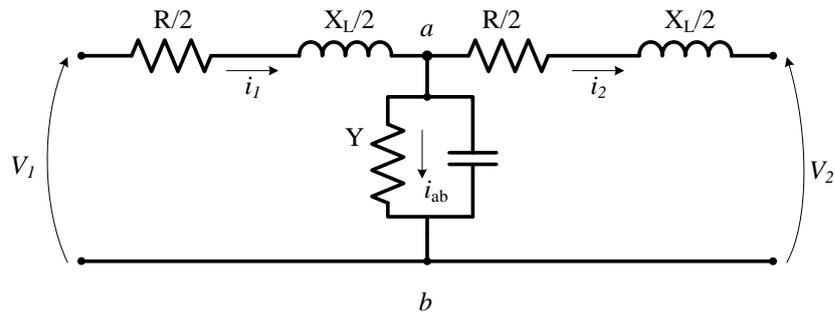
Linhas médias são representadas por linhas de transmissão com comprimentos entre 80 e 240km (Fuchs, 1977). Nessa classificação há uma alta impedância capacitiva, de forma que seu efeito pode ser desprezado na modelagem.

A partir das considerações apresentadas anteriormente, dois modelos são definidos em função da estrutura topológica da impedância série e da admitância shunt total da linha. Neste sentido, a impedância pode-se apresentar de acordo com a Figura 3.2, caracterizando o chamado modelo T. Neste modelo, a admitância em derivação da linha é colocada na parte centralizada do circuito fazendo com que a impedância em série seja dívida igualmente entre as duas extremidades (Steverson, 1986). Modelando as equações de tensão e corrente para este circuito, obtêm-se as equações (3.8) e (3.9).

$$V_2 = V_1 \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) + I_1 Z \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \quad (3.7)$$

$$I_2 = I_1 \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) + V_1 Y \quad (3.8)$$

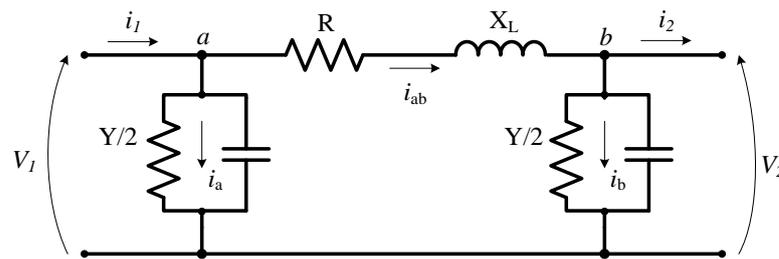
Figura 3.2: Circuito elétrico que representa uma linha média no modelo T.



Fonte: Próprio Autor

O segundo modelo é o modelo Pi. Este modelo de linha média, apresentado na Figura 3.3, divide em duas partes iguais a admitância em derivação da linha, posicionadas em suas extremidades (Fuchs, 1977). Modelando as equações de tensão e corrente para este circuito, obtêm-se as equações (3.10) e (3.11).

Figura 3.3: Circuito elétrico que representa uma linha média no modelo Pi



Fonte: Próprio Autor

$$V_2 = V_1 \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right) + I_1 Z \quad (3.9)$$

$$I_2 = I_1 \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right) + V_1 \left( 1 + \frac{ZY}{4} \right) \quad (3.10)$$

Onde:

- $I_1$  Corrente do transmissor;
- $I_2$  Corrente do receptor;
- $V_1$  Tensão no transmissor;
- $V_2$  Tensão no receptor;
- $Z$  Impedância total da linha.
- $Y$  Admitância *shunt* total da linha

Entre os dois modelos de linhas de transmissão média, o circuito elétrico do modelo Pi apresenta-se como o mais utilizado, tendo em vista apresentar menor complexidade matemática no modelo desenvolvido. A utilização do modelo T, uma vez que estabelece essas

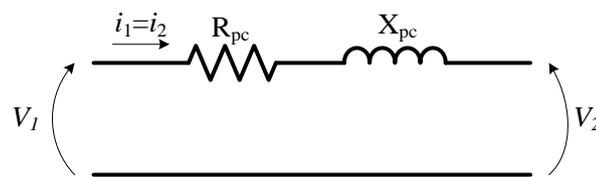
modelagens matemáticas aplicadas a um grande sistema, demanda um nó a mais ao circuito modelado, e, dessa forma, aumenta consideravelmente o esforço de cálculo.

### 3.2.3 Linhas curtas

As linhas curtas são definidas como as linhas que possuem um comprimento inferior a 80 km (Fuchs, 1977). Para este tipo de linha considera-se somente a impedância série ( $R_{pc}$  e  $X_{pc}$ ), tendo em vista que a impedância Y possui efeito desprezível. A 5 apresenta o esquemático do modelo do circuito elétrico da linha de transmissão em estudo.

Como em um circuito em série simples, as correntes dos terminais são iguais. Dessa forma, a simples aplicação da lei de Kirchhoff é suficiente para a determinação da equação deste modelo.

Figura 3.5: Circuito elétrico que representa uma linha curta



Fonte: Próprio autor.

$$V_2 = V_1 + I_1 Z \quad (3.11)$$

Onde:

- $I_1$  Corrente do transmissor;
- $I_2$  Corrente do receptor;
- $V_1$  Tensão no transmissor;
- $V_2$  Tensão no receptor;
- $Z$  Impedância total da linha.

### 3.3 Considerações finais

Neste capítulo foram abordadas as modelagens matemáticas para as linhas de transmissão a partir do estudo de um sistema elétrico trifásico equilibrado. Os sistemas trifásicos equilibrados possuem, em todas as suas fases, valores eficazes iguais, estando defasadas igualmente entre si, de modo que pode ser representado como um circuito equivalente monofásico. Assim, a modelagem aplicada para os modelos de parâmetros distribuídos e concentrados, fazendo-se essas considerações, são simplificadas.

Observou-se também, que a modelagem das linhas por parâmetros distribuídos é distinta e varia em função de seu comprimento. A modelagem realizada para cada classificação da linha (longa, média e curta) possui suas especificidades, destacando-se pelas variáveis desprezadas em cada uma delas, caracterizado pela minimização dos efeitos destes quanto ao comprimento da linha.

## 4 EXEMPLO DE PROJETO

Neste capítulo é apresentada em detalhes a metodologia proposta para modelagem de linhas de transmissão e os resultados de comparações de linhas com diferentes comprimentos a partir dos métodos citados anteriormente. Realizou-se o algoritmo baseando-se nas equações de parâmetros distribuídos e concentrados para a criação de um algoritmo.

### 4.1 Visão geral

A modelagem das linhas de transmissão é realizada, atualmente, por meio de automatização, do qual busca-se garantir qualidade exigidas pelas normas especificadas no país. Um exemplo desta automatização é a utilização de programas que estão estruturados em algoritmos, como o *ELEKTRA*, que é utilizado pela empresa Eletrobras. Assim como o *ELEKTRA*, outros programas computacionais podem ser utilizados na criação de algoritmos que busquem a otimização de modelagem da linha, como o *MATLAB*.

O *MATLAB* (abreviação de *MATrixLABoratory*) é um *software* que propõe a realizar cálculos numéricos, análise de dados, cálculo com matrizes, construção de gráficos e algoritmos, que resultam em soluções de problemas numéricos de forma mais simples do que em outras linguagens de programação, resultado de comandos mais próximos das expressões algébricas.

O cálculo com matrizes realizado pelo *MATLAB* justificou a escolha de utilizá-lo como ferramenta computacional para a realização deste trabalho, pois as equações para modelagem de linhas de transmissão podem ser organizadas em quadripolos (forma matricial das equações). Conceitua-se quadripolo como a representação de circuitos elétricos com duas portas, de forma que se permite a análise de forma sistemática e padronizada.

### 4.2 Modelagem da linha pelo algoritmo

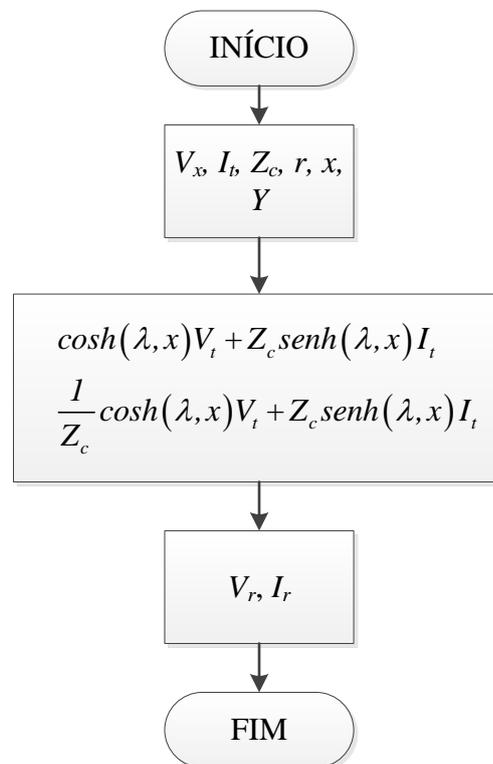
O algoritmo implementado tem como entrada as informações referentes a um quadripolo, assim como o comprimento da linha de transmissão a ser projetada. Para que as linhas de transmissão sejam organizadas como um quadripolo, faz-se algumas restrições para que os resultados obtidos não apresentem dispersões dos valores calculados, quando comparados com as equações gerais de linhas. As restrições são: o circuito não deve possuir excitação externa (consequência disso, não haverá energia armazenada), não apresentar fontes dependentes, e não possuir ligações externas entre o transmissor e o receptor. A organização

matricial das linhas de transmissões seguindo o método de parâmetros distribuídos é representado pela Equação (4.1).

$$\begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma x) & Z_c \sinh(\gamma x) \\ \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma x) & \cosh(\gamma x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

O algoritmo desenvolvido para a implementação do modelo dos parâmetros distribuídos funcionará seguindo a lógica do fluxograma apresentado na Figura 4.1. **Erro!**  
**Fonte de referência não encontrada.**

Figura 4.1: Fluxograma para o modelo de parâmetros distribuídos.

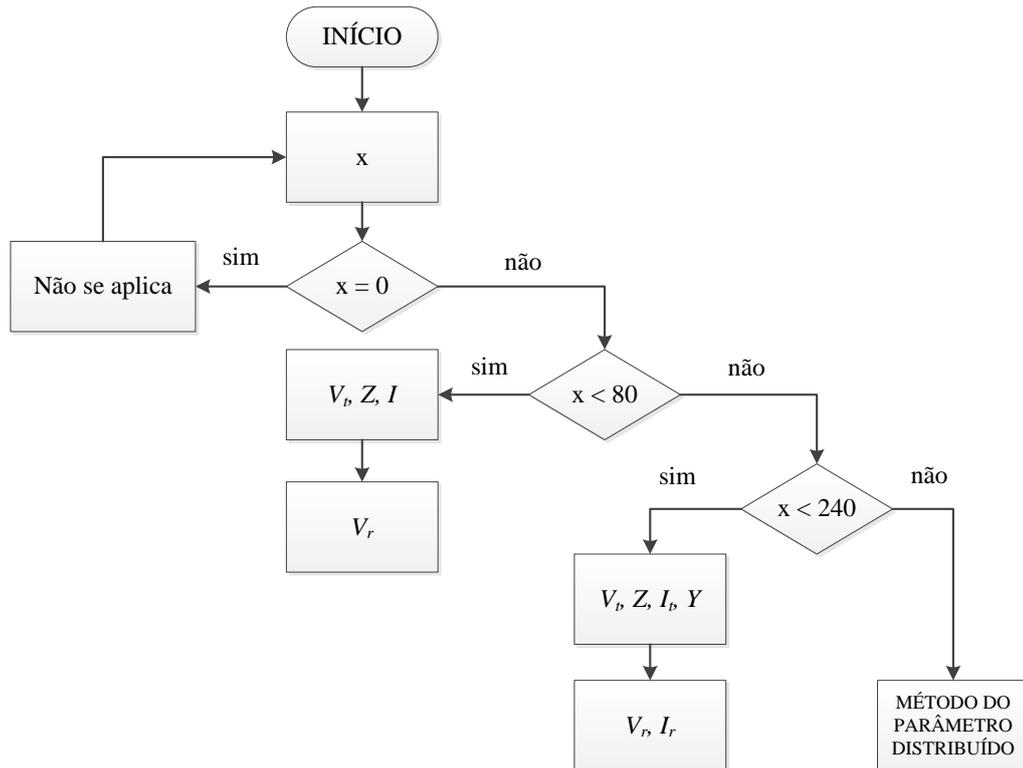


Fonte: Próprio Autor

Inicialmente o projetista entrará com os parâmetros, que possui sobre a linha de transmissão a ser modelada, na ordem em que o algoritmo solicitar. Esses parâmetros são: tensão fase-neutro ( $V_t$ ), corrente de linha ( $I_t$ ), Impedância total da linha ( $Z$ ), Admitância *shunt* total da linha ( $Y$ ), e comprimento ( $x$ ). O algoritmo armazenará as informações e calculará a tensão ( $V_r$ ) e corrente ( $I_r$ ) no receptor da linha a partir das equações do modelo de parâmetro distribuído.

Realizada a modelagem com parâmetros distribuídos, que compete a qualquer comprimento de linha de transmissão, o algoritmo realiza uma nova modelagem baseando-se na modelagem de parâmetros concentrados, que inicia-se pela caracterização da linha de acordo com o seu comprimento.

Figura 4.2: Fluxograma utilizando o modelo de parâmetros concentrados.



Fonte: Próprio Autor

O fluxograma da Figura 4.2 apresenta a lógica a ser seguida pelo algoritmo. A primeira informação que o algoritmo solicitará ao projetista é o valor do comprimento da linha, o qual será analisado, e classificará a linha a ser projetada de acordo com o modelo condizente. Caso o comprimento informado pelo projetista seja menor que 80km, o algoritmo solicitará que o projetista adicione os valores de tensão fase-neutro ( $V_t$ ), corrente de linha ( $I_t$ ), Impedância total da linha ( $Z$ ). Se este comprimento estiver entre 80km e 240km, solicitará que o projetista entre com essas variáveis: tensão fase-neutro ( $V_t$ ), corrente de linha ( $I_t$ ), Impedância total da linha ( $Z$ ), Admitância *shunt* total da linha. Como explicado no capítulo anterior, para as linhas longas as equações são as mesmas para os dois modelos.

### 4.3 Exemplos Numéricos

Para uma comparação entre os métodos de parâmetro distribuído e concentrado se propôs a realizar uma simulação. Essa simulação utilizou-se de linhas de transmissão de comprimento de 50 km, 200 km e 400 km, objetivando abranger todas as classificações das linhas. As características físicas (cabo condutor, isolador) e elétricas da linha (Fonte de Tensão em uma das extremidades da linha, impedância, corrente) são estudadas pelo projetista, de maneira que o mesmo já possua essas informações para serem utilizadas no algoritmo. No presente trabalho, adotou-se um exemplo criado hipoteticamente com valores iguais para todas as linhas.

O exemplo usado neste trabalho tem como fonte Leão (2010) a linha apresenta as seguintes características expostas na 4.1:

Tabela 4.1: Dados da linha de transmissão.

Tensão no receptor ( $V_1$ )	116 [kV]
Corrente no receptor ( $I_1$ )	$390 - 188i$ [A]
Impedância série ( $z$ )	$0,107 + i0,51[\Omega/\text{km}]$
Admitância shunt ( $y$ )	$i3,19 \cdot 10^6$ [S/km]
Impedância característica ( $Z_c$ )	$402,6 - i 41,6$ [ $\Omega$ ]
Constante de propagação ( $\gamma$ )	$1,33 \cdot 10^{-4} + i 1,28 \cdot 10^{-3}$

As tabelas 4.2 e 4.3 mostram os resultados obtidos no programa e realizados manualmente.

Tabela 4.2: Resultados obtidos pelo método teórico e usando o modelo de parâmetros distribuídos.

x (Parâmetros distribuídos)	Resposta teórica		Resposta do programa	
	Tensão no transmissor (kV)	Corrente no transmissor (A)	Tensão no transmissor (kV)	Corrente no transmissor (A)
50 km	$120,96 + i 7,49$	$389,3 - i 189,2$	$121,18 + i 8,25$	$389,79 - i 187,1$
	$121,19/\underline{3,54^\circ}$	$432,84/\underline{25,92^\circ}$	$121,46/\underline{3,89^\circ}$	$432,37/\underline{25,64^\circ}$
200 km	$137,56 + i 15,2$	$387 + i 16,24$	$136,76 + i 17,4$	$386 + i 15,42$
	$138,4/\underline{6,31^\circ}$	$387,34/\underline{2,4^\circ}$	$137,86/\underline{7,25^\circ}$	$386,31/\underline{2,29^\circ}$
400 km	$161,38 + i 76,52$	$345 - i 49,93$	$161,46 + i 77,03$	$346 - i 50,04$
	$178,6/\underline{25,37^\circ}$	$348,59/\underline{8,23^\circ}$	$178,89/\underline{25,51^\circ}$	$349,6/\underline{8,23^\circ}$

Tabela 4.3: Resultados obtidos pelo método tétrico e usando o modelo de parâmetros concentrados.

x (Parâmetros concentrados)	Resposta teórica		Resposta do programa	
	Tensão no transmissor (kV)	Corrente no transmissor (A)	Tensão no transmissor (kV)	Corrente no transmissor (A)
50 km	$122,86 + i 8,91$	$390 - i 188,4$	$122,16 + i 8,18$	$390,3 - i 187,8$
	$123,18/\underline{4,15^\circ}$	$433,12/\underline{25,78^\circ}$	$122,43/\underline{3,83^\circ}$	$433,1/\underline{25,70^\circ}$
200 km	$136,73 + i 14,8$	$389 + i 18,4$	$135,87 + i 16,7$	$388 + i 16,58$
	$137,5/\underline{6,18^\circ}$	$389,43/\underline{2,71^\circ}$	$136,9/\underline{7,01^\circ}$	$388,4/\underline{2,45^\circ}$
400 km	$161,38 + i 76,52$	$345 - i 49,93$	$161,46 + i 77,03$	$346 - i 50,04$
	$178,6/\underline{25,37^\circ}$	$348,59/\underline{8,23^\circ}$	$178,89/\underline{25,51^\circ}$	$349,6/\underline{8,23^\circ}$

#### 4.4 Discussão de resultados

As simulações realizadas no programa computacional obtiveram os resultados das Tabela 4.2 e Tabela 4.3. Estes resultados se apresentaram bastante próximos, tanto aos obtidos manualmente, quanto se comparado pelos dois métodos. As diferenças de valores são causadas pelos arredondamentos quando realizados manualmente.

A otimização do tempo para se obter as respostas finais foi o que mais se destacou. Fazendo-se os cálculos manualmente, o tempo gasto eleva-se alguns minutos. Porém, ao se realizar não só para uma linha, mas para um sistema de linhas, o tempo que o algoritmo resolve será muito inferior ao realizado manualmente e com um maior grau de precisão.

## 5 CONCLUSÕES

O trabalho apresentou uma forma de otimização ao calcular as tensões e correntes de uma linha de transmissão a partir dos modelos matemáticos de parâmetro concentrados e distribuídos. Atualmente, busca-se agilidade e precisão para encontrar respostas rápidas para problemas que antes poderiam demorar de minutos, a programação computacional melhorou a forma de estudar e resolver problemas.

As linhas de transmissão responsáveis por transportar energia em grandes distâncias são as responsáveis também pelas maiores perdas no caminho, o que pode se elevar o custo, assim é preciso que seja dimensionada e projetada de forma confiável. O programa computacional otimizou o tempo e apresentou respostas coerentes e com um grau maior de precisão quando feito à mão, eliminando possíveis erros que podem surgir com o arredondamento de números durante a realização de cálculo.

As propostas de trabalhos futuros incluem:

- Incluir os cálculos de potência e rendimento no programa;
- Uma lista de matérias primas dos quais podem construir uma linha de transmissão com as características da mesma, da quais vão influenciar no transporte da energia e possíveis perdas, para se fazer um comparativo entre os materiais;
- Parametrização de linhas HVDC (*High Voltage Direct Current*).

## REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ENEEL. **Atlas de energia elétrica do Brasil**. Agencia Nacional de Energia Elétrica - ENEEL. 3ºed. Brasília- DF, p. 236.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ENEEL. **Manual de fiscalização da transmissão**. Agencia Nacional de Energia Elétrica - ENEEL. Brasília- DF, p. 274.
- Alexander, C. K. **Fundamentos de circuitos elétricos**. 5ºEd. Porto Alegre: AMGH,2013.
- BOYLESTAD, R. L. **Introdução à análise de circuitos**. 10º. Ed. São Paulo: Prentice Hall, 2004.
- CHIAVERINI, V. **Tecnologia mecânica**. 2º ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1986.
- EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA - EPE. **Balanco Energético Nacional**. Ministério de Minas e Energias - MME. Brasília - DF, p. 291. 2017. (ISBN).
- FUCHS, R. D. **Transmissão de energia elétrica: linhas aéreas; teoria das linhas em regime permanente**. v. 1, 1977.
- INÁCIO, M. J. **Detecção e classificação de faltas em linhas de transmissão utilizando transformada Wavelet e rede logica Neurofuzzy com aprendizado participativo**. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2010.
- LEÃO, R. P. S. **Geração, transmissão e Distribuição de Energia Elétrica**. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza. 2010.
- RASHID, M. H. **Eletrônica de potência: Circuitos, dispositivos e aplicações**. São Paulo: Afiliada, v. I, 1999.
- STEVENSON, W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. 2º. Ed. São Paulo: William D. Stevenson, 1986.
- VIEIRA, I. S. **Expansão do sistema de transmissão de energia elétrica no Brasil**.Universidade de Brasília. Brasília – DF. 2009.

## ANEXO A – ALGORITMO DE PARÂMETRO DISTRIBUÍDO

```

Vr=input('Adicione o valor de Tensão de fase em Volts');
Ir=input('Adicione o valor da Corrente de linha em Amperes na forma
retangular');
r=input('O valor da Resistência em ohm por km');
g=input('O valor da Condutância em Siemens por km')
L=input('O valor da Indutância em Henry por km');
C=input('O valor da Capacitância em Colomb por km');
f=input('O valor da Frequência');
z=r+i*2*pi*f*L;
y=g+i*2*pi*f*C;
Zc=((z/y)^(1/2));
x=((z*y)^(1/2))*1;
Ve=cosh(x)*Vr+Zc*sinh(x)*Ir
Ie=(1/Zc)*sinh(x)*Vr+cosh(x)*Ir

```

## ANEXO B – ALGORITMO PARÂMETRO CONCENTRADO

```

l=input('O comprimento da linha de transmissão em km');
if l<80;
    Vr=input('Adicione o valor de Tensão de fase em Volts');
    Ir=input('Adicione o valor da Corrente de linha em Amperes na forma retangular');
    f=input('O valor da Frequência');
    r=input('O valor da Resistência em ohm por km');
    L=input('O valor da Indutância em Henry por km');
    z=r+i*2*pi*f*L;
    Ve=Vr+(Ir*z);
    Ie=Ir
else 80<l<240;
    Vr=input('Adicione o valor de Tensão de fase em Volts');
    Ir=input('Adicione o valor da Corrente de linha em Amperes na forma retangular');
    f=input('O valor da Frequência');
    r=input('O valor da Resistência em ohm por km');
    L=input('O valor da Indutância em Henry por km');
    z=r+i*2*pi*f*L;
    g=input('O valor da Condutância em Siemens por km')
    C=input('O valor da Capacitância em Colomb por km');
    y=g+i*2*pi*f*C;
    Ve=Vr*(1+(z*y/2))+Ir*z
    Ie=Ir*(1+(z*y/2))+Vr*y
end
Vr=input('Adicione o valor de Tensão de fase em Volts');
Ir=input('Adicione o valor da Corrente de linha em Amperes na forma retangular');
r=input('O valor da Resistência em ohm por km');
g=input('O valor da Condutância em Siemens por km')
L=input('O valor da Indutância em Henry por km');
C=input('O valor da Capacitância em Colomb por km');
f=input('O valor da Frequência');

```

$$z=r+i*2*\pi*f*L;$$

$$y=g+i*2*\pi*f*C;$$

$$Zc=((z/y)^{(1/2)});$$

$$x=((z*y)^{(1/2}))*1;$$

$$Ve=\cosh(x)*Vr+Zc*\sinh(x)*Ir$$

$$Ie=(1/Zc)*\sinh(x)*Vr+\cosh(x)*Ir$$