



INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA – ICEN
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

ANTONIO ÁTILA MENEZES FERREIRA

**A VARIAÇÃO NA MAGNITUDE APARENTE DOS PLANETAS VISTA COMO
UMA CONSEQUÊNCIA DA EXCENTRICIDADE DAS ÓRBITAS PLANETÁRIAS**

REDENÇÃO-CE

2023

ANTONIO ÁTILA MENEZES FERREIRA

**A VARIAÇÃO NA MAGNITUDE APARENTE DOS PLANETAS VISTA COMO
UMA CONSEQUÊNCIA DA EXCENTRICIDADE DAS ÓRBITAS PLANETÁRIAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em Física, do
Instituto de Ciências Exatas e da Natureza da
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia
Afro-Brasileira, como requisito parcial para a obtenção
do Título de Licenciado em Física.

Orientador: Prof. Dr. Michel Lopes Granjeiro

REDENÇÃO-CE

2023

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
Sistema de Bibliotecas da UNILAB
Catalogação de Publicação na Fonte.

Ferreira, Antonio Átila Menezes.

F383v

A variação na magnitude aparente dos planetas vista como uma consequência da excentricidade das órbitas planetárias / Antonio Átila Menezes Ferreira. - Redenção, 2023.
119fl: il.

Monografia - Curso de Física, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Redenção, 2023.

Orientador: Prof. Dr. Michel Lopes Granjeiro.

1. Magnitude aparente. 2. Excentricidade. 3. Ensino de Astrofísica. I. Granjeiro, Prof. Dr. Michel Lopes. II. Título.

CE/UF/BSCA

CDD 520.03

ANTONIO ÁTILA MENEZES FERREIRA

**A VARIAÇÃO NA MAGNITUDE APARENTE DOS PLANETAS VISTA COMO
UMA CONSEQUÊNCIA DA EXCENTRICIDADE DAS ÓRBITAS PLANETÁRIAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura Física, do
Instituto de Ciências Exatas e da Natureza da
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia
Afro-Brasileira, como requisito parcial para a obtenção
do Título de Licenciado em Física.

Orientador: Prof. Dr. Michel Lopes Granjeiro

Aprovado em 24/01/2023

BANCA EXAMINADORA

Michel Lopes Granjeiro

Prof. Dr. Michel Lopes Granjeiro

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira

Aurélio Wildson Teixeira de Noronha

Prof. Dr. Aurélio Wildson Teixeira de Noronha

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira



Prof. Ms. Francisco Wellington Martins da Silva
Universidade Federal de Uberlândia



Prof. Ms Antonio Luan Ferreira Eduardo
EEMTI João Alves Moreira

Dedico este trabalho a Deus, que é Senhor e soberano, e à minha avó, Maria de Lourdes, por ser o que meus pais não puderam ser.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, quero agradecer ao Deus soberano e todo poderoso que guiou, e guia meus passos desde o ventre da minha mãe. Agradeço pela sua infinita misericórdia e bondade para comigo, que não sou merecedor, mas mesmo assim Ele me ama. Posteriormente quero agradecer a todas as pessoas que fizeram parte da minha formação acadêmica, direta ou indiretamente, mas que colaboraram para o meu crescimento pessoal, acadêmico e profissional. Desde os professores que são, além de educadores, amigos e conselheiros, aos servidores de todas as repartições desta instituição, que trabalham arduamente para tornar esta universidade um ambiente mais agradável e acolhedor.

Em específico, quero agradecer a minha família, aos meus amigos e aos professores do curso de Física da UNILAB. Inicialmente, sou grato á minha família por me apoiarem nos momentos que eu mais precisei e por acreditarem em mim. Em especial Dona Maria de Lourdes, minha avó, Viviane, minha irmã, Rejane, minha mãe, Kathelly e Ricardo, meus tios, Ricardo Filho e Nicole, meus primos. Não esquecendo também dos meus amigos pela participação em minha história na graduação. Amigos da turma da Física 2018, e meus colegas de classe. Da turma de 2019, e meus pupilos do Grupo de Ensino Pesquisa e Popularização da Astronomia e Astrofísica (GEPPAA). Além dos amigos de outros cursos da UNILAB, e dos que não fazem parte da UNILAB, mas que ainda assim foram presentes na minha vida. Vivi momentos inesquecíveis e importantes com todos, espero encontrá-los novamente um dia.

Aos professores, começo meus agradecimentos pelo Prof. Dr. Michel Lopes Granjeiro, meu orientador de Iniciação Científica durante quase toda a minha graduação, e orientador deste trabalho. Foi um dos primeiros professores com quem tive contato, na disciplina de Inserção à Vida Universitária, e depois, no Grupo de Ensino Pesquisa e Popularização da Astronomia e Astrofísica (GEPPAA). Desejo fazer também agradecimentos pontuais aos demais professores e professoras da Física que fizeram parte da minha formação. Ao Prof. Dr. Aristeu Rosendo Pontes Lima que tanto me inspirou e motivou com suas aulas esplêndidas bem preparadas sem faltar um exemplo presente em nosso cotidiano. Ao Prof. Dr. Aurélio Wildson Teixeira de Noronha que me deu uma nova visão sobre a Física com as práticas experimentais e instrumentações, e que me influenciou a ingressar no “mundo do Linux”. Á Profa. Dra. Mylene Ribeiro Moura Miranda que me ajudou a compreender a Ótica Física e

Geométrica, e que uma explicação física bem detalhada é sempre bem vinda. À Profa. Dra. Sílvia Helena Roberto de Sena que muito colaborou na compreensão da Mecânica Teórica, disciplina essencial para o curso. A Profa. Dra. Cinthia Marques Magalhães Paschoal que me orientou em quase todas as disciplinas de estágio, sempre compreensiva, inspiradora e amiga. E ao Prof. Dr. João Philipe Macedo Braga pela grande ajuda na compreensão do mundo da Física Quântica e do Eletromagnetismo, sem esquecer das boas e clássicas histórias do professor Josué.

Minha gratidão se estende também ao grupo de pesquisa do qual faço parte, o GEPPAA, onde me descobri como amante da Astronomia, fiz novas amizades, desenvolvi habilidades como assimilação de conteúdos, oralidade, organização, capacidade de abstração, dentre outras tantas. Em especial a todos da Secretaria, setor na qual fui chefe por um período de 3 anos.

“Para mim, é muito melhor compreender o Universo como ele realmente é do que persistir no engano, por mais satisfatório e tranquilizador que possa ser”

(Carl Sagan)

RESUMO

O valor máximo de brilho (a magnitude aparente, m) durante consecutivas elongações máximas para leste de Vênus e oposições dos planetas Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno foram obtidos usando duas fontes de dados: uma delas é o sistema de dados computacionais de efemérides da NASA e a outra é o *Stellarium*, um *software* de Astronomia que simula o céu diurno e noturno em qualquer lugar do planeta ou data que desejar. Tais valores foram analisados e plotados em função do tempo (data). Foram selecionadas, em ambas as fontes, 32 elongações máximas de Vênus (entre 2002 e 2053), 35 oposições de Marte (entre 1999 e 2072), 70 oposições de Júpiter (entre 2005 e 2080), 98 oposições de Saturno (entre 2000 e 2101), 195 oposições de Urano (entre 2000 e 2195), e 334 oposições para Netuno (entre 2000 e 2334). Com a análise desses dados, observou-se que cada vez que a distância angular entre o Sol e os planetas anteriormente citados era máxima (o que ocorre na elongação máxima e na oposição), o brilho do planeta não apresentava o mesmo valor. Um padrão oscilatório foi encontrado na variação da magnitude aparente (Δm) em função do tempo, uma consequência das órbitas não serem circulares, ou seja, os resultados mostraram a existência de uma relação entre a excentricidade da órbita planetária, e , e a variação na magnitude aparente, Δm . Dentre os principais resultados obtidos com este trabalho, concluiu-se que quanto mais excêntrica for a órbita, maior será a variação no brilho durante as elongações máximas (no caso dos planetas inferiores) e oposições (no caso dos planetas superiores). Se pode notar que no caso do planeta Vênus, apesar de sua órbita ser a menos excêntrica, sua variação de magnitude foi significativa, e isso pode ser justificado pela inclinação do plano de sua órbita em relação ao da Terra, que é o maior dentre todos os planetas estudados, e o segundo maior se considerarmos Mercúrio. Algo semelhante ocorreu com o planeta Saturno, a interferência da inclinação no seu plano orbital em sua magnitude aparente foi mostrada no gráfico, que apresentou um comportamento periódico, mas não harmônico, diferente dos demais astros errantes estudados. Também percebe-se que, as ideias aqui apresentadas reforçam as competências e habilidades da Base Nacional Comum Curricular. Assim, os objetivos aqui propostos foram alcançados se constituindo esse trabalho de conclusão de curso como mais uma ferramenta para auxiliar o ensino de conteúdos de Astronomia, Física e Astrofísica.

Palavras-chave: Magnitude aparente. Ensino de Astrofísica. Excentricidade. Leis planetárias.

ABSTRACT

The maximum brightness value (the apparent magnitude, m) during consecutive maximum elongations of Venus and oppositions of the planets Mars, Jupiter, Saturn, Uranus and Neptune were obtained using two data sources: one of them is the computational ephemeris data system of the NASA; and the other is Stellarium, an astronomy software that simulates the day and night sky. Such values were analyzed and plotted as a function of time (date). In both cases, 32 maximum elongations of Venus (between 2002 and 2053), 35 oppositions of Mars (between 1999 and 2072), 70 oppositions of Jupiter (between 2005 and 2080), 98 oppositions of Saturn (between 2000 and 2101), 195 oppositions for Uranus (between 2000 and 2195), and 334 oppositions for Neptune (between 2000 and 2334) were chosen. With the analysis of these data, it was observed that each time the angular distance between the Sun and the previously mentioned planets was maximum (which occurs at maximum elongation and at opposition), the brightness of the planet did not present the same value. An oscillatory pattern was found in the variation of the apparent magnitude (Δm) as a function of time, a consequence of the orbits not being circular, that is, the results showed the existence of a relation between the eccentricity of the planetary orbit, e , and the variation in apparent magnitude, Δm . Among the main results obtained with this work, it was concluded that the more eccentric the orbit, the greater the variation in brightness during maximum elongations (in the case of inferior planets) and oppositions (in the case of superior planets). It can be noted that the planet Venus, despite its orbit being the least eccentric, its magnitude variation was significant, and this can be justified by the inclination plane of its orbit in relation to that of the Earth, which is the largest among all planets. studied, and the second largest if we consider Mercury. Something similar happened with the planet Saturn, the interference of the inclination in its orbital plane in its apparent magnitude was shown in the graph, which presented a periodic behavior, but not harmonic, different from the other wandering stars studied. It is also clear that the ideas presented here reinforce the skills and abilities of the National Common Curricular Base. Thus, the objectives proposed here were achieved by constituting this course conclusion work as one more tool to assist the teaching of Astronomy, Physics and Astrophysics contents.

Keywords: Apparent magnitude. Teaching Astrophysics. Eccentricity. Planetary laws.

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Propriedades básicas dos planetas do Sistema Solar.....	21
Tabela 2: Excentricidade dos planetas conhecidos na época de Kepler.....	27
Tabela 3: Período de observação e quantidade de configurações especiais estudadas.....	45
Tabela 4: Magnitude aparente de Vênus – de 2002 á 2053 (NASA).....	46
Tabela 5: Magnitude aparente de Marte – de 1999 á 2072 (NASA).....	46
Tabela 6: Magnitude aparente de Júpiter – de 2005 á 2080 (NASA).....	47
Tabela 7: Magnitude aparente de Saturno – de 2000 á 2101 (NASA).....	48
Tabela 8: Magnitude aparente de Urano – de 2000 á 2195 (NASA).....	49
Tabela 9: Magnitude aparente de Netuno – de 2000 á 2335 (NASA).....	50
Tabela 10: Variação de magnitude dos planetas (NASA).....	56
Tabela 11: Magnitude aparente de Vênus – intervalo de 32 anos (Stellarium).....	58
Tabela 12: Magnitude aparente de Marte – intervalo de 73 anos (Stellarium).....	58
Tabela 13: Magnitude aparente de Júpiter – intervalo de 75 anos (Stellarium).....	59
Tabela 14: Magnitude aparente de Saturno – intervalo de 101 anos (Stellarium).....	59
Tabela 15: Magnitude aparente de Urano – intervalo de 195 anos (Stellarium).....	61
Tabela 16: Magnitude aparente de Netuno – intervalo de 334 anos (Stellarium).....	62
Tabela 17: Variação de magnitude dos planetas (Stellarium).....	68

Índice de figuras

Figura 1: Representação da elongação de um planeta.....	22
Figura 2: Configurações de um planeta inferior.....	23
Figura 3: Configurações de um planeta superior.....	24
Figura 4: Elipse – eixos e vértices.....	26
Figura 5: Representação da 2ª lei de Kepler.....	27
Figura 6: Movimento Harmônico Simples (MHS).....	29
Figura 7: Movimento Circular Uniforme – MCU.....	30
Figura 8: Representação do digrama desenhado por Galileu Galilei em sua observação das Luas de Júpiter (Stellarium / desenho).....	31
Figura 9: Movimento Circular e Movimento Harmônico Simples.....	32
Figura 10: Homepage Horizons System.....	41
Figura 11: Configurações de tabela – Horizons System.....	41
Figura 12: Configurações adicionais de tabela – Horizons System.....	42
Figura 13: Registro da valor da magnitude aparente de Marte no ano de 2003.....	43
Figura 14: Registro da valor da magnitude aparente de Júpiter no ano de 2005.....	43
Figura 15: Inclinação do plano da órbita de Vênus com relação ao da Terra.....	44
Figura 16: Gráfico data vs. magnitude – Vênus (NASA).....	53
Figura 17: Gráfico data vs. magnitude – Marte (NASA).....	53
Figura 18: Gráfico data vs. magnitude – Júpiter (NASA).....	54
Figura 19: Gráfico data vs. magnitude – Saturno (NASA).....	54
Figura 20: Gráfico data vs. magnitude – Urano (NASA).....	55
Figura 21: Gráfico data vs. magnitude – Netuno (NASA).....	55
Figura 22: Taxa de variação da magnitude aparente em função da excentricidade dos planetas (NASA).....	57
Figura 23: Gráfico data vs. magnitude – Vênus (Stellarium).....	64
Figura 24: Gráfico data vs. magnitude – Marte (Stellarium).....	65
Figura 25: Gráfico data vs. magnitude – Júpiter (Stellarium).....	65
Figura 26: Gráfico data vs. magnitude – Saturno (Stellarium).....	66
Figura 27: Gráfico data vs. magnitude – Urano (Stellarium).....	66

Figura 28: Gráfico data vs. magnitude – Netuno (Stellarium).....	67
Figura 39: Variação da magnitude aparente em função da excentricidade dos planetas (Stellarium).....	68
Figura 30: Comparação do Δm da NASA e do Stellarium.....	69
Figura 31: Sistema Massa-Mola.....	78

Sumário

1 INTRODUÇÃO.....	15
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	21
2.1 Leis Planetárias.....	21
2.1.1 Primeira Lei de Kepler.....	26
2.1.2 Segunda Lei de Kepler.....	27
2.1.3 Terceira Lei de Kepler.....	27
2.2 Movimento Oscilatório.....	28
2.3 Escala Astronômica de Magnitudes.....	32
2.4 Ensino de Astronomia e Astrofísica.....	37
3 METODOLOGIA.....	40
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	46
4.1 Análise com os dados da NASA/JPL.....	46
4.2 Análise com o Software Stellarium.....	58
5 CONCLUSÕES.....	71
6 REFERÊNCIAS.....	73
APÊNDICES.....	77
APÊNDICE I.....	78
APÊNDICE II.....	80
ANEXOS.....	82
ANEXO I.....	83
ANEXO II.....	115

1 INTRODUÇÃO

A obra aqui apresentada está organizada em seis capítulos. No capítulo 1 está contido o panorama geral da pesquisa, onde são apresentados os capítulos do trabalho e o que há em cada um deles, os objetivos, a justificativa para a realização dessa pesquisa, e também uma abordagem histórica sobre o processo de desenvolvimento da Astronomia como a ciência que conhecemos hoje em dia. No capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica, um apanhado de material bibliográfico que dá base ao trabalho. Este capítulo, por sua vez, é dividido em quatro tópicos, sendo eles: 2.1) Leis Planetárias; 2.2) Escala Astronômica de Magnitudes; 2.3) Movimento Oscilatório; e 2.4) Ensino de Astronomia e Astrofísica. No capítulo 3 é abordada toda a metodologia de pesquisa, partindo do tipo de pesquisa (qualitativa) e do tipo de investigação (experimental), bem como o processo de coleta de dados, a partir de quais fontes (*Stellarium* e *JPL NASA*), a maneira como os dados foram organizados e como foram analisados. No capítulo 4 encontram-se os resultados concernentes à pesquisa, cálculos, tabelas e gráficos obtidos durante a realização do trabalho. No capítulo 5 estão as conclusões da pesquisa, a discussão sobre a importância e as implicações do resultado. E no capítulo 6 estão contidas as referências bibliográficas dos trabalhos que serviram de subsídio teórico para fundamentar a pesquisa. Ao final do trabalho estão contidos 2 apêndices e os anexos. O Apêndice I apresenta a relação entre Movimento Harmônico Simples e Movimento Circular Uniforme; o Apêndice II mostra uma verificação da equação de Pogson, já nos anexos estão contidos os arquivos transferidos do site da NASA e a explicação de como chegam nos valores disponibilizados.

Surgindo ainda na pré-história como um conhecimento voltado para atividades práticas, como a agricultura por exemplo, a Astronomia é, por muitos, considerada a ciência mais antiga da humanidade, isso porque remonta o início dos tempos. A dependência da compreensão dos ciclos solar e lunar, e das estações do ano para identificação do momento ideal de plantio, colheita e preparo do solo eram indispensáveis. Além da utilidade na agronomia, a população de Roma, por exemplo, utilizava a posição do Sol para construir suas casas de modo que tivessem conforto térmico (ITOKAZU, 2009). Antes do pensamento científico ser introduzido pelos gregos, os astros também eram estudados com objetivos astrológicos afinal o conhecimento dos povos antigos não possuíam nenhum rigor científico, eles acreditavam que poderiam fazer previsões do futuro e que os corpos celestes, como o Sol

e a Lua, eram deuses vagando pelos céus (OLIVEIRA; SARAIVA, 2014). Entretanto, mesmo com a ausência do rigor científico, os registros destes povos antigos datados de aproximadamente 3000 a.C. continham informações bastante precisas para a época, os chineses por exemplo usavam um calendário com 365 dias, ou seja, já sabiam a duração do ano, assim como os babilônios, egípcios e assírios também sabiam. O primeiro corpo celeste registrado com um nome foi *Mul-Mul* (“estrela”, em sumério) que faz referência ao aglomerado estelar agora conhecido como “Plêiades”, e data de 2500 a.C. (LUIZ & TSUCHIDA, 2009). Também deixaram anotações precisas sobre meteoros, meteoritos e cometas desde 700 a.C. (OLIVEIRA; SARAIVA, 2014). Porém, durante a Antiguidade e a Idade Média, muito se especulava sobre os fenômenos astronômicos, onde eclipses e quedas de meteoritos eram vistos como sinais ruins e maus presságios. Somente alguns anos depois com os filósofos gregos tais fenômenos passaram a ser enxergados de outra maneira, explicações lógicas para o acontecimentos dos fatos começaram a ser buscados para o melhor entendimento de seu funcionamento, dando um grande impulso à ciência que estuda os astros. (LUIZ & TSUCHIDA, 2009).

Saindo do período pré-histórico chegamos à Grécia, onde a Astronomia chegou ao seu ápice na antiguidade. Isto porque foi na Grécia onde a Matemática (principalmente a área da Geometria) começou a se desenvolver com as ideias de Tales de Mileto, que transformou a Matemática. Graças a ele, a partir do desenvolvimento desta ciência exata, análises quantitativas começaram a ser aplicadas também na Astronomia. Junto com ele vários outros filósofos gregos com suas ideias, ajudaram a Astronomia a se desenvolver como ciência exata. Sob a ótica de Luiz e Tsuchida (2009), no texto subsequente, mostramos algumas contribuições de cada filósofo e astrônomo grego: **Tales de Mileto (624 a.C. - 546 a.C.)** foi considerado por Aristóteles como o primeiro filósofo, pois acreditava que o homem devia buscar sentido lógico nas coisas, sem as justificar por “meios divinos”. Nascido em Mileto, atual Turquia, sua fama como filósofo se deu por seus grandes feitos com o estudo da Matemática, dentre esses estudos, um teorema que levou seu nome (Teorema de Tales), que diz que “Um feixe de retas paralelas determina sobre duas retas transversais segmentos proporcionais”. Seu discípulo, **Anaximandro de Mileto (611 a.C. - 545 a.C.)** foi o primeiro a propor um modelo celeste que não se baseava nos deuses mas sim no movimento que os corpos celestes executavam. Para Anaximandro, a Terra possuía formato cilíndrico e estava

flutuando sem qualquer tipo de suporte, no Universo. Curiosamente, Anaximandro foi professor de um dos filósofos que também deu sua parcela de contribuição para a Astronomia, é ele Pitágoras. **Pitágoras de Samos (570 a.C. - 487 a.C.)**, o fundador da escola dos Pitagóricos em Crotona, acreditava na esfericidade da Terra, defendia que a Matemática era muito importante na descrição dos modelos cosmológicos. **Filolau de Crotona (470-390 a.C.)** foi quem introduziu a ideia de movimento de rotação da Terra, pensava ele que nosso planeta girava em torno de si mesma e, junto com o Sol, a Lua, e os demais planetas, giravam em torno do “fogo central” (FILHO & SARAIVA, 2014). Este “fogo central”, segundo Filolau, estava no centro do Universo, era também denotado por *d'Héstia*, uma homenagem à deusa Héstia (LUIZ & TSUCHIDA, 2009). **Eudóxio de Cnido (408 a.C. - 344 a.C.)** foi o primeiro filósofo a cogitar que a duração de um ano seria de 365 dias e 6 horas. **Aristóteles de Estagira (384 a.C. - 322 a.C.)**, assim como Tales e alguns que o precederam, procurava explicações racionais para o acontecimento das coisas. Ele conseguiu entender e explicar corretamente as fases da Lua e também os eclipses solar e lunar, além de acreditar na esfericidade da Terra. **Hiparco de Nicéia (160 a.C. - 125 a.C.)** através de observações calculou, com uma pequena margem de erro, a distância Terra-Lua. Foi também o primeiro a observar, de maneira sistemática, que havia uma certa diferença de brilho entre os corpos celestes em geral, então definiu um sistema de magnitudes para as estrelas, através do seu observatório na ilha de Rodas realizando diversos estudos, e obteve como resultado um catálogo contendo a posição no céu e a magnitude de 850 estrelas. Seu sistema de magnitudes era definido em 6 categorias, sendo 1 a mais brilhante e 6 a menos brilhante. **Aristarco de Samos (310 a.C. - 230 a.C.)** antecipou as teorias de Copérnico em aproximadamente 2000 anos, isto porque ele foi o primeiro a propor um modelo planetário em que o Sol estivesse posicionado no centro, também chamado de modelo heliocêntrico, além de tentar medir o tamanho dos astros e a sua distância em relação ao Sol, obtendo sucesso apenas nas medidas de distância. **Eratóstenes de Cirênia (276 a.C - 194 a.C)** foi o primeiro a medir o diâmetro da Terra. **Cláudio Ptolomeu (85 d.C - 165 d.C.)**, o último astrônomo importante da antiguidade, ficou conhecido pois, em seu livro *Almagesto*, fundamentou o geocentrismo, explicando-o através de círculos, epiciclos e equantes (OLIVEIRA; SARAIVA, 2014). São estas as contribuições de alguns dos principais filósofos e astrônomos gregos, cujo conhecimento por eles construído no decorrer da antiguidade favoreceu o desenvolvimento da

Astronomia nos anos subsequentes, alguns de forma direta, outros de forma indireta, mas igualmente importantes.

Após o período da Idade Antiga, onde tivemos toda a ascensão científica acima citada, a humanidade passou pela “Idade das Trevas”, que seria a Idade Média, um período em que as teorias de Ptolomeu e Aristóteles eram difundidas por estarem de acordo com os preceitos religiosos daquela época e por causa disso o desenvolvimento da Astronomia foi impedido durante 1500 anos (SANTOS, 2006). Contudo, no fim da Idade Média, um cônego polonês de nome Nicolau Copérnico (1473 - 1543) apresentou à comunidade científica o modelo heliocêntrico em sua obra *De Revolutionibus Orbium Celestium* - Das Revoluções das Órbitas Celestes (1543), publicado no mesmo ano de sua morte. Sobre este “novo modelo” podemos afirmar que:

O modelo de Copérnico é mais simples e próximo da realidade; ele é baseado no fato de que a Terra gira sobre si diariamente; que o centro da Terra não é o centro do Universo, mas simplesmente o centro dela e da órbita da Lua; que todos os corpos celestes giram ao redor do Sol, o qual é ou está próximo do centro do Universo; e que um corpo mais próximo do Sol viaja com velocidade orbital maior do que quando está distante (LUIZ E TSUCHIDA, 2009, p.29).

Por medo de manifestar a fúria das autoridades da igreja, o polonês escondeu seu trabalho por muitos anos, compartilhando-o apenas com alguns poucos astrônomos da época, apenas em seu leito de morte seu trabalho foi publicado e ele não viveu para ver tamanha desordem causada por seu grande feito. A teoria heliocêntrica de Copérnico e as suas ideias afetaram diretamente a ciência, a filosofia e a religião daquela época que continuavam seguindo os pensamentos aristotélicos, ainda que estivessem abalados (SANTOS, 2006). Alguns anos após a morte de Copérnico nascia Tycho Brahe (1546 - 1601), um importante astrônomo e matemático escocês. Tycho foi matemático da corte da Dinamarca, no reinado de Frederico II, que lhe deu uma ilha e recurso financeiro para a construção de seu observatório. Após a morte de Frederico II, Brahe trabalhou como matemático da corte de Praga a convite do imperador Rodolfo II. Nessa jornada, ele conseguiu coletar muitas informações a custo de anos de pesquisa. Johannes Kepler (1571 – 1630), um matemático e astrônomo alemão, era seu assistente e o ajudava com a parte teórica, pois Tycho era um ótimo observador mas não era um bom teórico. Após a morte de Brahe, em 1601, todos os dados observacionais ficaram à disposição do seu discípulo, Kepler, que depois de 8 longos anos de trabalho com a imensidão de dados que tinha, publicou um livro intitulado *Astronomia Nova*, e nele continha

suas 3 leis do movimento planetário:

- 1) Os planetas se movem em trajetórias elípticas, onde o Sol ocupa um dos focos;
- 2) A linha reta que une o planeta ao Sol, varre áreas iguais em intervalos de tempos iguais;
- 3) A razão entre o quadrado do período pelo cubo da distância média do planeta ao Sol é uma constante.

Além de todos os importantes filósofos e astrônomos acima citados outro grande nome cujas contribuições embasarão o desenvolvimento deste trabalho é Norman Robert Pogson (1829 - 1891), astrônomo britânico que em 1856 desenvolveu uma ferramenta matemática precisa para a classificação da magnitude estelar, aplicável não só a estrelas mas também a outros corpos celestes.

A escolha dessa temática para pesquisa manifestou-se, predominantemente, pelo interesse do aluno em Astronomia e Astrofísica. Este interesse proveio da sua atuação no Grupo de Ensino Pesquisa e Popularização da Astronomia e Astrofísica (GEPPAA), da UNILAB. Além da sua atuação como aluno de Iniciação Científica em três projetos, orientados pelo Prof. Dr. Michel Lopes Granjeiro, que também trabalhavam com Astronomia e Astrofísica, mas voltada para o Ensino. Por esse motivo, dentre tantas influências no meio acadêmico, a área de Astronomia foi a preferida. A escolha do tema do trabalho se deu a partir do seguinte pensamento: se as órbitas dos planetas fossem circulares, isto é, uma órbita com excentricidade zero, um planeta superior em oposição teria sempre a mesma magnitude aparente, a partir disso o seguinte questionamento foi feito: Existe alguma relação entre a variação de magnitude aparente (Δm) e a excentricidade de um planeta? Se sim, no que essa relação implica? É possível inserir essa relação dentro dos conteúdos programáticos pensados para se alcançar as competências e habilidades de Astronomia previstas na Base Nacional Comum Curricular?

Com o propósito de responder os questionamentos acima este trabalho pretende: verificar a influência da excentricidade da órbita dos planetas na magnitude aparente apresentada por eles em configurações especiais (máxima elongação para leste no caso um planeta inferior e oposição no caso de um planeta superior) visando a experimentação da Primeira Lei de Kepler e da Escala Astronômica de Magnitudes.

E foram designados os seguintes objetivos específicos:

- a)** Investigar o comportamento da magnitude aparente dos planetas em configurações especiais de suas órbitas;
- b)** Verificar se existe um padrão oscilatório na magnitude aparente dos planetas telúricos, Vênus e Marte, e dos planetas gasosos em configurações especiais;
- c)** Proporcionar uma aplicação da escala astronômica de magnitudes de Norman Pogson;
- d)** Oferecer uma alternativa para dinamizar o ensino de alguns conteúdos Astronomia e Astrofísica.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentada a fundamentação teórica, material bibliográfico que dará base para toda a pesquisa. Este foi dividido em quatro tópicos, sendo eles: **2.1) Leis Planetárias**, onde são apresentadas algumas propriedades importantes sobre os planetas do Sistema Solar, como elongação, configurações planetárias, leis do movimento planetário e etc. **2.2) Escala Astronômica de Magnitudes** tópico em que tratamos sobre a quantificação do brilho dos astros, as propriedades e equações necessárias para realizar tais medições; **2.3) Movimento Oscilatório** na qual falamos sobre o movimento harmônico simples, o movimento circular uniforme e em que ambos se relacionam com a Astronomia; e **2.4) Ensino de Astronomia e Astrofísica** que fala sobre a importância de abordar a Astronomia em sala de aula e como ela pode ser útil para o ensino de diversas ciências.

2.1 Leis Planetárias:

Nosso objeto de estudo são os planetas do Sistema Solar, e de acordo com Ridpath (2011) “o Sistema Solar consiste no Sol e sua grande família de objetos espaciais, os planetas, os satélites e incontáveis corpos menores como asteroides e cometas”. O Sol é o astro maior em termos de comprimento e massa, orbitando-o temos 8 planetas: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, e alguns outros corpos menores: satélites, cometas, asteroides e meteoróides. Vale salientar que entre os planetas Marte e Júpiter está localizado o Cinturão de Asteroides e nos limites do Sistema Solar, após o planeta Netuno, está localizado o Cinturão de Kuiper, onde se encontra Plutão. Os planetas localizados antes do cinturão de asteroides são classificados Planetas Rochosos, enquanto que os que estão localizados depois são classificados Planetas Gasosos. Na Tabela 1 são apresentadas propriedades básicas dos 8 planetas:

Tabela 1: Propriedades básicas dos planetas do Sistema Solar

Propriedade	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Netuno
Distância ao Sol (UA)	0,4	0,7	1	1,5	5,2	9,5	19,2	30,1
Período orbital (ano terrestre)	0,241	0,615	1	1,88	11,86	29,46	83,75	163,72
Satélites	0	0	1	2	63	60	27	13

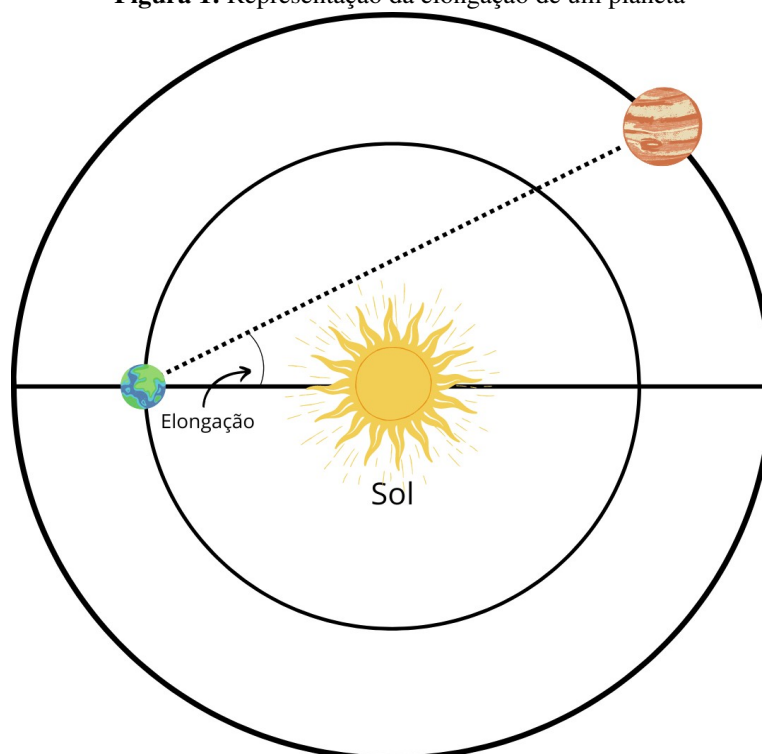
Inclinação da órbita em relação à órbita da Terra	7,00°	3,39°	-	1,85°	1,30°	2,49°	0,77°	1,77°
---	-------	-------	---	-------	-------	-------	-------	-------

Fonte: HALLIDAY, 2009.

É válido observar que 1 UA equivale a 149 587 870 700 m (IAU, 2023).

Além de classificados como rochosos e gasosos, os planetas do Sistema Solar também são classificados, em relação a Terra, como planetas inferiores e planetas superiores. Os planetas **inferiores** têm órbitas menores que a órbita da Terra, são eles Mercúrio e Vênus. Os planetas **superiores** têm órbitas maiores que a órbita da Terra, e são eles Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno. Para cada classificação de planetas existem configurações diferentes que acontecem ao longo do seu movimento ao redor do Sol e estas configurações são úteis para o estudos destes planetas em determinados períodos. E antes de seguirmos, é válido definir o conceito de *elongação*. Sendo representada pela letra e , **elongação** é a distância angular de um planeta ao Sol vista da Terra (OLIVEIRA; SARAIVA, 2014, p. 68). Observemos a Figura 1:

Figura 1: Representação da elongação de um planeta



Fonte: UFRGS, 2022.

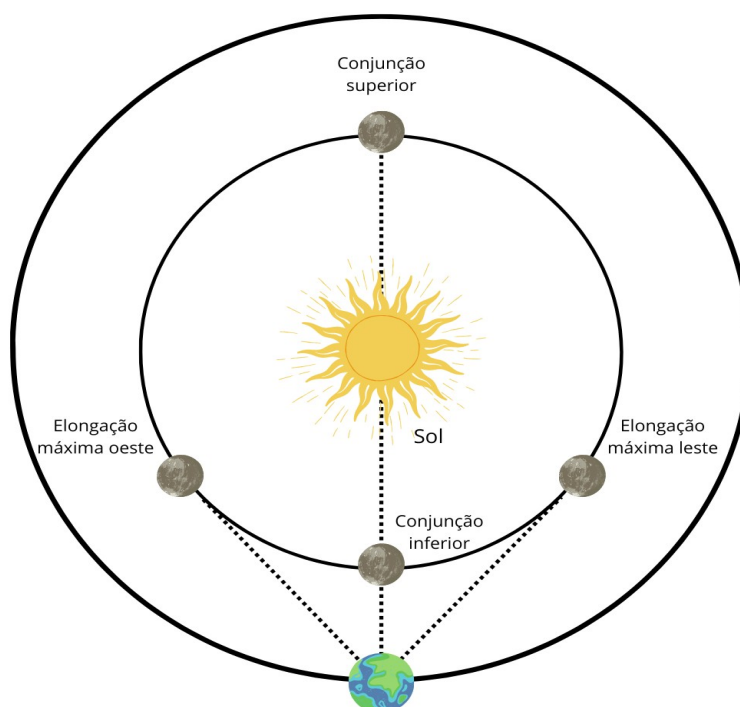
Para os planetas inferiores, a variação da elongação provoca as conjunções ou o que

chamamos de “máximas elongações”, já para os planetas superiores a variação de elongação pode ocasionar diferentes configurações como conjunções, oposições ou quadraturas.

As configurações para os planetas inferiores, sob a ótica de Oliveira e Saraiva (2014), tal qual mostra a Figura 2, são as seguintes:

- a) Conjunção superior:** O planeta está na mesma direção que o Sol e mais longe da Terra;
- b) Conjunção inferior:** O planeta está na mesma direção que o Sol e mais próximo da Terra;
- c) Máxima elongação ocidental:** O planeta nasce e se põe antes do Sol, sendo visível ao amanhecer no lado leste;
- d) Máxima elongação oriental:** O planeta nasce e se põe depois do Sol, sendo visível ao anoitecer, no lado oeste.

Figura 2: Configurações de um planeta inferior



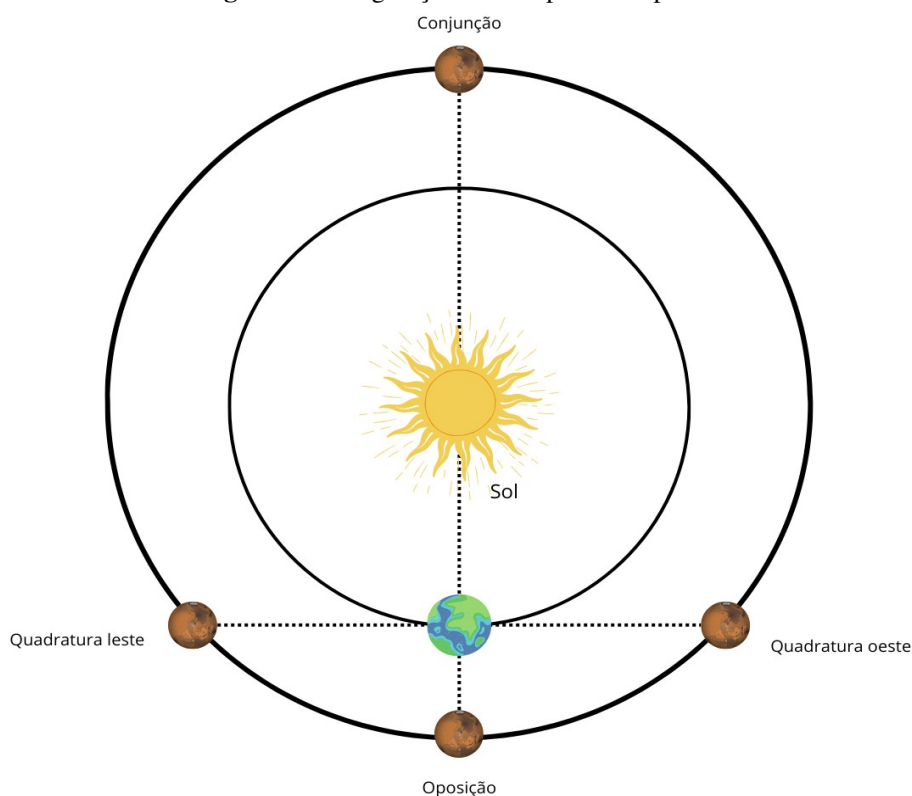
Fonte: Departamento de Astronomia - USP, 2022.

As configurações para os planetas superiores, também segundo o que nos diz Oliveira e Saraiva (2014), tal qual a Figura 3 apresenta, são as seguintes:

- a) Conjunção:** O planeta está na mesma direção que o Sol e mais longe da Terra;
- b) Oposição:** O planeta está na direção oposta ao Sol, o planeta fica visível no céu durante toda a noite;
- c) Quadratura oriental:** O planeta está 6h a leste do Sol;

d) Quadratura ocidental: O planeta está 6h a oeste do Sol.

Figura 3: Configurações de um planeta superior



Fonte: Departamento de Astronomia - USP, 2022.

Notemos que, visto de um mesmo plano, a conjunção inferior parece a configuração mais propícia para observação, entretanto para se observar e estudar um planeta inferior a configuração mais propícia é a elongação máxima. Também vale ressaltar que, dentre as configurações de um planeta superior, o período de oposição é o melhor para se observar e estudar planetas (PACHECO, 2019, p. 97-98) visto que a distância entre o planeta e a Terra é menor.

O movimento realizado por esses corpos foi, por muito tempo, fonte de questionamento para o homem. A humanidade sempre esteve em constante busca pela explicação por trás do arranjo e do movimento dos astros, incluindo os planetas, daí surgiram os modelos planetários, os dois principais são o Geocentrismo, de Ptolomeu, e o Heliocentrismo de Copérnico cada um aceito e tomado como verdade em uma determinada época da história da humanidade. Entretanto, mesmo o modelo de Copérnico sendo o mais próximo do que se temos na realidade, ainda haviam algumas inconsistências pois Copérnico não conseguiu resolver os problemas básicos da sua própria teoria. Segundo a qual, mostrava

que a Terra realmente se move, desenvolver uma nova Mecânica não aristotélica, estabelecer uma teoria da gravidade (PONZECK, 2002, p. 76). Somente anos depois teríamos uma explicação mais palpável e concreta compilada em três leis do movimento planetário, as Leis de Kepler.

No primeiro momento, antes de partirmos diretamente para Kepler, cabe aqui citar também os feitos do astrônomo dinamarquês Tycho Brahe (1546 - 1601), que nasce três anos após a morte de Copérnico e se torna o último grande astrônomo observacional antes da invenção do telescópio. E justamente por conta do seu bom trabalho como observador, conseguiu patrocínio do rei da Dinamarca, Frederic II, construindo seu próprio observatório (OLIVEIRA; SARAIVA, 2014). Brahe, em sua época, não possuía instrumentos precisos para realizar observações do céu, a astronomia observacional era desprimorosa, rústica, e os dados já existentes continham uma margem de erros muito alta. Então Tycho, não tendo nenhum problema para financiar a construção de seu observatório, projetou-o com o objetivo de resolver muitas das dificuldades de observação, construindo instrumentos muito bem fixados e com um tamanho maior que o convencional (TOSSATO, 2010). Brahe também foi astrônomo em Praga, na Itália, onde, em 1600, contratou um matemático para lhe ajudar a analisar os dados que colhia durante 20 longos anos de trabalho, o jovem tinha por nome Johannes Kepler. Mais tarde, quando Tycho morreu, ele assumiu seu posto e seus dados, dedicando-se a analisá-los durante os vinte anos subsequentes (OLIVEIRA; SARAIVA, 2014).

Johannes Kepler (1571 – 1630) nasceu em Weil, Alemanha, em 27 de dezembro de 1571, e segundo afirma Gomes (2018) quando novo tinha muito interesse pelos estudos teológicos. Entrou para o seminário de Aldelberg aos treze anos de idade, onde permaneceu até seus 18 anos, em 1589. Neste período, iniciou a faculdade de Teologia pela Universidade de Tübingen e foi lá que seu interesse por Astronomia começou a surgir, por influência do professor no qual ele mais se identificava: Michael Maestlin.

De acordo com Medeiros (2003) Michael Maestlin, astrônomo da geração de Tycho, ensinava aos alunos da graduação as teorias ptolomaicas, e para os mais avançados, como Kepler, ensinava as teorias de Copérnico, para evitar polêmicas, devido a repercussão negativa que havia acerca do heliocentrismo copernicano.

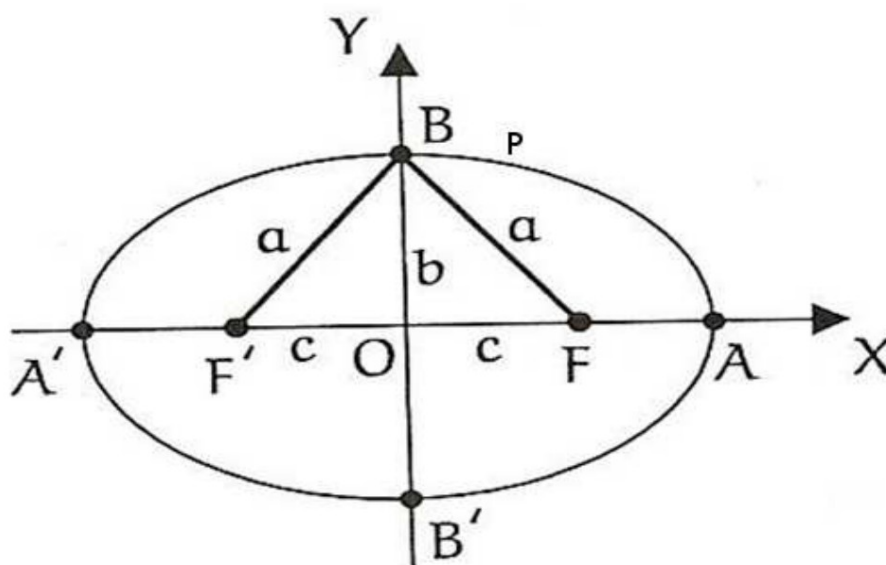
No ano de 1594 conseguiu uma vaga como professor de Matemática e Astronomia na escola secundária de Graz, na Áustria. Porém, anos depois, com a Contra-Reforma, saiu da

cidade por pressão da Igreja-Católica pois era protestante. E foi então para Praga, trabalhar para Tycho Brahe, astrônomo de quem herdou os dados que embasaram suas três leis do movimento planetário.

2.1.1 Primeira Lei de Kepler:

A primeira Lei de Kepler, também chamada de Lei das Órbitas, afirma que “as órbitas descritas pelos planetas em redor do Sol são elipses, com o Sol em um dos focos” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 194). Uma elipse é por definição um conjunto de pontos equidistantes de dois focos separados por $2ae$, onde a é a distância de um dos focos ao semieixo menor, c é a distância de um dos focos ao centro da elipse e e , neste caso, é a excentricidade (ARAÚJO; MEIRELES, 2010). Se considerássemos a elipse da Figura 4, a órbita de um planeta qualquer, e F' é o ponto onde encontra-se o Sol. Então o planeta no ponto A' estaria no *periélio*, ou seja, o ponto da órbita onde o planeta estaria mais próximo do Sol. Na mesma suposição, o planeta no ponto A estaria mais distante do Sol, ou seja no *afélio*, que é a região extrema do eixo maior.

Figura 4: Elipse – eixos e vértices



Fonte: ARAÚJO; MEIRELES, 2010.

Sendo a excentricidade é definida pela seguinte expressão:

$$e = \frac{c}{a} \quad (1)$$

A Tabela 2 mostra o valor mais atual da excentricidade dos planetas do Sistema Solar.

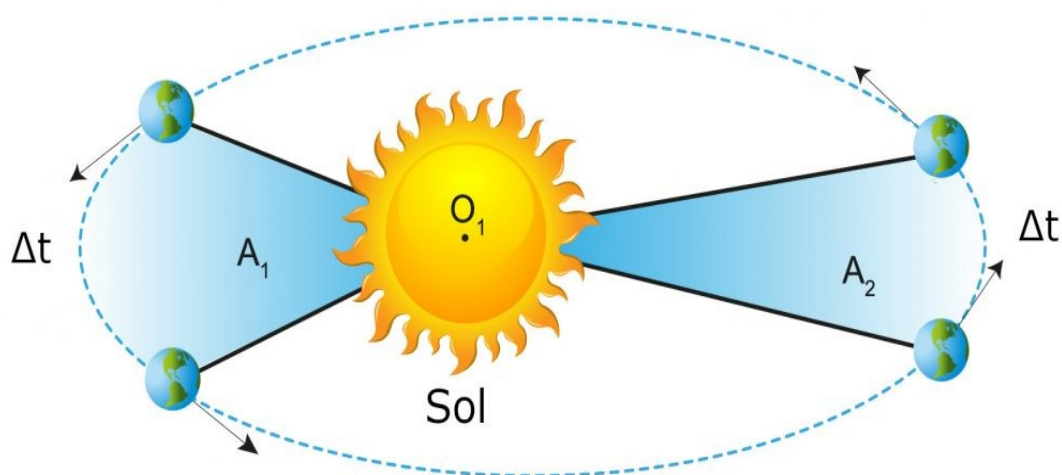
Tabela 2: Excentricidade dos planetas conhecidos na época de Kepler

Planeta	Excentricidade (e)
Mercúrio	0,206
Vênus	0,007
Terra	0,017
Marte	0,093
Júpiter	0,048
Saturno	0,056

Fonte: NUSSENZVEIG, 2013.

2.1.2 Segunda Lei de Kepler:

Também chamada de Leis das Áreas, a segunda lei de Kepler afirma que: “O raio vetor que liga um planeta ao Sol descreve áreas iguais em tempos iguais” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 194). Em outras palavras, a segunda lei de Kepler nos diz que a taxa de variação da área A com relação ao tempo t é constante, isto é, não varia. (HALLIDAY; RESNICK; WALKER. 2009). Podemos visualizar melhor uma representação dessa lei na Figura 5:

Figura 5: Representação da 2ª lei de Kepler

Fonte: Infoescola, 2023.

2.1.3 Terceira Lei de Kepler:

Intitulada de Lei dos Períodos, esta nos diz que, quanto maior a distância entre o planeta e o Sol, mais lentamente o planeta se moverá. Segundo Nussenzveig (2013), sejam T_1 e T_2 períodos de revolução de dois planetas em que as órbitas possuem raios médios R_1 e R_2 ,

matematicamente, temos que:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \quad (2)$$

Johannes Kepler faleceu aos 59 anos, no dia 15 de novembro de 1630, na cidade de Ratisbona, Alemanha. Deixou um grande legado entrando para a história como um dos astrônomos mais importantes da humanidade, suas leis citadas acima, são a base sólida e inabalável da Astronomia, referência para vários outros estudos e outras novas descobertas de grande peso para a ciência como um todo (BERTRAND, 2008).

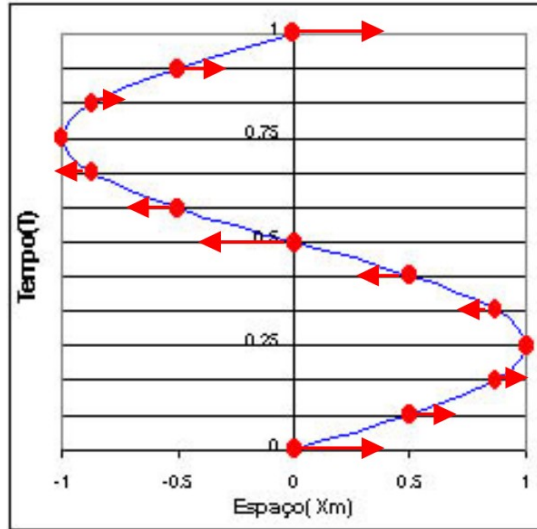
2.2 Movimento Oscilatório:

Para entendermos sobre Movimento Oscilatório, nesse contexto, devemos abordar dois tipos de movimentos bem comuns, o Movimento Harmônico Simples (MHS) e o Movimento Circular Uniforme (MCU), e como eles se relacionam um com o outro. E antes de qualquer abordagem, é necessário definir primeiro o conceito de oscilação. Imagine um peso amarrado a uma corda, se você deslocar o peso e depois soltá-lo, ele irá se mover de um lado pra outro, isto é, ele estará oscilando, em outras palavras. Oscilar é mover-se de um lado para o outro, e no mundo em que vivemos muitas oscilações acontecem. O estudo e o controle dessas oscilações é algo de extrema utilidade não só para a Física mas também para a Engenharia. O próprio *Movimento Harmônico Simples – MHS* é um exemplo de oscilação (HALLIDAY; RESNICK, 2012).

Segundo Halliday e Resnick (2012) o Movimento Harmônico é todo movimento que se repete a intervalos regulares. E Nussenveig (2002) nos vem afirmar que os movimentos oscilantes mais simples são os que possuem apenas *um grau de liberdade*, ou seja, são descritos por uma única coordenada, por exemplo variação de posição, em x , devido a compressão ou esticamento de uma mola. Este exemplo envolve um sistema muito utilizado para melhor compreensão do MHS, o sistema massa-mola. Algumas propriedades importantes desse sistema, que deve ser ressaltadas são: a frequência (f) que nos diz o número de oscilações por segundo, que é medida em *Hertz* (Hz); o período (T) que é o tempo necessário para completar uma oscilação, que é medido em segundos (s); a amplitude (A) que representa a maior distância de oscilação de um corpo em relação ao seu ponto de equilíbrio, que é medida em metros (m); a frequência angular (ω) é medida em radianos por segundo (rad/s); a constante de fase (ϕ) é apenas uma constante cujo valor depende de $x(t)$ e $v(t)$ quando $t=0$ s.

A Figura 6 apresenta o MHS:

Figura 6: Movimento Harmônico Simples (MHS)



Fonte: SILVA, 2004

A equação horária da posição de um corpo que realiza um movimento harmônico simples é dada por:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (3)$$

Sendo A definida como a amplitude, ω é a frequência angular e ϕ é a constante de fase da onda. Sabendo que a derivada – taxa de variação – da posição é a velocidade da mesma, se derivarmos a equação (3) em função do tempo obteremos:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A \cos(\omega t + \phi)) \quad (4)$$

$$A \frac{d}{dt}(\cos(\omega t + \phi)) \quad (5)$$

$$A \left[\frac{d}{dt}(\cos(\omega t + \phi)) \cdot \frac{d}{dt}(\omega t + \phi) \right] \quad (6)$$

$$A [-\sin(\omega t + \phi)] \cdot \omega \quad (7)$$

$$v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \quad (8)$$

A equação (8) nos fornece a velocidade com que esse corpo oscila. Sendo a constante ωA chamada de *amplitude da velocidade*. Nessa perspectiva, sabendo que a derivada da velocidade é a aceleração, se realizarmos o mesmo procedimento da equação (3) na equação (8) obteremos:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(-\omega A \sin(\omega t + \phi)) \quad (9)$$

$$-\omega A \frac{d}{dt}(\sin(\omega t + \phi)) \quad (10)$$

$$-\omega A \left[\frac{d}{dt}(\sin(\omega t + \phi)) \cdot \frac{d}{dt}(\omega t + \phi) \right] \quad (11)$$

$$-\omega A [\cos(\omega t + \phi)] \cdot \omega \quad (12)$$

$$a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \quad (13)$$

A equação (13) nos dá a aceleração do corpo em movimento harmônico (HALLIDAY; RESNICK, 2012, p. 89-91).

O *Movimento Circular Uniforme – MCU* também pode ser considerado um exemplo de movimento oscilatório. Sobre esse movimento, Nussenzveig (2004) afirma que “a trajetória é um círculo e o módulo da velocidade instantânea é constante, de modo que a partícula descreve arcos de círculo iguais em tempos iguais”. A equação horária que descreve esse tipo de movimento é dada pela seguinte equação:

$$\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0) \quad (14)$$

Na qual θ é a distância angular do corpo, e ω é a velocidade angular, expressa em duas formas:

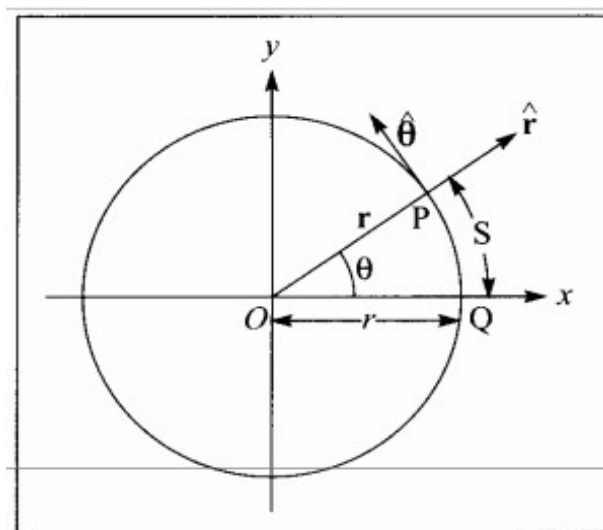
$$\omega = \frac{v}{r} \quad (15)$$

Analogamente:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (16)$$

Observemos a Figura 7 que representa um MCU:

Figura 7: Movimento Circular Uniforme – MCU



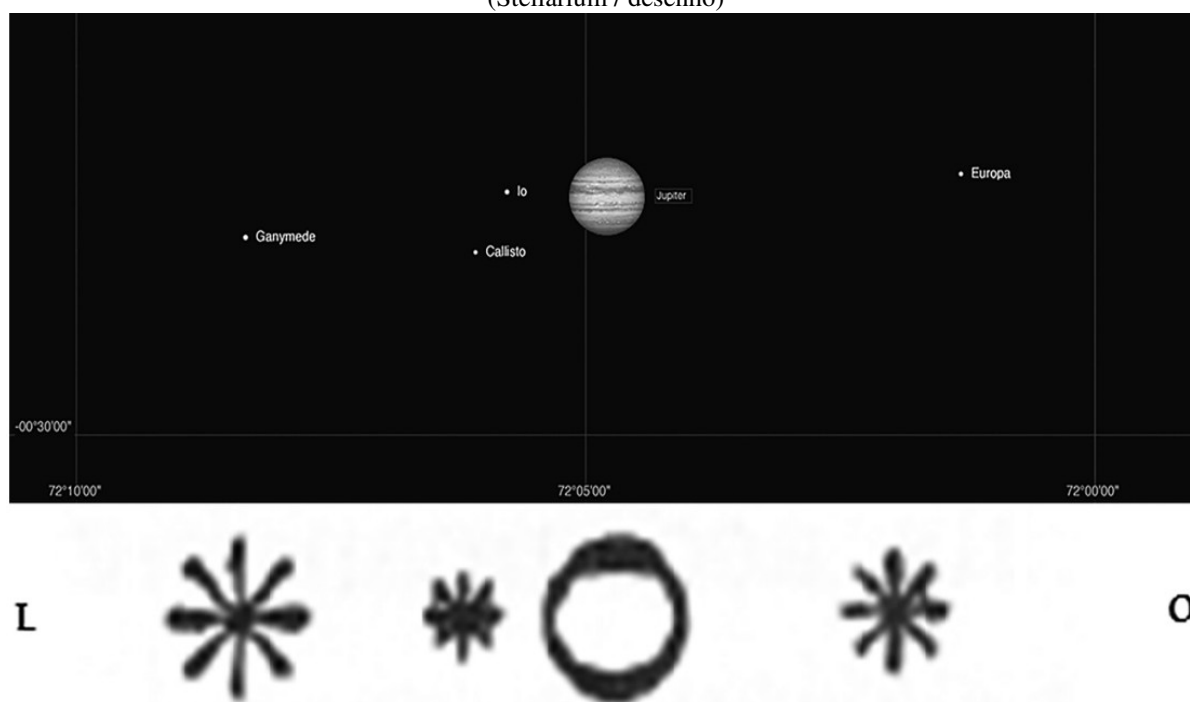
Fonte: NUSSENZVEIG, 2004.

Onde r é o raio da trajetória circular e S é o arco percorrido.

Entre esses o MHS e o MCU, existe uma relação tanto física quanto matemática e essa

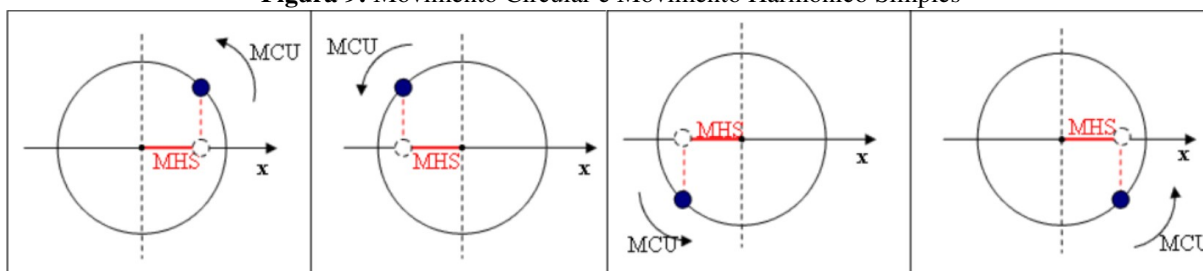
relação foi de grande importância para a história da Astronomia. De acordo com Halliday e Resnick (2012) “o movimento harmônico simples é a projeção do movimento circular uniforme em um diâmetro da circunferência ao longo da qual acontece o movimento circular”. Este tipo de movimento pôde ser melhor observado e estudado na Astronomia com as observações de Galileu e as Luas de Júpiter. Com sua luneta, no dia 07 de janeiro de 1610, Galileu Galilei decide observar Júpiter no céu e nota três pequenas estrelas brilhantes alinhadas ao redor do planeta que observava. Ele então prolonga seus estudos coletando dados e fazendo diagramas das posições das estrelas brilhantes. A Figura 8 mostra um dos diagramas feitos por Galileu durante suas observações:

Figura 8: Representação do digrama desenhado por Galileu Galilei em sua observação das Luas de Júpiter (Stellarium / desenho)



Fonte: CUZINATTO; MORAIS; SOUZA, 2014.

Após longos dias de estudo (também contando com a aparição de uma nova estrela ao redor de Júpiter) a sagaz interpretação de Galileu nos traz uma nova perspectiva do MHS: Uma projeção do Movimento Circular Uniforme em apenas um eixo de coordenadas, como mostrado na Figura 9.

Figura 9: Movimento Circular e Movimento Harmônico Simples

Fonte: Só Física, 2022.

A partir dessa interpretação chegou-se a conclusão de que haviam luas que orbitavam Júpiter, e essa afirmação também era um argumento contra o modelo ptolomaico da Terra no centro do Universo e todos os demais corpos a orbitando (CUZINATTO; MORAIS ; SOUZA, 2014). Essa descoberta foi uma das que embasou a teoria copernicana, que por fim culminou nas 3 leis do movimento planetário. No Apêndice I a relação matemática entre MHS e MCU pode ser vista.

2.3 Escala Astronômica de Magnitudes:

O brilho das estrelas começou a ser estudado pela primeira vez pelo grego Hiparco de Nicéia que observou e estudou a diferença de brilho entre os corpos celestes, definindo então um sistema de magnitudes dividido em 6 categorias de brilho, que chamava por “grandeza” (termo que depois foi substituído por magnitude). As estrelas de categoria 1, chamadas de “estrelas de primeira grandeza” eram as primeiras que surgiam logo após o pôr do Sol, e as de “sexta grandeza” eram as menos brilhantes que o olho nu podia detectar, as últimas a aparecer, quando já havia noite fechada. Até este ponto podemos dizer que a humanidade possuía uma escala astronômica “padrão”. Entretanto, séculos depois houveram modificações que a tornaram confusa demais de se compreender. Ptolomeu, no século II d.C. introduziu mais conceitos na escala de Hiparco, definindo sutilezas na medida de brilho das estrelas, por exemplo “ligeiramente mais brilhante do que a 5ª grandeza” ou “ligeiramente menos brilhante ou mais brilhante do que a 4ª grandeza”. Galileu, mais tarde, viu a necessidade de adicionar uma sétima grandeza pois ao observar em seu telescópio, por volta de 1609 e 1610, percebeu que haviam estrelas que não podiam ser vistas a olho nu. Consequentemente a classificação do brilho das estrelas e dos corpos celestes foi variando a ponto de não haver um consenso entre a comunidade astronômica. Segundo Napoleão (2018) um astrônomo inglês chamado William Dawes entrou em contato com a *Royal Astronomical Society* na qual expôs a situação naquela

época. Dawes (1851) relata, de maneira resumida:

As magnitudes das estrelas telescópicas são atribuídas de forma tão variada por diferentes observadores [...] As diferenças entre observadores de grande experiência e reconhecimento são muito maiores do que provavelmente deveria ser imaginado por aqueles que não foram levados a examinar o assunto, e claramente mostram que escalas de magnitude amplamente diferentes foram adotadas [...] e os diferentes números denominações da magnitude da mesma estrela criam complicação e confusão onde simplicidade e uniformidade são especialmente desejável (DAWES, 1851, p.187, tradução nossa)¹.

Foi então que, em 1856, Norman R. Pogson desenvolveu um modelo matemático para a classificação e cálculo da magnitude, aplicável não só para as estrelas mas para os demais corpos celestes (ALMEIDA, 2011).

Antes de adentrarmos nos estudos de Norman, é válido pontuarmos alguns conceitos importantes para o bom entendimento da escala astronômica de Pogson. São eles: luminosidade estelar, fluxo luminoso e a lei dos inversos dos quadrados.

Segundo Napoleão

“A luminosidade é definida como sendo a quantidade de energia que a estrela emite por unidade de tempo, ou seja, a luminosidade não depende de nossa posição ou da distância a que nos encontramos da estrela; ao contrário, ela é uma característica inerente à estrela em si. Se tomarmos como exemplo uma lâmpada, a luminosidade se equipara à potência, se ela tiver 40W (watts), mesmo que nos afastemos ela continuará com 40W” (NAPOLEÃO, 2018, p. 154-155).

Ainda segundo Napoleão (2018) o fluxo luminoso é diferente, ele pode ser considerado como o “brilho”, e por sua vez depende da distância. Retomando o exemplo da lâmpada, estando a um metro de distância dela você terá uma percepção de brilho, e estando a cem metros, a percepção será outra, a luminosidade continua igual mas você enxergará menos brilho. Isto acontece quando observamos os corpos celestes do céu noturno. Uma expressão que relaciona tudo o que falamos anteriormente é a equação do fluxo para uma estrela esférica a uma distância d :

1 “The magnitudes of telescopic stars are so variously assigned by different observers [...] The differences among observers of great experience and celebrity are much greater than should probably be imagined by those who have not been led to examine the subject, and clearly show that widely different scales of magnitude have been adopted [...] and the different numerical denominations of the magnitude of the same star create complication and confusion where simplicity and uniformity are especially desirable”

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} \quad (17)$$

Onde L é sua luminosidade intrínseca, d é sua distância, e F é o fluxo sobre toda a superfície (OLIVEIRA; SARAIVA, 2014). Consideremos agora que estamos nos afastando desta estrela, gradativamente. A distância e o fluxo irão variar mas a luminosidade não, então escrevemos a equação do fluxo como:

$$L = F_1 \cdot 4\pi d_1^2 \quad (18)$$

$$L = F_2 \cdot 4\pi d_2^2 \quad (19)$$

Se igualarmos as expressões:

$$F_1 \cdot 4\pi d_1^2 = F_2 \cdot 4\pi d_2^2 \quad (20)$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2} \quad (21)$$

A equação (21) é conhecida como **Lei dos inversos dos quadrados**, e nos diz que, á medida que nos aproximamos (ou afastamos) da estrela, o fluxo estelar que percebemos diminui (ou cresce) com o quadrado da distância (NAPOLEÃO, 2018, p. 155 e 156).

Por muito tempo esse método foi utilizados pelos astrônomos para medir a razão entre o brilho (fluxo) da estrela, definindo uma magnitude mas sempre havia divergência de observador para observador. Em contrapartida, na época de Pogson, se sabia que uma estrela de primeira magnitude era 100 vezes mais brilhante que uma de sexta magnitude, informação que pode ser visualizada na equação 22, tal afirmação foi proposta por William Herschel, e posteriormente confirmada por seu filho John Herschel (PANEKOEK, 1961, p. 445, tradução nossa²). Ou seja, sendo F_1 o brilho (fluxo) de uma estrela de magnitude 1 e F_6 o brilho (fluxo) de uma estrela de magnitude 6:

$$\frac{F_1}{F_6} = 100 \quad (22)$$

Com isso, podemos afirmar que:

2 “[...] What difference in brightness is expressed by 1 magnitude? The opinion of William Herschel – also accepted by his son – was mentioned in Chapter 31; they supposed that a star of the first magnitude, if removed to twice or three times or seven times its distance, would appear as a star of magnitude 2, 3 or 7; this means that their brightness can be represented by 1/4, 1/9, 1/49. At the same time, he estimated that the light radiated by a first-magnitude star was 100 times that of a sixth-magnitude star. In 1835 Steinheil expressed his opinion that magnitudes of stars do not indicate differences but ratios of light intensity; he derived the ratio for 1 magnitude to be 2.83. [...]”

$$\frac{F_1}{F_2} = 100^{\frac{1}{5}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} \simeq 2,512 \quad (23)$$

A equação (23) nos diz que em um intervalo unitário de magnitude, por exemplo de magnitude 1 para magnitude 2, há um fator de aumento de 2,512 vezes no brilho e este fator de aumento é chamado de **fator de Pogson**.

A magnitude aparente, m , é definida através do fluxo estelar F , a uma distância d por:

$$m = -2,5 \log F(d) + c \quad (24)$$

onde c é uma constante usada para definir o zero da escala.

Se considerarmos, agora intervalos de magnitudes genéricos, a equação (24) fica:

$$\frac{F_1}{F_2} = 100^{\frac{|m_1 - m_2|}{5}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = 2,512^{|m_1 - m_2|} \quad (25)$$

Na qual m_1 e m_2 os intervalos de magnitude genéricos citados anteriormente. Aplicando $\log$ em ambos lados da igualdade:

$$\log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) = 0,4(m_1 - m_2) \quad (26)$$

$$(m_1 - m_2) = 2,5 \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) \quad (27)$$

A equação (27) é a Equação de Pogson, que também pode ser escrita como:

$$(m_2 - m_1) = -2,5 \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) \quad (28)$$

Esta forma é utilizada para encontrar o valor da magnitude aparente dos astros, é a mais comumente usada e expressa a relação inversa que temos na escala de magnitudes de Norman R. Pogson, na qual as estrelas de magnitude 1 são as mais luminosas, e as de magnitude 6 são as menos luminosas (NAPOLEÃO, 2018, p. 159).

Entretanto essa não é a única medida de magnitude que se conhece. Para podermos comparar estrelas diferentes quanto à luminosidade introduzimos o conceito de *magnitude absoluta* (M). A magnitude absoluta de uma estrela é definida como sendo a magnitude aparente que esta teria se estivesse à distância de 10 pc (SOBRINHO, 2013, p. 5), onde *pc* é uma unidade de medida chamada *parsec*, muito utilizada na Astronomia para representar distâncias muito grandes entre os corpos celestes, e equivale á $1 \text{ pc} = 3,084 \cdot 10^{13} \text{ km}$. A sua expressão é:

$$M = -2,5 \log F(d = 10 \text{ pc}) + c \quad (29)$$

Portanto, assim como a magnitude aparente é uma medida do fluxo, a magnitude absoluta é uma medida de luminosidade. Usando, então, a equação de Pogson:

$$M_{\odot} - M = 2,5 \log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) \quad (30)$$

Na qual $M_{\odot}$ e $L_{\odot}$ representam a magnitude absoluta e a luminosidade do Sol, respectivamente, M e L representam a magnitude absoluta e a luminosidade de uma determinada estrela, respectivamente; enquanto que a magnitude aparente é dada pela razão entre fluxos estelares, a magnitude absoluta é dada pela razão entre luminosidade estelar, que não depende da distância.

A partir da equação (30) podemos ainda encontrar outra relação, entre a magnitude aparente e absoluta, chamada de *módulo da distância*. Se relacionarmos as duas equações, obteremos o seguinte:

$$m - M = 2,5 \log(F_{10}/F) \quad (31)$$

De acordo com a equação (17), os fluxos pode ser expresso como:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} \quad (\text{estrela à distância } d) \quad (32)$$

e

$$F_{10} = \frac{L}{4\pi(10)^2} \quad (\text{estrela à distância de } 10 \text{ pc}) \quad (33)$$

Então:

$$\frac{F_{10}}{F} = \frac{\frac{L}{4\pi d^2}}{\frac{L}{4\pi(10)^2}} \Rightarrow \frac{F_{10}}{F} = \left(\frac{d}{10}\right)^2 \quad (34)$$

Substituindo (34) em (31):

$$m - M = 2,5 \log\left(\frac{d}{10}\right)^2 \quad (35)$$

Pelas propriedades do logaritmo:

$$\log_{10}\left(\frac{d}{10}\right)^2 = 2(\log_{10}(d) - \log_{10}(10)) \quad (36)$$

$$2(\log_{10}(d) - 1) \quad (37)$$

Substituindo a expressão acima em (35):

$$m - M = 2,5[2(\log(d) - 1)] = 5(\log(d) - 1) \quad (38)$$

$$m - M = 5 \log(d) - 5 \quad (39)$$

A expressão acima relaciona as magnitudes aparente e absoluta de um corpo celeste. Vale ressaltar que a distância d precisa estar, necessariamente, em *parsecs*. (NAPOLEÃO, 2018, p. 159 - 161)

Por fim, com os critérios matemáticos bem definidos para o cálculo da magnitude aparente dos astros, a nova escala de magnitudes de Pogson foi rapidamente aceita e implementada pela comunidade astronômica e desde então não houveram mais divergências em termos de medidas de magnitude (ALMEIDA, 2011).

2.4 Ensino de Astronomia e Astrofísica:

A Astronomia sempre despertou a curiosidade de todos aqueles que já pararam, mesmo que por um breve momento, para contemplar a noite repleta de estrelas ou uma majestosa lua cheia. Segundo Langhi (2005) o estudo do céu sempre fez parte da vida humana, além de ser considerada a mais antiga das ciências e, educacionalmente falando, a Astronomia tem um caráter interdisciplinar, podendo ser relacionada com diversas outras ciências. O autor explica ainda que, seja em escolas de ensino fundamental ou médio, a Astronomia está presente em sua estrutura curricular e pode estar relacionada à Física, Química, Biologia, Matemática, Arte, Meio Ambiente, Poesia, Língua Portuguesa e etc.

Na Matriz de Conhecimentos Básicos (MCB) de 2021, disponibilizada pela Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC-CE) estão elencados os principais conteúdos de Astronomia que devem ser abordados, e quais competências e habilidades da BNCC esses conteúdos trabalham. Tais conteúdos estão organizados da seguinte forma: **Tópico Geral:** GRAVITAÇÃO. **Subtópicos:** Noções de Astronomia; O universo e sua origem; Leis de Kepler; Lei da Gravitação Universal; Efeito da gravidade na vida dos seres vivos. Esses tópicos estão relacionados às seguintes habilidades: EM13CNT201, EM13CNT204, EM13CNT205 e EM13CNT209 (BRASIL, 2021, p. 87). Que por sua vez, estão relacionadas à Competência Específica 2: “Analisar e utilizar interpretações sobre a dinâmica da Vida, da Terra e do Cosmos para elaborar argumentos, realizar previsões sobre o funcionamento e a evolução dos seres vivos e do Universo, e fundamentar e defender decisões éticas e responsáveis” (BRASIL, 2018, p. 1).

A Astronomia como componente curricular já está presente, e sua abordagem em sala de aula é de extrema importância, não só pelo conhecimento específico na áreas, mas pela facilidade que se tem de relacioná-la com outras áreas, sendo uma ciência interdisciplinar.

Segundo Dias e Santa (2008) os conteúdos de Astronomia podem proporcionar aos alunos uma visão menos fragmentada do conhecimento, pensando mais adiante, esta disciplina ainda poderia atuar como integradora de conhecimentos. Além disso, de acordo com Dos Santos et. al. (2019) o estudo da Astronomia é de grande importância para o ambiente escolar pois faz parte da história da humanidade, remontando os tempos antigos onde a civilização humana ainda a utilizava para atividades práticas como plantio e colheita. Nesse contexto a abordagem dessa disciplina deve permear o ensino das Ciências e a formação dos futuros cidadãos. Entretanto mesmo com as recomendações e orientações dos documentos oficiais como a BNCC, as Matrizes Curriculares, documentos norteadores, dentre outros, ainda existem dificuldades, não teóricas mas sim práticas. Dificuldades essas que estão presentes nos mais diferentes casos, Langhi (2005) apresenta algumas dificuldades como a incapacidade dos professores por não terem visto nenhum conteúdo de Astronomia em sua formação inicial, ou até mesmo a falta de interesse e aceitação do tema pelos alunos. Desse modo, para tentar superar tais dificuldades, Ferreira e Meglioratti (2008) apresentam algumas possibilidades:

[...] o professor necessita adequar as suas atividades didáticas com metodologias que facilitem a aprendizagem [...] as novas tecnologias como computadores são ferramentas importantes na prática pedagógica do professor, possibilitando a utilização de simuladores disponíveis na internet ajudando na construção dos conhecimentos referentes à astronomia; a curiosidade que os estudos astronômicos despertam deve ser levada em conta nos planejamentos das aulas cujos conteúdos são referentes à astronomia (FERREIRA; MEGLHIORATTI, 2008, p. 13 e 14).

Nessa lógica, nota-se que o uso da tecnologia como ferramenta auxiliar para o ensino de Astronomia pode vir a favorecer significativamente a aprendizagem dos alunos. Dos Santos et. al. (2019) reforça essa ideia, afirmando que:

[...] o uso das tecnologias incorporadas ao processo pedagógico de forma pertinente pode favorecer os processos de ensino e de aprendizagem, uma vez que a utilização destes aportes (tecnológicos) no processo educacional sensibiliza alunos e professores para novos assuntos, promove a busca de novas informações, diminui as rotinas, aproxima o aluno de diferentes realidades do mundo, aumenta a interação e o desenvolvimento do pensamento crítico, fomentando a construção do conhecimento. Sendo assim, incorporar as tecnologias à prática pedagógica pode fazer a diferença (DOS SANTOS et. al., 2019, p. 8 e 9).

Sendo assim, em concordância com as ideias acima citadas, é possível afirmar que a Astronomia pode ser, além de um componente curricular, um instrumento auxiliar para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos de nível médio, principalmente através das ferramentas computacionais e de novas tecnologias, como simuladores por exemplo.

3 METODOLOGIA

A metodologia proposta neste trabalho é fazer uso da investigação empírica através da manipulação, classificação e análise de valores numéricos relacionados ao brilho dos corpos celestes, devido a escala astronômica de Norman Pogson, observando sua variação no período tido como o mais propício para observação, como dito anteriormente, que é a máxima elongação (para planetas inferiores) e a oposição (para planetas superiores). A coleta de dados foi feita utilizando duas fontes principais, uma delas é o *Horizons System*, pertencente à *National Aeronautics and Space Administration* (NASA), especificamente ao *Jet Propulsion Laboratory* (JPL) – Caltech. A segunda fonte é o *software* de simulação do céu noturno, *Stellarium Astronomy Software*. Estas foram escolhidas para se obter uma maior rigor com relação aos dados coletados e por questões de comparação entre os valores obtidos de um simulador e de uma Agência Espacial.

O *Horizons System* é uma aplicação web do JPL capaz de gerar efemérides – Tabela astronômica em que, com intervalos de tempo regulares, se registra a posição relativa de um astro (DICIO, 2022) – com dados previamente selecionados pelo usuário e em seguida disponibiliza o *download* do arquivo gerado. O JPL é um centro de pesquisa e desenvolvimento financiado pelo governo federal, administrado pela NASA pela Caltech (JPL–CALTECH, 2022, tradução nossa)³. Os dados foram obtidos através da aplicação web intitulada *Solar System Dynamics* (SSD) e faz parte da seção *Mission Design and Navigation*. O grupo SSD se concentra em determinar o movimento e os parâmetros físicos de objetos planetários naturais (SOLAR SYSTEM DYNAMICS, 2022, tradução nossa)⁴.

A partir destas considerações os dados coletados foram as magnitudes aparentes dos planetas Vênus, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, todos em elongação máxima – para Vênus esta configuração é chamada apenas de elongação máxima, para os demais planetas superiores esta configuração é chamada de oposição. Mercúrio não fez parte do conjunto de dados. Assim, foram geradas efemérides dos planetas acima citados. A Figura 10, abaixo, mostra a página inicial da aplicação:

3 “JPL is a federally funded research and development center managed for NASA by Caltech.”

4 “JPL’s Solar System Dynamics (SSD) group is part of Mission Design and Navigation section. The SSD group focuses on determining the motion and physical parameters of natural planetary objects and our primary products, services, and charter are described below.”

Figura 10: Homepage Horizons System

Fonte: Solar System Dynamics, 2022

Nesta página é dada a possibilidade de modificar o alvo (*target*), onde seleciona planetas, satélites naturais, cometas e etc; a localização do observador (*observer location*) onde se pode indicar a posição de onde o usuário deseja observar; o intervalo de tempo (*time specification*), onde é especificado o intervalo de tempo desejado; as configurações de tabela e outras configurações adicionais (*Table Settings*) que permite selecionar que tipos de dados devem ser escritos no arquivo final das efemérides. As Figuras 11 e 12 apresentam a caixa de diálogo das configurações de tabela e adicionais:

Figura 11: Configurações de tabela – Horizons System

Fonte: Solar System Dynamics, 2022

Figura 12: Configurações adicionais de tabela – *Horizons System*

Additional Table Settings

Reference frame:	ICRF
Date/time format:	calendar format
Time digits:	HH:MM
Angle format:	sexagesimal format (hours/degrees minutes seconds)
Refraction model:	no refraction (airless)
Range units:	kilometers (km)
Suppress range-rate:	☐
Elevation cutoff:	(deg) [-90 to 90]
Skip daylight:	☒
Airmass cutoff:	[1.0 to 38.0]
Hour-angle cutoff:	(angular hours) [0.0 to 12.0]
Solar elongation cutoff:	: (deg) [min:max], min= 0.0 to 180.0 , max= min to 180.0
Angular rate cutoff:	(arcsec/h) [0.0 to 100000.0]
Extra precision:	☐ —output additional digits for RA/Dec quantities
RTS flag:	—output only at target rise/transit/set
CSV format:	☒
Object summary:	☒

Use Specified Settings Reset to Defaults

Fonte: *Solar System Dynamics*, 2022

Por fim, as efemérides são geradas em um arquivo de texto disponíveis para *download*. Os dados foram organizados em tabelas e gráficos, e foram gerados. Alguns arquivos de dados no modelo JPL/NASA estão contidos na página de Anexos, bem como o processo para encontrar tais valores.

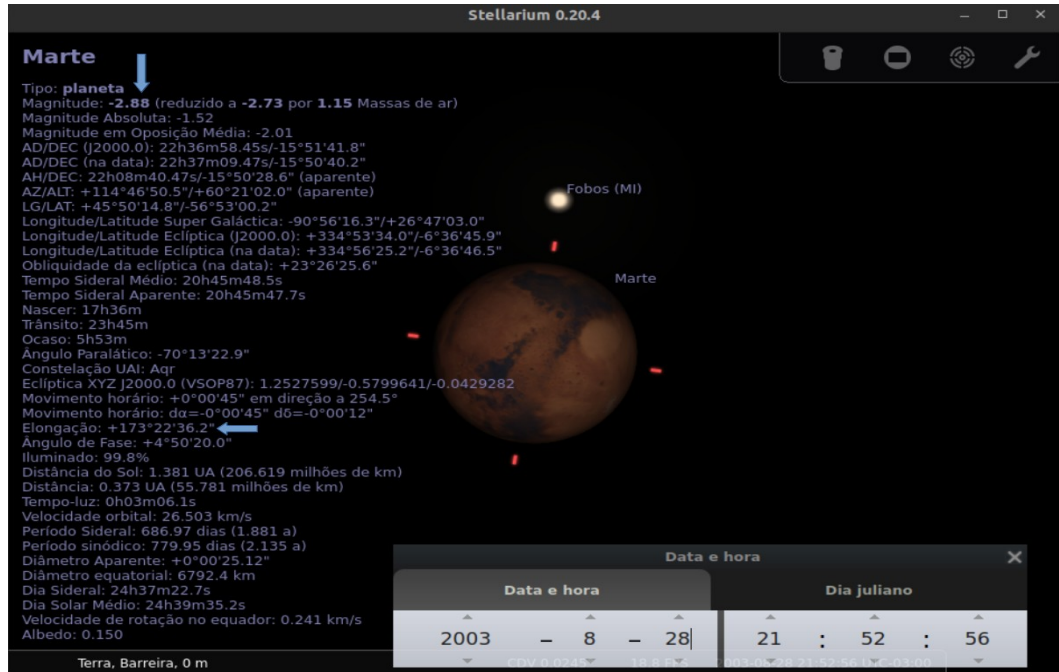
A segunda fonte de informações foi o *Stellarium*, um *software* que simula fenômenos astronômicos. Genuino (2014) nos explica que:

O *Stellarium* é um *software* de astronomia para visualização do céu, nos moldes de um planetário. Com excelente qualidade técnica e gráfica, o programa é capaz de simular o céu diurno, noturno e os crepúsculos de forma muito realista. É capaz ainda de simular planetas, luas, estrelas, eclipses e tudo em tempo real, fornecendo informações detalhadas de milhares de corpos celestes. Ele oferece uma opção de Telescópio e com isso podemos escolher o modelo do telescópio para utilizar e selecionar um corpo-celeste para visualizá-lo (GENUINO, 2014, p. 11).

A partir dessas considerações os dados coletados foram as magnitudes aparentes dos mesmos planetas e com as mesmas configurações citadas anteriormente. Os valores para cada planeta foram organizados e registrados de modo semelhante aos dados da NASA, através de tabelas e gráficos. E para a realização da pesquisa deste trabalho, o programa foi utilizado em um notebook com sistema operacional Linux Ubuntu 20.04. A versão do *software* utilizada foi a 0.20.4.

As Figuras 13 e 14 exemplificam o processo investigativo realizado no *Stellarium*:

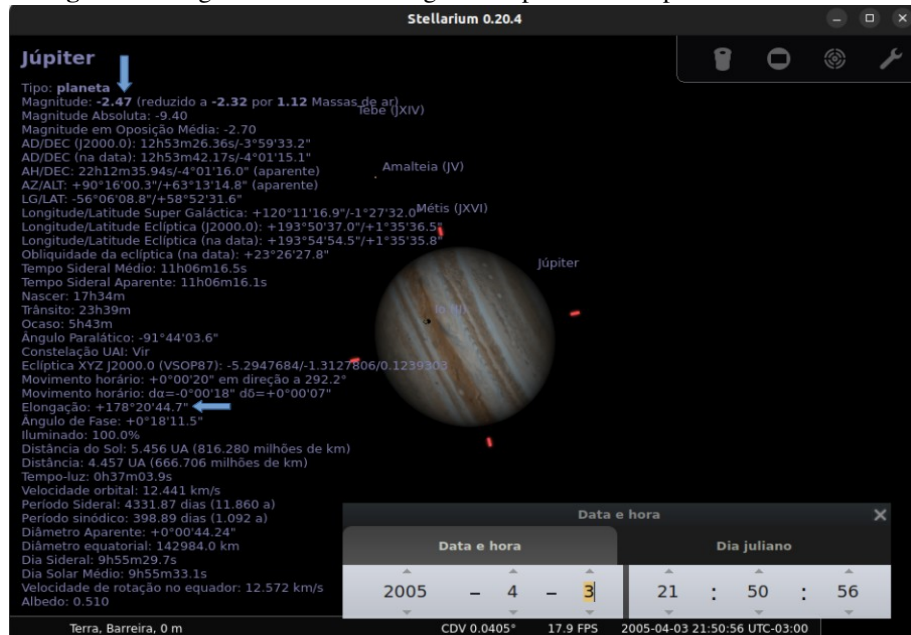
Figura 13: Registro da valor da magnitude aparente de Marte no ano de 2003.



Fonte: Stellarium Software, 2022.

Vejamos o registro de outro planeta:

Figura 14: Registro da valor da magnitude aparente de Júpiter no ano de 2005.



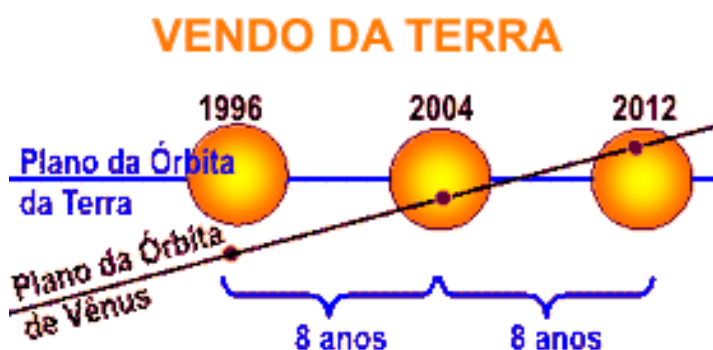
Fonte: Stellarium Software, 2022.

Vale o destaque para a magnitude aparente e para a elongação do planeta, que é a maior para o ano indicado, o que indica que ele está em oposição.

Como dito anteriormente, o planeta Mercúrio não fez parte do catálogo de observações, isso devido o fato de sua órbita ser muito excêntrica, como podemos verificar na Tabela 1, e também o plano de sua órbita possui uma inclinação de 7° com relação à eclíptica – trajetória aparente que o Sol descreve no céu ao longo do ano – a maior inclinação dentre os 8 planetas, como mostra a Tabela 2. Consequentemente, dadas estas propriedades, os valores para a magnitude aparente de Mercúrio ao longo do tempo não são úteis para o estudo realizado no presente trabalho.

A ordem de observação seguiu a ordem planetária comum, excluindo do processo o planeta Terra, que é o nosso referencial, e o planeta Mercúrio. Iniciando as observações com o planeta Vênus, este foi observado em sua elongação máxima para leste, isto é, quando sua distância angular em relação ao Sol é máxima. Na Figura 15 podemos observar melhor essa inclinação com relação ao plano da órbita da Terra.

Figura 15: Inclinação do plano da órbita de Vênus com relação ao da Terra



Fonte: UFMG – Observatório astronômico Frei Rosário, 2004.

Para Vênus foram usados os valores encontrados sempre nas máximas elongações para leste, quando geralmente sua elongação é de, aproximadamente, 48° . Para Marte, assim como para os demais planetas superiores, as observações foram feitas sempre em seu período de oposição, quando a elongação do planeta aproxima-se de 180° (OLIVEIRA; SARAIVA, 2014). E mantendo esta mesma configuração o valor da magnitude aparente dos planetas foi registrada em períodos diferentes. A Tabela 3 especifica o período de tempo em que o planeta foi estudado e a quantidade de configurações especiais que aconteceram nesse período.

Tabela 3: Período de observação e quantidade de configurações especiais estudadas

Planetas	Período de observação (anos)	Número de elongações máximas* e oposições **
Vênus	51	32
Marte	73	35
Júpiter	75	70
Saturno	101	98
Urano	195	195
Netuno	334	334
* para Vênus		
** para Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno		

Fonte: Próprio autor, 2022.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Análise com os dados da NASA/JPL

Com as informações coletadas através do *Horizons System* – JPL/NASA, foram montados algumas tabelas contendo os dados. Pode-se destacar que existem pequenas diferenças nos valores de magnitude aparente dos planetas encontrados no site da NASA e os obtidos com o *software Stellarium*. Isso pode ser explicado porque, as efemérides dos planetas são geradas através de computação online, que por sua vez são obtidas através da combinação de dados observacionais medidos pela NASA, até o ano de 2022, e simulados, de 2022 em diante em conjunto com modelos que minimizem estatisticamente os erros de medição. Já o *Stellarium* é um *software* de simulação, contendo banco de dados próprio. A seguir pode ser visto o conjunto de tabelas referentes aos valores coletados.

A Tabela 4 mostra os valores de magnitude aparente para Vênus durante 32 elongações máximas para leste ocorridas em um período de observação de 51 anos, de 2002 à 2053.

Tabela 4: Magnitude aparente de Vênus – de 2002 à 2053 (NASA)

data	m	data	m	data	m	data	m
23/08/2002	-4,44	07/06/2015	-4,4	27/10/2029	-4,5	10/08/2042	-4,42
30/03/2004	-4,45	13/01/2017	-4,52	02/06/2031	-4,4	18/03/2044	-4,46
04/11/2005	-4,52	18/08/2018	-4,44	08/01/2033	-4,52	23/10/2045	-4,51
09/06/2007	-4,4	25/03/2020	-4,45	13/08/2034	-4,43	28/05/2047	-4,4
15/01/2009	-4,52	30/10/2021	-4,51	20/03/2036	-4,46	03/01/2049	-4,52
21/08/2010	-4,45	04/06/2023	-4,4	25/10/2037	-4,51	08/08/2050	-4,43
27/03/2012	-4,45	10/01/2025	-4,52	31/05/2039	-4,41	15/03/2052	-4,46
01/11/2013	-4,51	23/03/2028	-4,46	05/01/2041	-4,52	20/10/2053	-4,5

Fonte: *Solar System Dynamics*, 2022

A Tabela 4 mostra os valores de magnitude aparente para Marte durante 35 oposições ocorridas em um período de observação de 73 anos, de 1999 à 2072.

Tabela 5: Magnitude aparente de Marte – de 1999 à 2072 (NASA)

data	m	data	m	data	m	data	m	data	m
25/04/1999	-1,83	09/04/2014	-1,6	25/03/2029	-1,4	12/03/2044	-1,3	27/02/2059	-1,33
14/06/2001	-2,42	22/05/2016	-2,16	05/05/2031	-1,92	18/04/2046	-1,72	03/04/2061	-1,47
29/08/2003	-2,86	27/07/2018	-2,82	28/06/2033	-2,63	04/06/2048	-2,3	15/05/2063	-2,05
07/11/2005	-2,42	14/10/2020	-2,67	16/09/2035	-2,84	14/08/2050	-2,94	14/07/2065	-2,77
25/12/2007	-1,72	08/12/2022	-1,99	19/11/2037	-2,27	28/10/2052	-2,53	03/10/2067	-2,81
30/01/2010	-1,35	16/01/2025	-1,42	03/01/2040	-1,6	18/12/2054	-1,86	30/11/2069	-2,15

04/03/2012	-1,29	20/02/2027	-1,34	07/02/2042	-1,33	24/01/2057	-1,37	11/01/2072	-1,48
------------	-------	------------	-------	------------	-------	------------	-------	------------	-------

Fonte: *Solar System Dynamics*, 2022

A Tabela 5 mostra os valores de magnitude aparente para Júpiter durante 70 oposições ocorridas em um período de observação de 75 anos, de 2005 à 2080.

Tabela 6: Magnitude aparente de Júpiter – de 2005 à 2080 (NASA)

data	m	data	m
04/04/2005	-2,47	20/06/2043	-2,65
05/05/2006	-2,5	24/07/2044	-2,78
06/06/2007	-2,6	30/08/2045	-2,89
09/07/2008	-2,73	07/10/2046	-2,94
15/08/2009	-2,86	13/11/2047	-2,89
21/09/2010	-2,93	17/12/2048	-2,78
29/10/2011	-2,92	19/01/2050	-2,65
03/12/2012	-2,83	20/02/2051	-2,54
06/01/2014	-2,7	21/03/2052	-2,48
07/02/2015	-2,57	21/04/2053	-2,48
08/03/2016	-2,49	22/05/2054	-2,55
08/04/2017	-2,47	25/06/2055	-2,66
09/05/2018	-2,51	29/07/2056	-2,8
11/06/2019	-2,62	04/09/2057	-2,9
14/07/2020	-2,75	12/10/2058	-2,94
20/08/2021	-2,87	18/11/2059	-2,88
27/09/2022	-2,94	22/12/2060	-2,76
03/11/2023	-2,91	24/01/2062	-2,63
08/12/2024	-2,81	24/02/2063	-2,52
10/01/2026	-2,68	25/03/2064	-2,47
11/02/2027	-2,56	25/04/2065	-2,48
13/03/2028	-2,48	27/05/2066	-2,56
12/04/2029	-2,47	30/06/2067	-2,69
13/05/2030	-2,53	03/08/2068	-2,82
15/06/2031	-2,63	10/09/2069	-2,92
19/07/2032	-2,77	18/10/2070	-2,94
25/08/2033	-2,88	23/11/2071	-2,87
02/10/2034	-2,94	27/12/2072	-2,74
08/11/2035	-2,9	28/01/2074	-2,61
13/12/2036	-2,79	28/02/2075	-2,51

15/01/2038	-2,66	30/03/2076	-2,47
15/02/2039	-2,55	29/04/2077	-2,49
17/03/2040	-2,48	31/05/2078	-2,58
17/04/2041	-2,48	04/07/2079	-2,71
18/05/2042	-2,53	09/08/2080	-2,84

Fonte: *Solar System Dynamics*, 2022

A Tabela 6 mostra os valores de magnitude aparente para Saturno durante 98 oposições ocorridas em um período de observação de 101 anos, de 2000 à 2101.

Tabela 7: Magnitude aparente de Saturno – de 2000 à 2101 (NASA)

data	m	data	m
20/11/2000	-0,37	10/08/2051	0,23
04/12/2001	-0,49	21/08/2052	0,36
18/12/2002	-0,54	03/09/2053	0,51
01/01/2004	-0,53	16/09/2054	0,66
14/01/2005	-0,45	29/09/2055	0,44
28/01/2006	-0,26	12/10/2056	0,19
11/02/2007	-0,03	25/10/2057	-0,04
24/02/2008	0,22	08/11/2058	-0,24
09/03/2009	0,49	22/11/2059	-0,39
22/03/2010	0,51	05/12/2060	-0,5
04/04/2011	0,38	19/12/2061	-0,54
16/04/2012	0,25	03/01/2063	-0,52
28/04/2013	0,15	17/01/2064	-0,42
11/05/2014	0,06	30/01/2065	-0,23
23/05/2015	0	12/02/2066	0
03/06/2016	-0,04	26/02/2067	0,26
15/06/2017	-0,06	10/03/2068	0,52
28/06/2018	-0,05	23/03/2069	0,5
09/07/2019	-0,01	06/04/2070	0,36
21/07/2020	0,05	18/04/2071	0,24
02/08/2021	0,17	30/04/2072	0,14
15/08/2022	0,29	12/05/2073	0,05
27/08/2023	0,43	25/05/2074	-0,01
08/09/2024	0,58	06/06/2075	-0,05
21/09/2025	0,58	17/06/2076	-0,06
05/10/2026	0,33	29/06/2077	-0,05
18/10/2027	0,09	11/07/2078	-0,02

31/10/2028	-0,13	23/07/2079	0,07
14/11/2029	-0,32	04/08/2080	0,18
28/11/2030	-0,45	16/08/2081	0,31
12/12/2031	-0,54	29/08/2082	0,45
25/12/2032	-0,55	11/09/2083	0,59
08/01/2034	-0,5	23/09/2084	0,56
22/01/2035	-0,35	06/10/2085	0,3
05/02/2036	-0,14	20/10/2086	0,06
18/02/2037	0,11	02/11/2087	-0,15
03/03/2038	0,37	15/11/2088	-0,33
17/03/2039	0,58	29/11/2089	-0,47
29/03/2040	0,44	13/12/2090	-0,54
11/04/2041	0,31	28/12/2091	-0,55
23/04/2042	0,19	09/01/2093	-0,47
06/05/2043	0,1	24/01/2094	-0,33
17/05/2044	0,02	07/02/2095	-0,11
29/05/2045	-0,03	20/02/2096	0,14
11/06/2046	-0,06	05/03/2097	0,4
23/06/2047	-0,07	18/03/2098	0,57
04/07/2048	-0,05	31/03/2099	0,42
16/07/2049	0	13/04/2100	0,3
28/07/2050	0,11	26/04/2101	0,18

Fonte: *Solar System Dynamics*, 2022

A Tabela 7 mostra os valores de magnitude aparente para Urano durante 195 oposições ocorridas em um período de observação de 195 anos, de 2000 à 2195.

Tabela 8: Magnitude aparente de Urano – de 2000 à 2195 (NASA)

data	m	data	m	data	m	data	m	data	m
11/08/2000	5,75	22/01/2040	5,42	22/07/2079	5,68	31/12/2118	5,48	27/06/2157	5,58
16/08/2001	5,76	26/01/2041	5,42	26/07/2080	5,7	01/01/2119	5,48	02/07/2158	5,6
20/08/2002	5,77	30/01/2042	5,41	30/07/2081	5,71	05/01/2120	5,47	06/07/2159	5,61
24/08/2003	5,78	04/02/2043	5,4	04/08/2082	5,73	09/01/2121	5,46	10/07/2160	5,63
28/08/2004	5,79	09/02/2044	5,39	08/08/2083	5,74	14/01/2122	5,44	15/07/2161	5,65
01/09/2005	5,8	13/02/2045	5,39	12/08/2084	5,75	19/01/2123	5,43	19/07/2162	5,67
05/09/2006	5,8	18/02/2046	5,39	16/08/2085	5,76	23/01/2124	5,42	24/07/2163	5,68
10/09/2007	5,81	23/02/2047	5,39	21/08/2086	5,77	27/01/2125	5,42	27/07/2164	5,7
13/09/2008	5,81	28/02/2048	5,39	25/08/2087	5,78	01/02/2126	5,41	01/08/2165	5,71
17/09/2009	5,8	04/03/2049	5,39	28/08/2088	5,79	06/02/2127	5,4	05/08/2166	5,73

22/09/2010	5,8	09/03/2050	5,39	02/09/2089	5,8	11/02/2128	5,39	10/08/2167	5,74
26/09/2011	5,79	14/03/2051	5,39	06/09/2090	5,8	15/02/2129	5,39	13/08/2168	5,75
29/09/2012	5,79	18/03/2052	5,38	10/09/2091	5,81	20/02/2130	5,39	18/08/2169	5,76
04/10/2013	5,78	23/03/2053	5,38	14/09/2092	5,81	25/02/2131	5,39	22/08/2170	5,77
08/10/2014	5,77	28/03/2054	5,38	18/09/2093	5,8	01/03/2132	5,39	26/08/2171	5,78
12/10/2015	5,76	02/04/2055	5,38	22/09/2094	5,8	06/03/2133	5,39	30/08/2172	5,79
15/10/2016	5,75	07/04/2056	5,38	27/09/2095	5,79	11/03/2134	5,39	03/09/2173	5,8
20/10/2017	5,74	12/04/2057	5,39	30/09/2096	5,79	16/03/2135	5,39	08/09/2174	5,81
24/10/2018	5,72	17/04/2058	5,39	04/10/2097	5,78	20/03/2136	5,38	12/09/2175	5,81
28/10/2019	5,71	22/04/2059	5,4	08/10/2098	5,77	25/03/2137	5,38	15/09/2176	5,81
01/11/2020	5,7	26/04/2060	5,4	13/10/2099	5,76	30/03/2138	5,38	19/09/2177	5,81
05/11/2021	5,68	01/05/2061	5,41	17/10/2100	5,75	04/04/2139	5,38	24/09/2178	5,8
09/11/2022	5,67	06/05/2062	5,42	21/10/2101	5,74	08/04/2140	5,38	28/09/2179	5,79
14/11/2023	5,65	11/05/2063	5,43	26/10/2102	5,72	13/04/2141	5,39	01/10/2180	5,79
17/11/2024	5,64	15/05/2064	5,44	30/10/2103	5,71	18/04/2142	5,39	06/10/2181	5,78
22/11/2025	5,62	20/05/2065	5,45	02/11/2104	5,7	23/04/2143	5,4	10/10/2182	5,77
26/11/2026	5,6	25/05/2066	5,47	07/11/2105	5,68	27/04/2144	5,4	14/10/2183	5,76
30/11/2027	5,58	30/05/2067	5,48	11/11/2106	5,67	02/05/2145	5,41	17/10/2184	5,75
04/12/2028	5,56	02/06/2068	5,49	15/11/2107	5,65	07/05/2146	5,42	22/10/2185	5,74
08/12/2029	5,55	07/06/2069	5,51	19/11/2108	5,63	12/05/2147	5,43	26/10/2186	5,73
13/12/2030	5,53	12/06/2070	5,52	23/11/2109	5,62	16/05/2148	5,44	30/10/2187	5,71
17/12/2031	5,52	17/06/2071	5,54	27/11/2110	5,6	21/05/2149	5,45	03/11/2188	5,7
21/12/2032	5,5	21/06/2072	5,56	02/12/2111	5,58	26/05/2150	5,47	07/11/2189	5,68
26/12/2033	5,49	25/06/2073	5,58	05/12/2112	5,56	31/05/2151	5,48	11/11/2190	5,67
30/12/2034	5,48	30/06/2074	5,6	10/12/2113	5,54	04/06/2152	5,49	16/11/2191	5,65
04/01/2036	5,47	05/07/2075	5,61	14/12/2114	5,53	09/06/2153	5,51	19/11/2192	5,63
08/01/2037	5,46	08/07/2076	5,63	19/12/2115	5,51	14/06/2154	5,52	23/11/2193	5,62
12/01/2038	5,45	13/07/2077	5,65	23/12/2116	5,5	18/06/2155	5,54	28/11/2194	5,6
17/01/2039	5,43	18/07/2078	5,67	27/12/2117	5,49	22/06/2156	5,56	02/12/2195	5,58

Fonte: *Solar System Dynamics*, 2022

A Tabela 8 mostra os valores de magnitude aparente para Netuno durante 334 oposições ocorridas em um período de observação de 334 anos, de 2000 à 2334.

Tabela 9: Magnitude aparente de Netuno – de 2000 à 2335 (NASA)

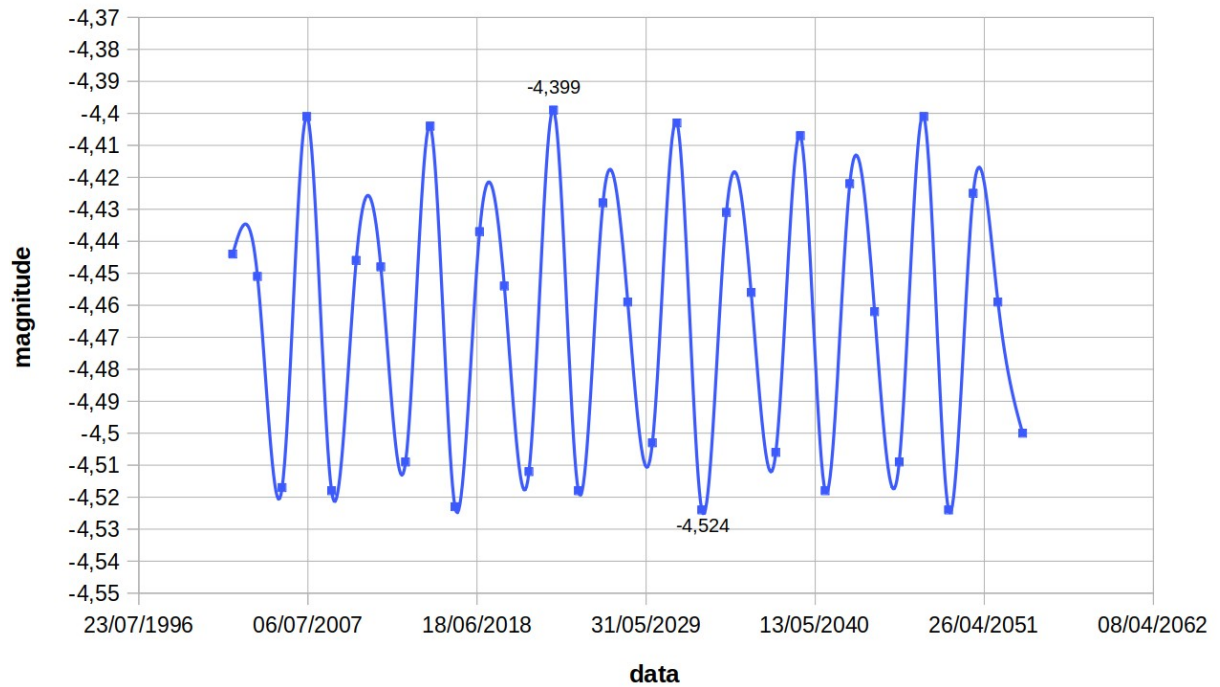
data	m	data	m	data	m	data	m	data	m
28/07/2000	7,71	28/12/2068	7,69	24/05/2135	7,75	25/10/2202	7,67	18/03/2269	7,73
30/07/2001	7,71	31/12/2069	7,69	25/05/2136	7,75	27/10/2203	7,67	20/03/2270	7,74
02/08/2002	7,71	01/01/2070	7,69	28/05/2137	7,74	29/10/2204	7,67	23/03/2271	7,74

05/08/2003	7,71	02/01/2071	7,69	30/05/2138	7,74	31/10/2205	7,67	24/03/2272	7,74
06/08/2004	7,71	05/01/2072	7,69	02/06/2139	7,74	03/11/2206	7,67	27/03/2273	7,74
09/08/2005	7,71	06/01/2073	7,69	03/06/2140	7,74	05/11/2207	7,67	29/03/2274	7,74
11/08/2006	7,7	08/01/2074	7,69	06/06/2141	7,74	06/11/2208	7,67	01/04/2275	7,74
14/08/2007	7,7	11/01/2075	7,69	08/06/2142	7,74	09/11/2209	7,67	02/04/2276	7,74
15/08/2008	7,7	13/01/2076	7,69	11/06/2143	7,74	11/11/2210	7,67	04/04/2277	7,74
18/08/2009	7,7	15/01/2077	7,7	12/06/2144	7,74	14/11/2211	7,67	07/04/2278	7,74
20/08/2010	7,7	17/01/2078	7,7	15/06/2145	7,74	15/11/2212	7,67	09/04/2279	7,74
23/08/2011	7,7	19/01/2079	7,7	17/06/2146	7,74	18/11/2213	7,67	11/04/2280	7,74
25/08/2012	7,7	22/01/2080	7,7	20/06/2147	7,74	20/11/2214	7,67	13/04/2281	7,74
27/08/2013	7,69	23/01/2081	7,7	21/06/2148	7,74	23/11/2215	7,67	16/04/2282	7,75
30/08/2014	7,69	26/01/2082	7,7	24/06/2149	7,73	24/11/2216	7,67	18/04/2283	7,75
01/09/2015	7,69	28/01/2083	7,7	27/06/2150	7,73	27/11/2217	7,67	20/04/2284	7,75
03/09/2016	7,69	31/01/2084	7,71	29/06/2151	7,73	29/11/2218	7,67	22/04/2285	7,75
05/09/2017	7,69	01/02/2085	7,71	01/07/2152	7,73	02/12/2219	7,67	25/04/2286	7,75
08/09/2018	7,69	04/02/2086	7,71	03/07/2153	7,73	03/12/2220	7,67	27/04/2287	7,75
10/09/2019	7,69	06/02/2087	7,71	06/07/2154	7,73	06/12/2221	7,67	29/04/2288	7,75
12/09/2020	7,69	08/02/2088	7,71	08/07/2155	7,73	08/12/2222	7,67	01/05/2289	7,75
14/09/2021	7,69	10/02/2089	7,71	10/07/2156	7,73	11/12/2223	7,68	04/05/2290	7,75
17/09/2022	7,69	12/02/2090	7,71	12/07/2157	7,72	12/12/2224	7,68	06/05/2291	7,75
19/09/2023	7,68	15/02/2091	7,72	15/07/2158	7,72	14/12/2225	7,68	07/05/2292	7,75
21/09/2024	7,68	17/02/2092	7,72	17/07/2159	7,72	17/12/2226	7,68	10/05/2293	7,75
24/09/2025	7,68	18/02/2093	7,72	19/07/2160	7,72	19/12/2227	7,68	12/05/2294	7,75
26/09/2026	7,68	21/02/2094	7,72	21/07/2161	7,72	21/12/2228	7,68	15/05/2295	7,75
29/09/2027	7,68	23/02/2095	7,72	24/07/2162	7,72	23/12/2229	7,68	16/05/2296	7,75
30/09/2028	7,68	26/02/2096	7,72	27/07/2163	7,72	26/12/2230	7,68	19/05/2297	7,75
03/10/2029	7,68	27/02/2097	7,73	28/07/2164	7,72	28/12/2231	7,68	21/05/2298	7,75
05/10/2030	7,68	02/03/2098	7,73	31/07/2165	7,71	30/12/2232	7,68	24/05/2299	7,75
08/10/2031	7,68	04/03/2099	7,73	02/08/2166	7,71	31/12/2233	7,69	26/05/2300	7,75
09/10/2032	7,68	06/03/2100	7,73	05/08/2167	7,71	01/01/2234	7,69	29/05/2301	7,75
12/10/2033	7,68	09/03/2101	7,73	06/08/2168	7,71	03/01/2235	7,69	31/05/2302	7,75
14/10/2034	7,67	11/03/2102	7,73	09/08/2169	7,71	06/01/2236	7,69	03/06/2303	7,74
17/10/2035	7,67	14/03/2103	7,73	11/08/2170	7,71	07/01/2237	7,69	04/06/2304	7,74
18/10/2036	7,67	15/03/2104	7,73	14/08/2171	7,7	10/01/2238	7,69	07/06/2305	7,74
21/10/2037	7,67	18/03/2105	7,73	15/08/2172	7,7	12/01/2239	7,69	09/06/2306	7,74
23/10/2038	7,67	20/03/2106	7,73	18/08/2173	7,7	15/01/2240	7,7	12/06/2307	7,74
26/10/2039	7,67	23/03/2107	7,74	21/08/2174	7,7	16/01/2241	7,7	14/06/2308	7,74

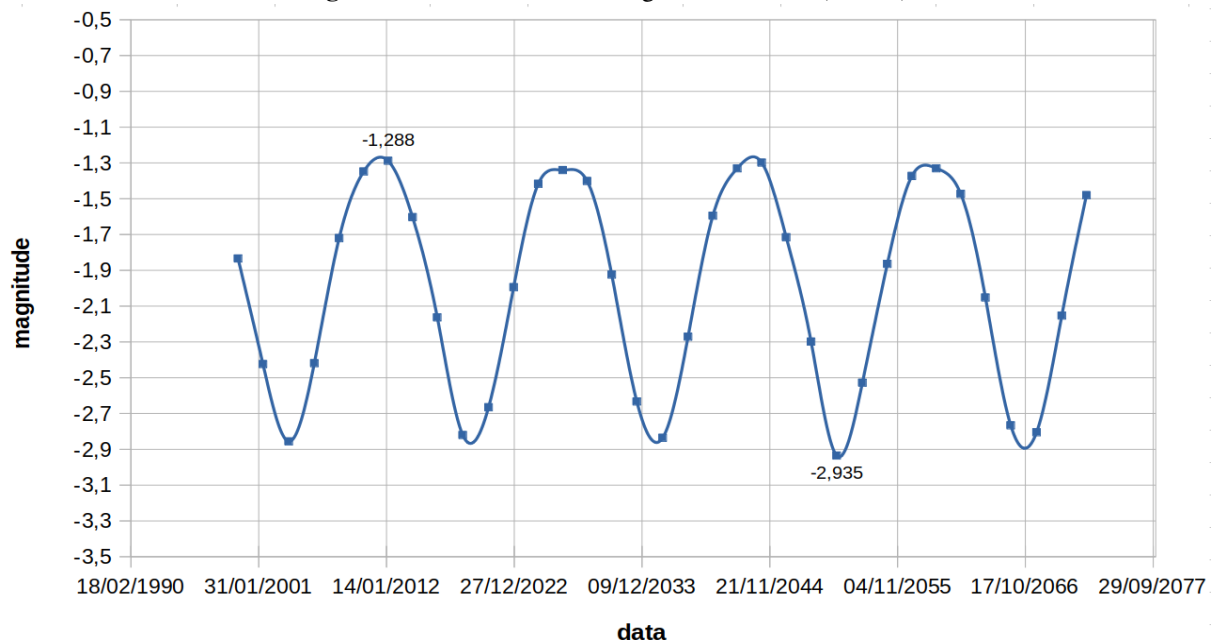
27/10/2040	7,67	24/03/2108	7,74	23/08/2175	7,7	18/01/2242	7,7	16/06/2309	7,74
30/10/2041	7,67	26/03/2109	7,74	25/08/2176	7,7	21/01/2243	7,7	19/06/2310	7,74
04/11/2043	7,67	29/03/2110	7,74	27/08/2177	7,7	23/01/2244	7,7	21/06/2311	7,74
05/11/2044	7,67	31/03/2111	7,74	30/08/2178	7,69	25/01/2245	7,7	23/06/2312	7,74
08/11/2045	7,67	02/04/2112	7,74	01/09/2179	7,69	27/01/2246	7,7	25/06/2313	7,74
10/11/2046	7,67	04/04/2113	7,74	03/09/2180	7,69	30/01/2247	7,7	28/06/2314	7,74
13/11/2047	7,67	07/04/2114	7,74	05/09/2181	7,69	01/02/2248	7,71	30/06/2315	7,73
14/11/2048	7,67	09/04/2115	7,74	08/09/2182	7,69	02/02/2249	7,71	02/07/2316	7,73
17/11/2049	7,67	11/04/2116	7,74	11/09/2183	7,69	05/02/2250	7,71	04/07/2317	7,73
19/11/2050	7,67	13/04/2117	7,74	12/09/2184	7,69	07/02/2251	7,71	07/07/2318	7,73
22/11/2051	7,67	15/04/2118	7,74	15/09/2185	7,69	10/02/2252	7,71	09/07/2319	7,73
23/11/2052	7,67	18/04/2119	7,74	17/09/2186	7,68	11/02/2253	7,71	11/07/2320	7,73
26/11/2053	7,67	19/04/2120	7,74	20/09/2187	7,68	14/02/2254	7,71	13/07/2321	7,73
28/11/2054	7,67	22/04/2121	7,75	21/09/2188	7,68	16/02/2255	7,72	16/07/2322	7,72
30/11/2055	7,67	24/04/2122	7,75	24/09/2189	7,68	18/02/2256	7,72	19/07/2323	7,72
02/12/2056	7,67	27/04/2123	7,75	26/09/2190	7,68	20/02/2257	7,72	20/07/2324	7,72
04/12/2057	7,68	28/04/2124	7,75	29/09/2191	7,68	22/02/2258	7,72	23/07/2325	7,72
07/12/2058	7,68	01/05/2125	7,75	30/09/2192	7,68	25/02/2259	7,72	25/07/2326	7,72
09/12/2059	7,68	03/05/2126	7,75	03/10/2193	7,68	27/02/2260	7,72	28/07/2327	7,72
11/12/2060	7,68	06/05/2127	7,75	05/10/2194	7,68	01/03/2261	7,72	29/07/2328	7,72
13/12/2061	7,68	07/05/2128	7,75	08/10/2195	7,68	03/03/2262	7,73	01/08/2329	7,72
16/12/2062	7,68	10/05/2129	7,75	09/10/2196	7,67	05/03/2263	7,73	03/08/2330	7,71
18/12/2063	7,68	12/05/2130	7,75	12/10/2197	7,67	07/03/2264	7,73	06/08/2331	7,71
20/12/2064	7,68	15/05/2131	7,75	14/10/2198	7,67	09/03/2265	7,73	07/08/2332	7,71
22/12/2065	7,68	16/05/2132	7,75	17/10/2199	7,67	12/03/2266	7,73	10/08/2333	7,71
24/12/2066	7,68	19/05/2133	7,75	19/10/2200	7,67	14/03/2267	7,73	13/08/2334	7,71
27/12/2067	7,68	21/05/2134	7,75	22/10/2201	7,67	16/03/2268	7,73	15/08/2335	7,71

Fonte: *Solar System Dynamics*, 2022.

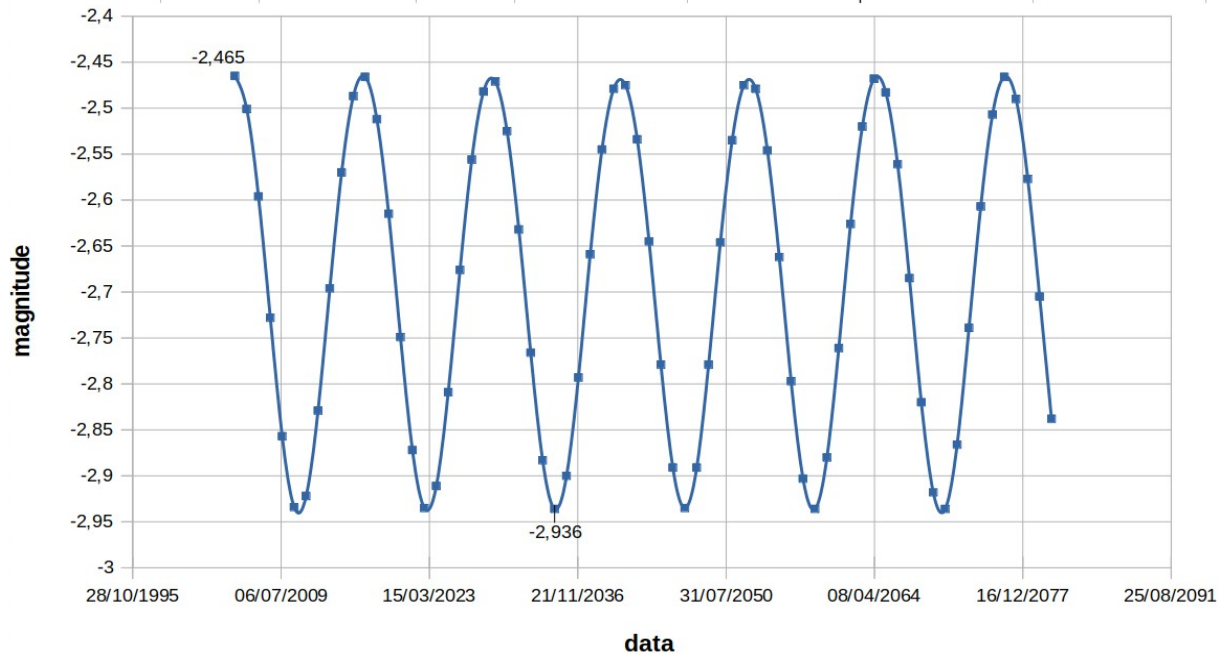
A partir dos resultados organizados nas tabelas acima, utilizando os dados do *Horizons System* – JPL/NASA, alguns gráficos foram gerados de modo que fosse possível visualizar a variação da magnitude aparente do planeta em função do tempo, isto é, o comportamento do valor da magnitude aparente conforme o tempo passa. As Figuras 16, 17, 18, 19, 20 e 21 representam os gráficos para os planetas Vênus, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, respectivamente.

Figura 16: Gráfico data vs. magnitude – Vênus (NASA)

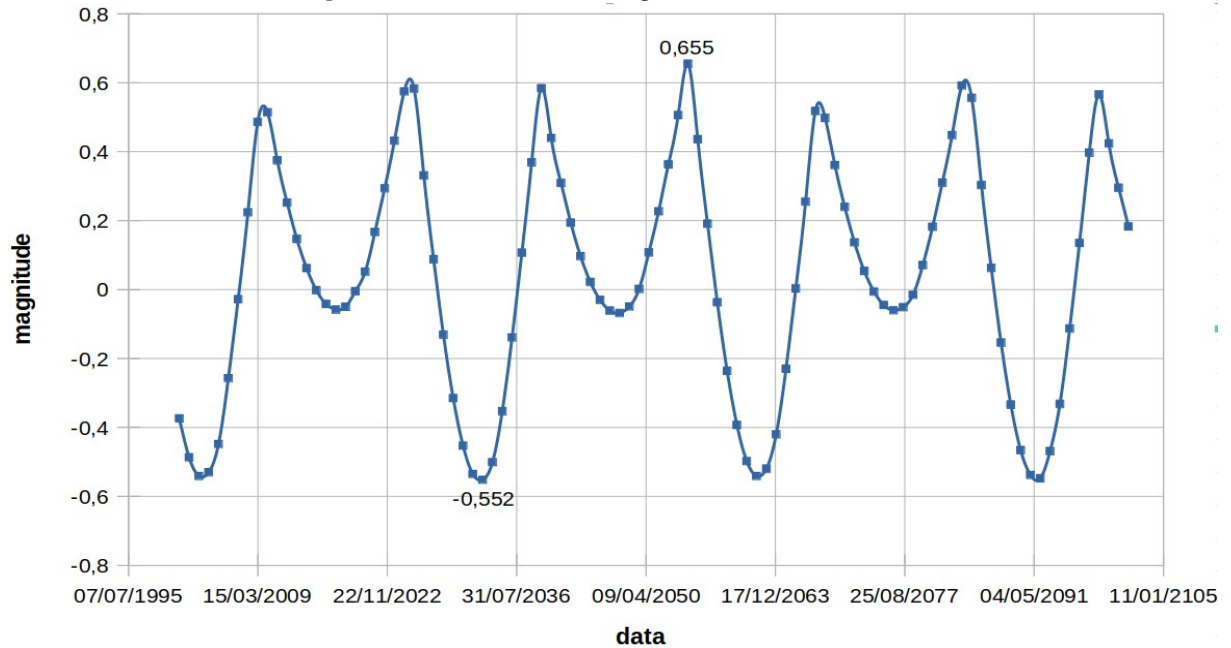
Fonte: Próprio autor, 2022.

Figura 17: Gráfico data vs. magnitude – Marte (NASA)

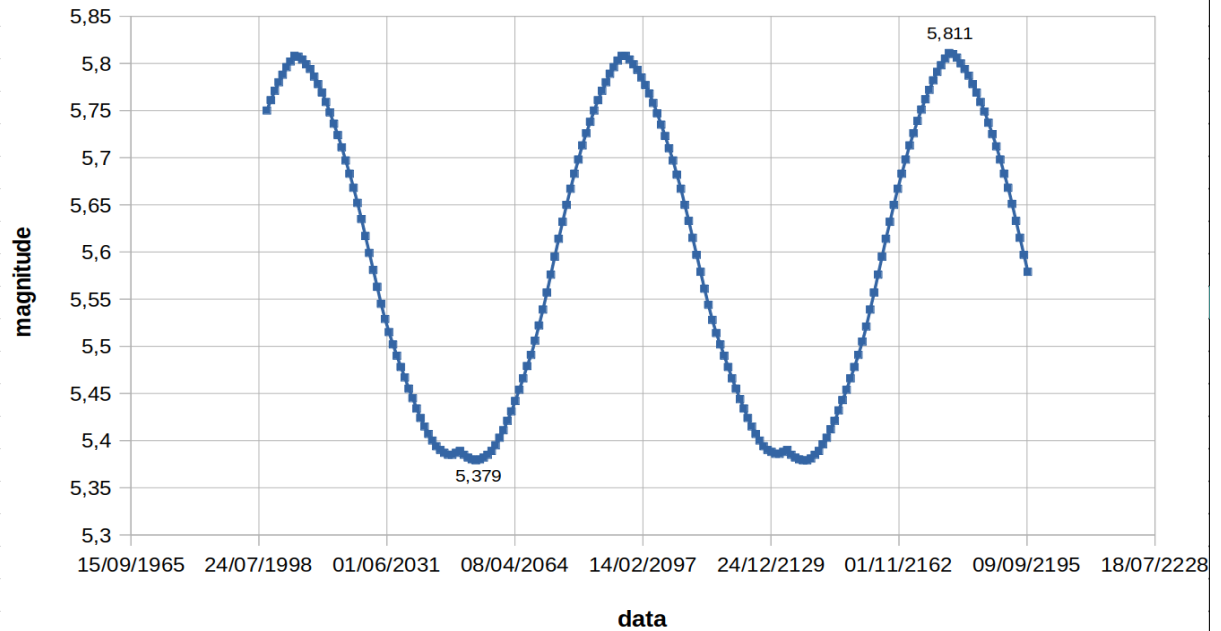
Fonte: Próprio autor, 2022.

Figura 18: Gráfico data vs. magnitude – Jupiter (NASA)

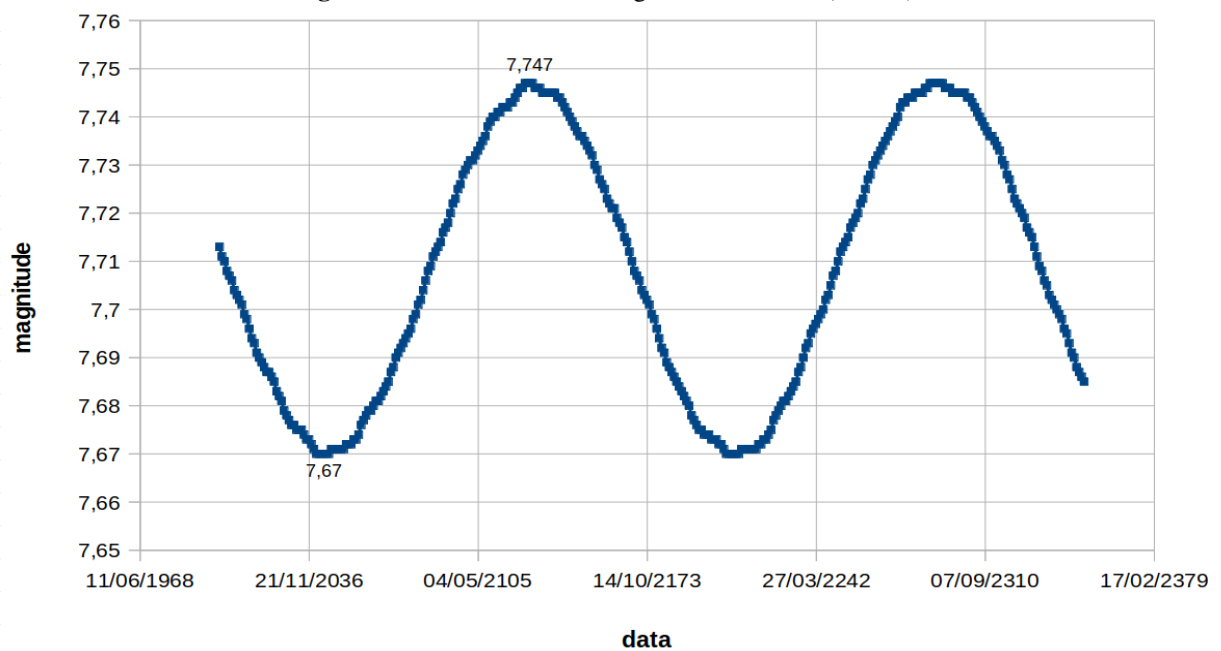
Fonte: Próprio autor, 2022.

Figura 19: Gráfico data vs. magnitude – Saturno (NASA)

Fonte: Próprio autor, 2022.

Figura 20: Gráfico data vs. magnitude – Urano (NASA)

Fonte: Próprio autor, 2022.

Figura 21: Gráfico data vs. magnitude – Netuno (NASA)

Fonte: Próprio autor, 2022.

Após a plotagem dos gráficos, a taxa de variação na magnitude aparente dos planetas estudados foi feita realizando a leitura direta nos gráficos, ou seja, fazendo a diferença entre o

valor máximo e o valor mínimo de magnitude encontrado em cada configuração planetária considerada. Matematicamente, temos que Δm é dada por:

$$\Delta m = m_{\text{máx}} - m_{\text{mín}} \quad (40)$$

Utilizando, na equação 40, os valores máximos e mínimos de magnitude aparente obtidos pela NASA obtemos a variação da magnitude para:

- Vênus

$$\Delta m_{V(N)} = -4,399 - (-4,524) = 4,524 - 4,399 \quad (41)$$

$$\Delta m_{V(N)} = 0,125 \quad (42)$$

- Marte

$$\Delta m_{M(N)} = -1,288 - (-2,935) = 2,935 + 1,288 \quad (43)$$

$$\Delta m_{M(N)} = 1,647 \quad (44)$$

- Júpiter

$$\Delta m_{J(N)} = -2,465 - (-2,936) = 2,936 - 2,465 \quad (45)$$

$$\Delta m_{J(N)} = 0,471 \quad (46)$$

- Saturno

$$\Delta m_{S(N)} = 0,655 - (-0,552) = 0,655 + 0,552 \quad (47)$$

$$\Delta m_{S(N)} = 1,175 \quad (48)$$

- Urano

$$\Delta m_{U(N)} = 5,811 - 5,379 \quad (49)$$

$$\Delta m_{U(N)} = 0,432 \quad (50)$$

- Netuno

$$\Delta m_{N(JPL)} = 7,747 - 7,67 \quad (51)$$

$$\Delta m_{N(JPL)} = 0,077 \quad (52)$$

Na Tabela 9 e na Figura 22 estão mostrados os valores de variação de magnitude encontrados com os dados da NASA e a excentricidade orbital dos planetas, e a sua relação.

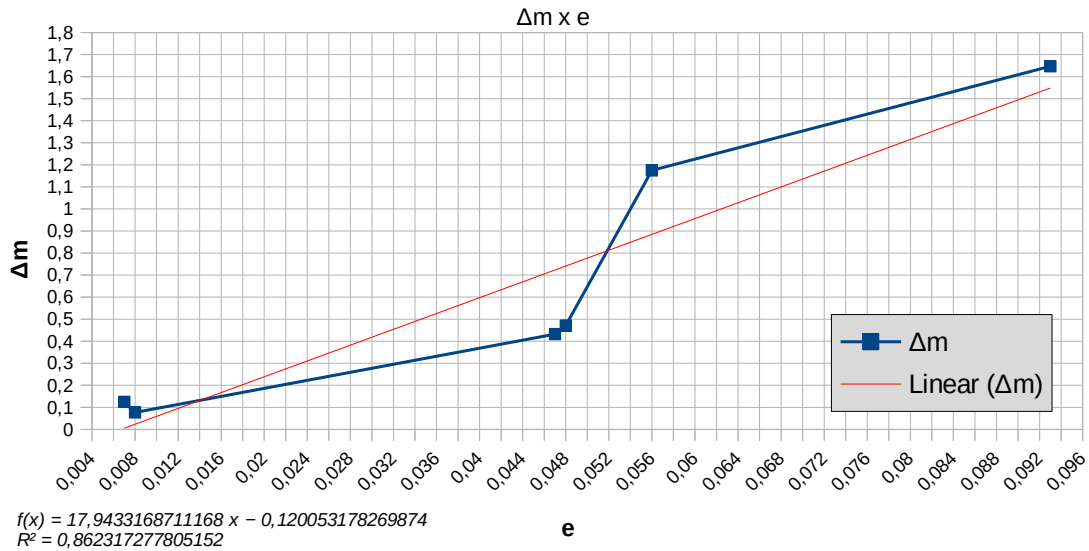
Tabela 10: Variação de magnitude dos planetas (NASA)

Planeta	Classificação	Variação de magnitude aparente (Δm)	Excentricidade (e)
Marte	Superior	1,647	0,093
Saturno	Superior	1,175	0,056
Júpiter	Superior	0,471	0,048
Urano	Superior	0,432	0,047

Vênus	Inferior	0,125	0,007
Netuno	Superior	0,077	0,008

Fonte: Próprio autor, 2022.

Figura 22: Taxa de variação da magnitude aparente em função da excentricidade dos planetas (NASA)



Fonte: Próprio autor, 2022.

Além dos resultados obtidos podemos calcular através da equação (25), o quão “brilhantes” esses planetas podem ser se compararmos o período de oposição em que há magnitude aparente mínima e máxima. Para isso, será usado como exemplos o planeta Marte porque seu valor de Δm é o maior, como observado na Tabela 9.

Desse modo relembrando a expressão (25).

$$\frac{F_1}{F_2} = 2,512^{|m_1 - m_2|} \quad (25)$$

Modificaremos então os índices da equação, substituindo-os pelos índices de máximo e mínimo.

$$\frac{F_{máx}}{F_{mín}} = 2,512^{|m_{máx} - m_{mín}|} = 2,512^{|\Delta m|} \quad (53)$$

Conhecendo o valor de Δm para Marte, na equação (44), iremos obter o seguinte resultado.

$$\frac{F_{máx}}{F_{mín}} = 2,512^{(1,647)} = 4,558 \quad (54)$$

Portanto, a expressão acima indica que, do período de oposição com magnitude aparente mínima com magnitude aparente máxima, o planeta Marte tem seu fluxo luminoso

aumentado em quase 5 vezes, o que pode ser explicado pela sua excentricidade orbital que é a maior de todas.

4.2 Análise com o Software Stellarium

Com as informações obtidas a partir do *Stellarium*, também foram montadas tabelas com os valores devidamente organizados. A seguir pode ser visto o conjunto de tabelas referentes aos valores coletados.

A Tabela 10 mostra os valores de magnitude aparente para Vênus durante 32 elongações máximas leste ocorridas em um período de observação de 50 anos, de 2002 à 2052.

Tabela 11: Magnitude aparente de Vênus – intervalo de 32 anos (*Stellarium*)

data	m	data	m	data	m	data	m
23/08/2002	-4,47	07/06/2015	-4,44	22/03/2028	-4,48	05/01/2041	-4,55
30/03/2004	-4,48	13/01/2017	-4,54	27/10/2029	-4,53	10/08/2042	-4,45
04/11/2005	-4,55	18/08/2018	-4,47	02/06/2031	-4,43	18/03/2044	-4,49
09/06/2007	-4,43	25/03/2020	-4,49	08/01/2033	-4,56	23/10/2045	-4,54
15/01/2009	-4,55	30/10/2021	-4,54	13/08/2034	-4,46	28/05/2047	-4,43
20/08/2010	-4,46	04/06/2023	-4,43	20/03/2036	-4,49	03/01/2049	-4,56
27/03/2012	-4,48	10/01/2025	-4,55	25/10/2037	-4,54	08/08/2050	-4,45
01/11/2013	-4,54	15/08/2026	-4,46	31/05/2039	-4,44	15/03/2052	-4,49

Fonte: *Stellarium Software*, 2022.

A Tabela 11 mostra os valores de magnitude aparente para Marte durante 35 oposições ocorridas em um período de observação de 73 anos, de 1999 à 2072.

Tabela 12: Magnitude aparente de Marte – intervalo de 73 anos (*Stellarium*)

data	m	data	m	data	m	data	m	data	m
25/04/1999	-1,67	09/04/2014	-1,48	25/03/2029	-1,34	12/03/2044	-1,26	27/02/2059	-1,22
14/06/2001	-2,36	22/05/2016	-2,06	04/05/2031	-1,8	18/04/2046	-1,58	03/04/2061	-1,42
29/08/2003	-2,88	27/07/2018	-2,78	28/06/2033	-2,52	04/06/2048	-2,22	15/05/2063	-1,94
07/11/2005	-2,33	14/10/2020	-2,62	16/09/2035	-2,84	14/08/2050	-2,87	14/07/2065	-2,68
25/12/2007	-1,63	08/12/2022	-1,87	19/11/2037	-2,16	28/10/2052	-2,46	03/10/2067	-2,73
30/01/2010	-1,28	16/01/2025	-1,38	02/01/2040	-1,53	18/12/2054	-1,73	30/11/2069	-1,99
04/03/2012	-1,23	20/02/2027	-1,21	07/02/2042	-1,24	24/01/2057	-1,32	11/01/2072	-1,44

Fonte: *Stellarium Software*, 2022.

A Tabela 12 mostra os valores de magnitude aparente para Júpiter durante 70

oposições ocorridas em um período de observação de 75 anos, de 2005 à 2080.

Tabela 13: Magnitude aparente de Júpiter – intervalo de 75 anos (*Stellarium*)

data	m	data	m	data	m	data	m	data	m
04/04/2005	-2,47	14/07/2020	-2,75	08/11/2035	-2,9	20/02/2051	-2,54	27/05/2066	-2,56
05/05/2006	-2,5	20/08/2021	-2,88	13/12/2036	-2,8	21/03/2052	-2,48	30/06/2067	-2,69
06/06/2007	-2,6	27/09/2022	-2,94	15/01/2038	-2,66	21/04/2053	-2,48	03/08/2068	-2,82
09/07/2008	-2,73	03/11/2023	-2,91	15/02/2039	-2,55	22/05/2054	-2,55	10/09/2069	-2,92
15/08/2009	-2,86	08/12/2024	-2,81	17/03/2040	-2,48	25/06/2055	-2,67	18/10/2070	-2,94
21/09/2010	-2,94	10/01/2026	-2,68	17/04/2041	-2,48	29/07/2056	-2,8	23/11/2071	-2,87
29/10/2011	-2,93	11/02/2027	-2,56	18/05/2042	-2,54	04/09/2057	-2,91	27/12/2072	-2,74
03/12/2012	-2,83	13/03/2028	-2,49	20/06/2043	-2,65	12/10/2058	-2,94	28/01/2074	-2,61
06/01/2014	-2,7	12/04/2029	-2,47	24/07/2044	-2,78	18/11/2059	-2,88	28/02/2075	-2,51
07/02/2015	-2,57	13/05/2030	-2,53	30/08/2045	-2,89	22/12/2060	-2,76	30/03/2076	-2,47
08/03/2016	-2,49	15/06/2031	-2,64	07/10/2046	-2,94	24/01/2062	-2,63	29/04/2077	-2,49
08/04/2017	-2,47	19/07/2032	-2,77	13/11/2047	-2,89	24/02/2063	-2,52	31/05/2078	-2,58
09/05/2018	-2,52	25/08/2033	-2,89	17/12/2048	-2,78	25/03/2064	-2,47	04/07/2079	-2,71
11/06/2019	-2,62	02/10/2034	-2,94	19/01/2050	-2,65	25/04/2065	-2,49	09/08/2080	-2,84

Fonte: *Stellarium Software*, 2022.

A Tabela 13 mostra os valores de magnitude aparente para Saturno durante 98 oposições ocorridas em um período de observação de 101 anos, de 2000 à 2101.

Tabela 14: Magnitude aparente de Saturno – intervalo de 101 anos (*Stellarium*)

data	m	data	m
20/11/2000	-0,36	10/08/2051	0,21
04/12/2001	-0,44	21/08/2052	0,33
18/12/2002	-0,48	03/09/2053	0,48
01/01/2004	-0,45	16/09/2054	0,67
14/01/2005	-0,38	29/09/2055	0,45
28/01/2006	-0,24	12/10/2056	0,18
11/02/2007	-0,04	25/10/2057	-0,05
24/02/2008	0,2	08/11/2058	-0,23
09/03/2009	0,49	22/11/2059	-0,37
22/03/2010	0,53	05/12/2060	-0,45
04/04/2011	0,36	19/12/2061	-0,48
16/04/2012	0,23	03/01/2063	-0,45
28/04/2013	0,13	17/01/2064	-0,37
11/05/2014	0,07	30/01/2065	-0,23

23/05/2015	0,03	12/02/2066	-0,03
03/06/2016	0,01	26/02/2067	0,22
15/06/2017	0,01	10/03/2068	0,52
28/06/2018	0,02	23/03/2069	0,53
09/07/2019	0,05	06/04/2070	0,36
21/07/2020	0,1	18/04/2071	0,23
02/08/2021	0,18	30/04/2072	0,13
15/08/2022	0,28	12/05/2073	0,07
27/08/2023	0,41	25/05/2074	0,03
08/09/2024	0,57	06/06/2075	0,01
21/09/2025	0,62	17/06/2076	0,01
05/10/2026	0,33	29/06/2077	0,02
18/10/2027	0,07	11/07/2078	0,05
31/10/2028	-0,14	23/07/2079	0,1
14/11/2029	-0,31	04/08/2080	0,18
28/11/2030	-0,42	16/08/2081	0,28
12/12/2031	-0,48	29/08/2082	0,41
25/12/2032	-0,48	11/09/2083	0,58
08/01/2034	-0,43	23/09/2084	0,6
22/01/2035	-0,32	06/10/2085	0,31
05/02/2036	-0,15	19/10/2086	0,05
18/02/2037	0,08	02/11/2087	-0,16
03/03/2038	0,35	15/11/2088	-0,32
17/03/2039	0,63	29/11/2089	-0,43
29/03/2040	0,45	13/12/2090	-0,48
10/04/2041	0,29	28/12/2091	-0,48
23/04/2042	0,18	09/01/2093	-0,43
06/05/2043	0,1	24/01/2094	-0,31
17/05/2044	0,04	07/02/2095	-0,14
29/05/2045	0,01	20/02/2096	-0,14
11/06/2046	0	05/03/2097	0,37
23/06/2047	0	18/03/2098	0,63
04/07/2048	0,02	31/03/2099	0,44
16/07/2049	0,06	13/04/2100	0,29
28/07/2050	0,12	26/04/2101	0,18

Fonte: Stellarium Software, 2022.

A Tabela 14 mostra os valores de magnitude aparente para Urano durante 195

oposições ocorridas em um período de observação de 195 anos, de 2000 à 2195.

Tabela 15: Magnitude aparente de Urano – intervalo de 195 anos (*Stellarium*)

data	m	data	m	data	m	data	m	data	m
11/08/2000	5,7	22/01/2040	5,38	22/07/2079	5,64	31/12/2118	5,46	27/06/2157	5,56
16/08/2001	5,7	26/01/2041	5,37	26/07/2080	5,66	01/01/2119	5,45	02/07/2158	5,57
20/08/2002	5,71	30/01/2042	5,36	30/07/2081	5,67	05/01/2120	5,44	06/07/2159	5,59
24/08/2003	5,71	04/02/2043	5,35	04/08/2082	5,68	09/01/2121	5,42	10/07/2160	5,6
28/08/2004	5,72	09/02/2044	5,34	08/08/2083	5,69	14/01/2122	5,41	15/07/2161	5,62
01/09/2005	5,72	13/02/2045	5,33	12/08/2084	5,7	19/01/2123	5,4	19/07/2162	5,63
05/09/2006	5,73	18/02/2046	5,32	16/08/2085	5,7	23/01/2124	5,39	24/07/2163	5,64
10/09/2007	5,73	23/02/2047	5,32	21/08/2086	5,71	27/01/2125	5,37	27/07/2164	5,66
13/09/2008	5,73	28/02/2048	5,31	25/08/2087	5,72	01/02/2126	5,36	01/08/2165	5,67
17/09/2009	5,73	04/03/2049	5,31	28/08/2088	5,72	06/02/2127	5,35	05/08/2166	5,68
22/09/2010	5,73	09/03/2050	5,31	02/09/2089	5,73	11/02/2128	5,34	10/08/2167	5,69
26/09/2011	5,73	14/03/2051	5,31	06/09/2090	5,73	15/02/2129	5,34	13/08/2168	5,7
29/09/2012	5,72	18/03/2052	5,31	10/09/2091	5,73	20/02/2130	5,33	18/08/2169	5,7
04/10/2013	5,72	23/03/2053	5,31	14/09/2092	5,73	25/02/2131	5,32	22/08/2170	5,71
08/10/2014	5,71	28/03/2054	5,32	18/09/2093	5,73	01/03/2132	5,31	26/08/2171	5,72
12/10/2015	5,71	02/04/2055	5,32	22/09/2094	5,73	06/03/2133	5,31	30/08/2172	5,72
15/10/2016	5,7	07/04/2056	5,33	27/09/2095	5,73	11/03/2134	5,31	03/09/2173	5,73
20/10/2017	5,69	12/04/2057	5,34	30/09/2096	5,72	16/03/2135	5,31	08/09/2174	5,73
24/10/2018	5,68	17/04/2058	5,35	04/10/2097	5,72	20/03/2136	5,31	12/09/2175	5,73
28/10/2019	5,67	22/04/2059	5,35	08/10/2098	5,71	25/03/2137	5,31	15/09/2176	5,73
01/11/2020	5,66	26/04/2060	5,36	13/10/2099	5,7	30/03/2138	5,32	19/09/2177	5,73
05/11/2021	5,65	01/05/2061	5,38	17/10/2100	5,69	04/04/2139	5,32	24/09/2178	5,73
09/11/2022	5,64	06/05/2062	5,39	21/10/2101	5,69	08/04/2140	5,33	28/09/2179	5,73
14/11/2023	5,62	11/05/2063	5,4	26/10/2102	5,68	13/04/2141	5,33	01/10/2180	5,72
17/11/2024	5,61	15/05/2064	5,42	30/10/2103	5,67	18/04/2142	5,34	06/10/2181	5,72
22/11/2025	5,6	20/05/2065	5,43	02/11/2104	5,66	23/04/2143	5,35	10/10/2182	5,71
26/11/2026	5,58	25/05/2066	5,45	07/11/2105	5,65	27/04/2144	5,36	14/10/2183	5,71
30/11/2027	5,57	30/05/2067	5,46	11/11/2106	5,64	02/05/2145	5,38	17/10/2184	5,7
04/12/2028	5,55	02/06/2068	5,48	15/11/2107	5,62	07/05/2146	5,39	22/10/2185	5,69
08/12/2029	5,53	07/06/2069	5,49	19/11/2108	5,61	12/05/2147	5,4	26/10/2186	5,68
13/12/2030	5,52	12/06/2070	5,51	23/11/2109	5,6	16/05/2148	5,42	30/10/2187	5,67
17/12/2031	5,51	17/06/2071	5,53	27/11/2110	5,58	21/05/2149	5,43	03/11/2188	5,66
21/12/2032	5,49	21/06/2072	5,54	02/12/2111	5,56	26/05/2150	5,45	07/11/2189	5,65
26/12/2033	5,47	25/06/2073	5,56	05/12/2112	5,55	31/05/2151	5,46	11/11/2190	5,64

30/12/2034	5,46	30/06/2074	5,57	10/12/2113	5,53	04/06/2152	5,48	16/11/2191	5,62
04/01/2036	5,44	05/07/2075	5,59	14/12/2114	5,52	09/06/2153	5,49	19/11/2192	5,61
08/01/2037	5,43	08/07/2076	5,6	19/12/2115	5,5	14/06/2154	5,51	23/11/2193	5,59
12/01/2038	5,41	13/07/2077	5,62	23/12/2116	5,49	18/06/2155	5,53	28/11/2194	5,58
17/01/2039	5,4	18/07/2078	5,63	27/12/2117	5,47	22/06/2156	5,54	02/12/2195	5,56

Fonte: *Stellarium Software*, 2022.

A Tabela 15 mostra os valores de magnitude aparente para Netuno durante 334 oposições ocorridas em um período de observação de 334 anos, de 2000 à 2334.

Tabela 16: Magnitude aparente de Netuno – intervalo de 334 anos (*Stellarium*)

data	m	data	m	data	m	data	m	data	m
28/07/2000	7,84	28/12/2068	7,82	24/05/2135	7,88	22/10/2201	7,8	16/03/2268	7,86
30/07/2001	7,84	31/12/2069	7,82	25/05/2136	7,87	25/10/2202	7,8	18/03/2269	7,86
02/08/2002	7,84	01/01/2070	7,82	28/05/2137	7,87	27/10/2203	7,8	20/03/2270	7,86
05/08/2003	7,84	02/01/2071	7,82	30/05/2138	7,87	29/10/2204	7,8	23/03/2271	7,87
06/08/2004	7,84	05/01/2072	7,82	02/06/2139	7,87	31/10/2205	7,8	24/03/2272	7,87
09/08/2005	7,84	06/01/2073	7,82	03/06/2140	7,87	03/11/2206	7,8	27/03/2273	7,87
11/08/2006	7,83	08/01/2074	7,82	06/06/2141	7,87	05/11/2207	7,8	29/03/2274	7,87
14/08/2007	7,83	11/01/2075	7,82	08/06/2142	7,87	06/11/2208	7,8	01/04/2275	7,87
15/08/2008	7,83	13/01/2076	7,82	11/06/2143	7,87	09/11/2209	7,8	02/04/2276	7,87
18/08/2009	7,83	15/01/2077	7,83	12/06/2144	7,87	11/11/2210	7,8	04/04/2277	7,87
20/08/2010	7,83	17/01/2078	7,83	15/06/2145	7,87	14/11/2211	7,8	07/04/2278	7,87
23/08/2011	7,83	19/01/2079	7,83	17/06/2146	7,87	15/11/2212	7,8	09/04/2279	7,87
25/08/2012	7,83	22/01/2080	7,83	20/06/2147	7,87	18/11/2213	7,8	11/04/2280	7,87
27/08/2013	7,82	23/01/2081	7,83	21/06/2148	7,86	20/11/2214	7,8	13/04/2281	7,87
30/08/2014	7,82	26/01/2082	7,83	24/06/2149	7,86	23/11/2215	7,8	16/04/2282	7,87
01/09/2015	7,82	28/01/2083	7,83	27/06/2150	7,86	24/11/2216	7,8	18/04/2283	7,87
03/09/2016	7,82	31/01/2084	7,84	29/06/2151	7,86	27/11/2217	7,8	20/04/2284	7,87
05/09/2017	7,82	01/02/2085	7,84	01/07/2152	7,86	29/11/2218	7,8	22/04/2285	7,88
08/09/2018	7,82	04/02/2086	7,84	03/07/2153	7,86	02/12/2219	7,8	25/04/2286	7,88
10/09/2019	7,82	06/02/2087	7,84	06/07/2154	7,86	03/12/2220	7,8	27/04/2287	7,88
12/09/2020	7,82	08/02/2088	7,84	08/07/2155	7,86	06/12/2221	7,8	29/04/2288	7,88
14/09/2021	7,82	10/02/2089	7,84	10/07/2156	7,85	08/12/2222	7,8	01/05/2289	7,88
17/09/2022	7,81	12/02/2090	7,84	12/07/2157	7,85	11/12/2223	7,81	04/05/2290	7,88
19/09/2023	7,81	15/02/2091	7,85	15/07/2158	7,85	12/12/2224	7,81	06/05/2291	7,88
21/09/2024	7,81	17/02/2092	7,85	17/07/2159	7,85	14/12/2225	7,81	07/05/2292	7,88
24/09/2025	7,81	18/02/2093	7,85	19/07/2160	7,85	17/12/2226	7,81	10/05/2293	7,88

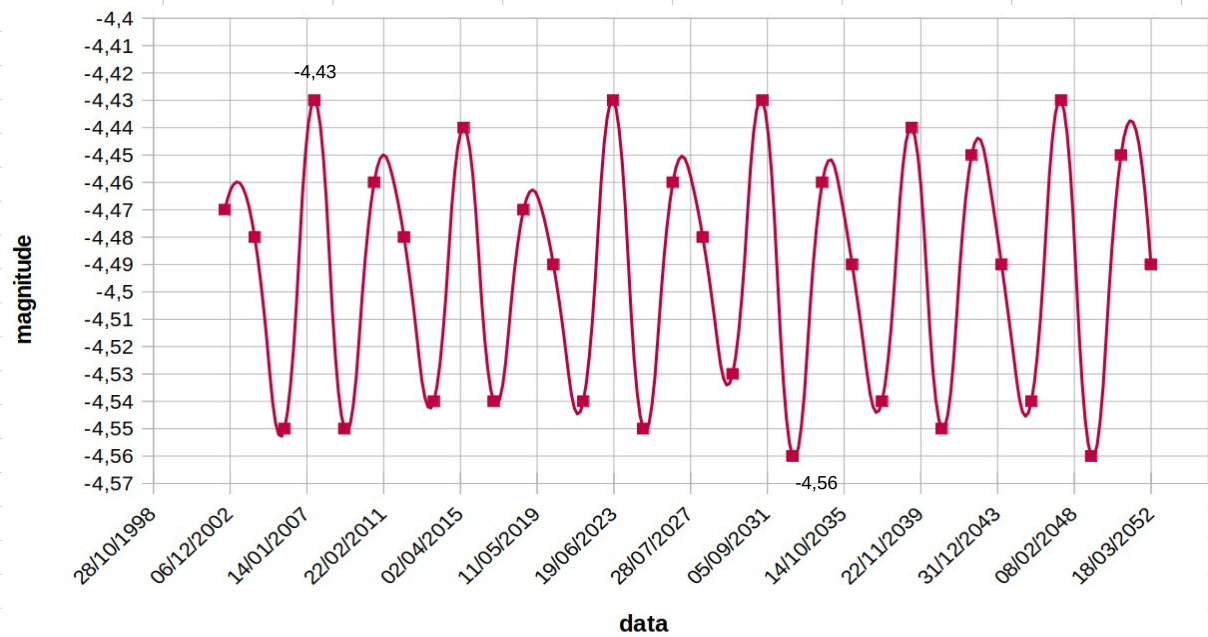
26/09/2026	7,81	21/02/2094	7,85	21/07/2161	7,85	19/12/2227	7,81	12/05/2294	7,88
29/09/2027	7,81	23/02/2095	7,85	24/07/2162	7,85	21/12/2228	7,81	15/05/2295	7,88
30/09/2028	7,81	26/02/2096	7,85	27/07/2163	7,85	23/12/2229	7,81	16/05/2296	7,88
03/10/2029	7,81	27/02/2097	7,85	28/07/2164	7,85	26/12/2230	7,81	19/05/2297	7,88
05/10/2030	7,81	02/03/2098	7,86	31/07/2165	7,84	28/12/2231	7,81	21/05/2298	7,88
08/10/2031	7,81	04/03/2099	7,86	02/08/2166	7,84	30/12/2232	7,81	24/05/2299	7,88
09/10/2032	7,8	06/03/2100	7,86	05/08/2167	7,84	31/12/2233	7,81	26/05/2300	7,88
12/10/2033	7,8	09/03/2101	7,86	06/08/2168	7,84	01/01/2234	7,82	29/05/2301	7,87
14/10/2034	7,8	11/03/2102	7,86	09/08/2169	7,84	03/01/2235	7,82	31/05/2302	7,87
17/10/2035	7,8	14/03/2103	7,86	11/08/2170	7,84	06/01/2236	7,82	03/06/2303	7,87
18/10/2036	7,8	15/03/2104	7,86	14/08/2171	7,83	07/01/2237	7,82	04/06/2304	7,87
21/10/2037	7,8	18/03/2105	7,86	15/08/2172	7,83	10/01/2238	7,82	07/06/2305	7,87
23/10/2038	7,8	20/03/2106	7,86	18/08/2173	7,83	12/01/2239	7,82	09/06/2306	7,87
26/10/2039	7,8	23/03/2107	7,87	21/08/2174	7,83	15/01/2240	7,82	12/06/2307	7,87
27/10/2040	7,8	24/03/2108	7,87	23/08/2175	7,83	16/01/2241	7,83	14/06/2308	7,87
30/10/2041	7,8	26/03/2109	7,87	25/08/2176	7,83	18/01/2242	7,83	16/06/2309	7,87
04/11/2043	7,8	29/03/2110	7,87	27/08/2177	7,83	21/01/2243	7,83	19/06/2310	7,87
05/11/2044	7,8	31/03/2111	7,87	30/08/2178	7,82	23/01/2244	7,83	21/06/2311	7,87
08/11/2045	7,8	02/04/2112	7,87	01/09/2179	7,82	25/01/2245	7,83	23/06/2312	7,87
10/11/2046	7,8	04/04/2113	7,87	03/09/2180	7,82	27/01/2246	7,83	25/06/2313	7,87
13/11/2047	7,8	07/04/2114	7,87	05/09/2181	7,82	30/01/2247	7,83	28/06/2314	7,86
14/11/2048	7,8	09/04/2115	7,87	08/09/2182	7,82	01/02/2248	7,83	30/06/2315	7,86
17/11/2049	7,8	11/04/2116	7,87	11/09/2183	7,82	02/02/2249	7,84	02/07/2316	7,86
19/11/2050	7,8	13/04/2117	7,87	12/09/2184	7,82	05/02/2250	7,84	04/07/2317	7,86
22/11/2051	7,8	15/04/2118	7,87	15/09/2185	7,81	07/02/2251	7,84	07/07/2318	7,86
23/11/2052	7,8	18/04/2119	7,87	17/09/2186	7,81	10/02/2252	7,84	09/07/2319	7,86
26/11/2053	7,8	19/04/2120	7,87	20/09/2187	7,81	11/02/2253	7,84	11/07/2320	7,86
28/11/2054	7,8	22/04/2121	7,87	21/09/2188	7,81	14/02/2254	7,84	13/07/2321	7,85
30/11/2055	7,8	24/04/2122	7,88	24/09/2189	7,81	16/02/2255	7,85	16/07/2322	7,85
02/12/2056	7,8	27/04/2123	7,88	26/09/2190	7,81	18/02/2256	7,85	19/07/2323	7,85
04/12/2057	7,81	28/04/2124	7,88	29/09/2191	7,81	20/02/2257	7,85	20/07/2324	7,85
07/12/2058	7,81	01/05/2125	7,88	30/09/2192	7,81	22/02/2258	7,85	23/07/2325	7,85
09/12/2059	7,81	03/05/2126	7,88	03/10/2193	7,81	25/02/2259	7,85	25/07/2326	7,85
11/12/2060	7,81	06/05/2127	7,88	05/10/2194	7,81	27/02/2260	7,85	28/07/2327	7,85
13/12/2061	7,81	07/05/2128	7,88	08/10/2195	7,8	01/03/2261	7,85	29/07/2328	7,85
16/12/2062	7,81	10/05/2129	7,88	09/10/2196	7,8	03/03/2262	7,86	01/08/2329	7,84
18/12/2063	7,81	12/05/2130	7,88	12/10/2197	7,8	05/03/2263	7,86	03/08/2330	7,84

20/12/2064	7,81	15/05/2131	7,88	14/10/2198	7,8	07/03/2264	7,86	06/08/2331	7,84
22/12/2065	7,81	16/05/2132	7,88	17/10/2199	7,8	09/03/2265	7,86a	07/08/2332	7,84
24/12/2066	7,81	19/05/2133	7,88	19/10/2200	7,8	12/03/2266	7,86	10/08/2333	7,84
27/12/2067	7,81	21/05/2134	7,88	22/10/2201	7,8	14/03/2267	7,86	13/08/2334	7,84

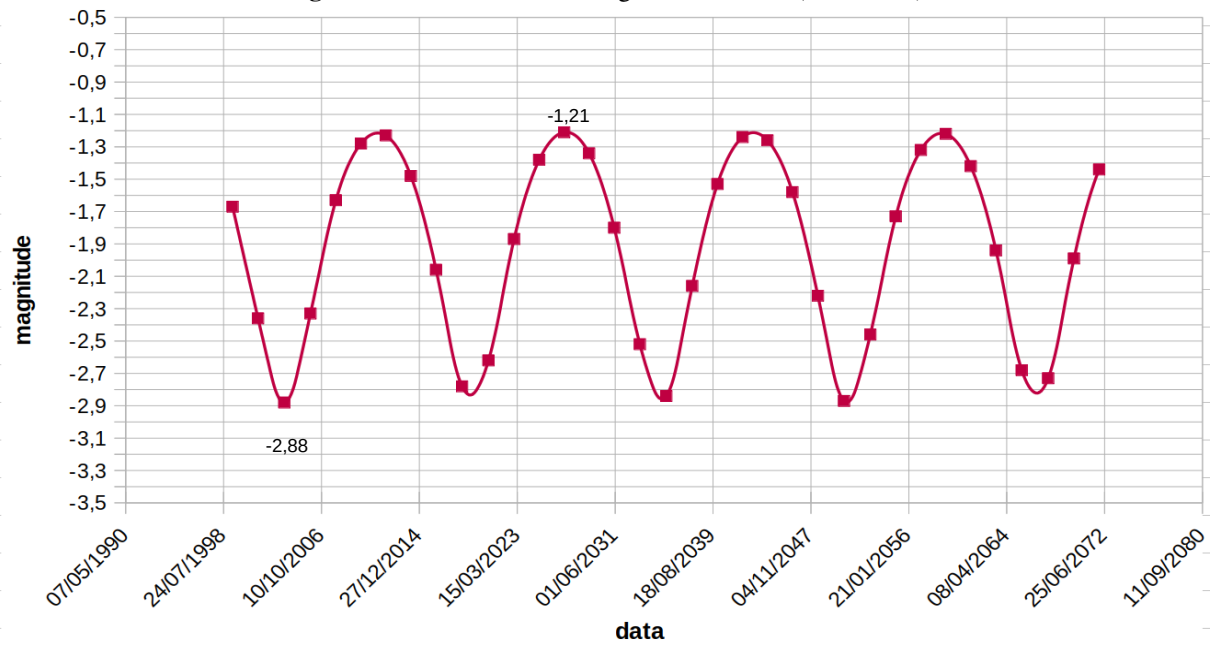
Fonte: Stellarium Software, 2022.

A partir dos resultados organizados nas tabelas acima, utilizando os dados do *software Stellarium*, alguns gráficos foram gerados de modo que também fosse possível visualizar a variação da magnitude aparente do planeta em função do tempo. As Figuras 23, 24, 25, 26, 27 e 28 representam os gráficos para os planetas Vênus, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, respectivamente.

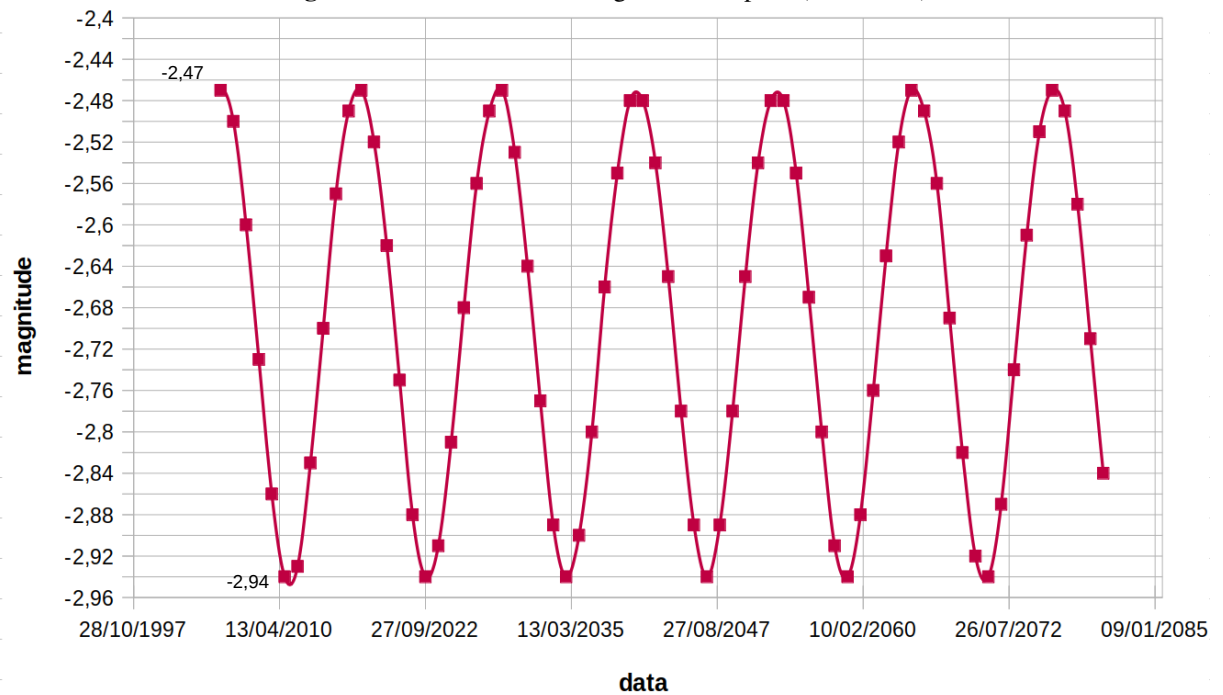
Figura 23: Gráfico data vs. magnitude – Vênus (*Stellarium*)



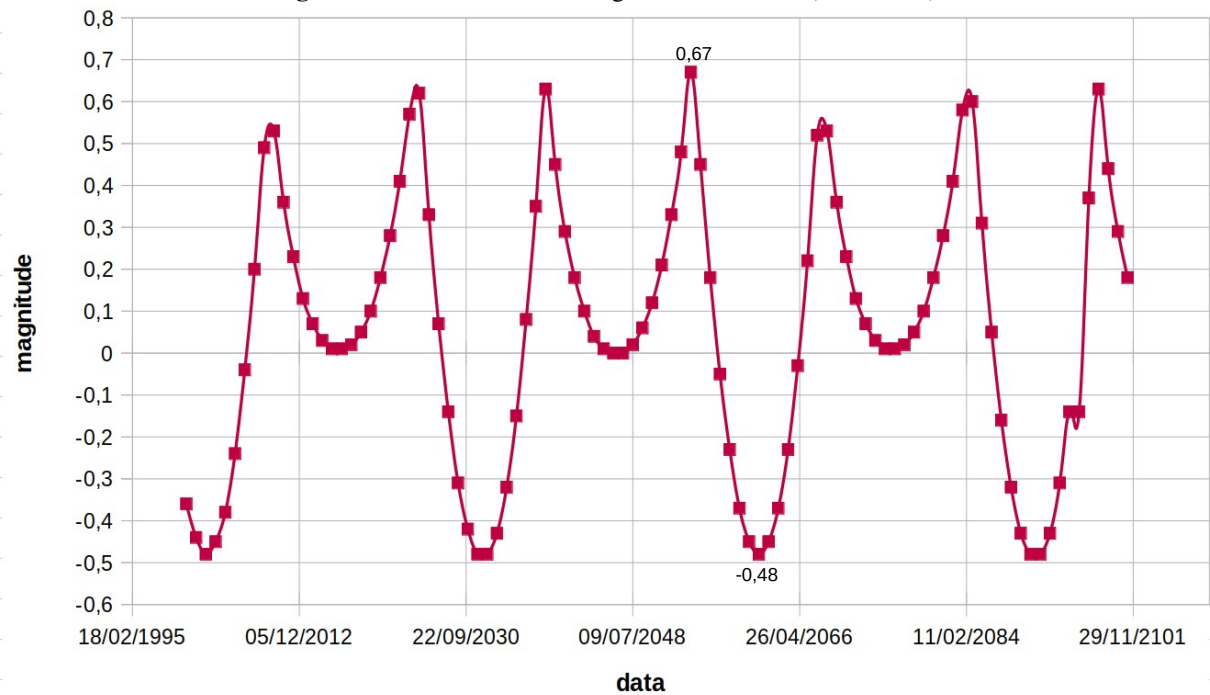
Fonte: Próprio autor, 2022.

Figura 24: Gráfico data vs. magnitude – Marte (*Stellarium*)

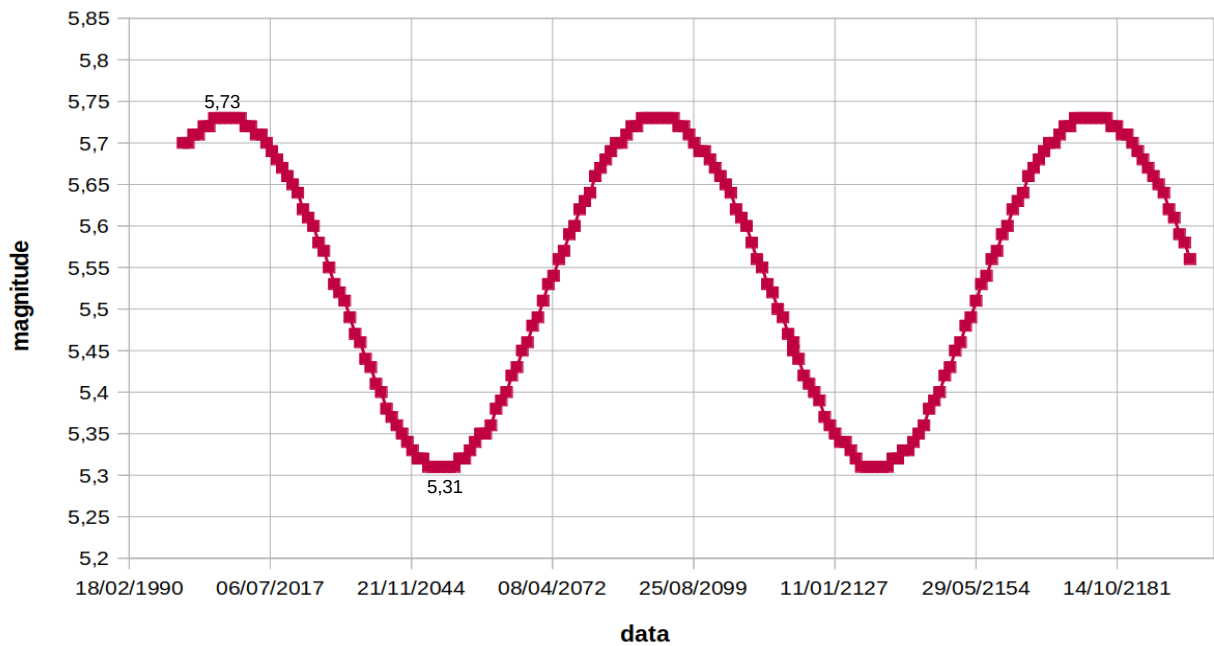
Fonte: Próprio autor, 2022.

Figura 25: Gráfico data vs. magnitude – Júpiter (*Stellarium*)

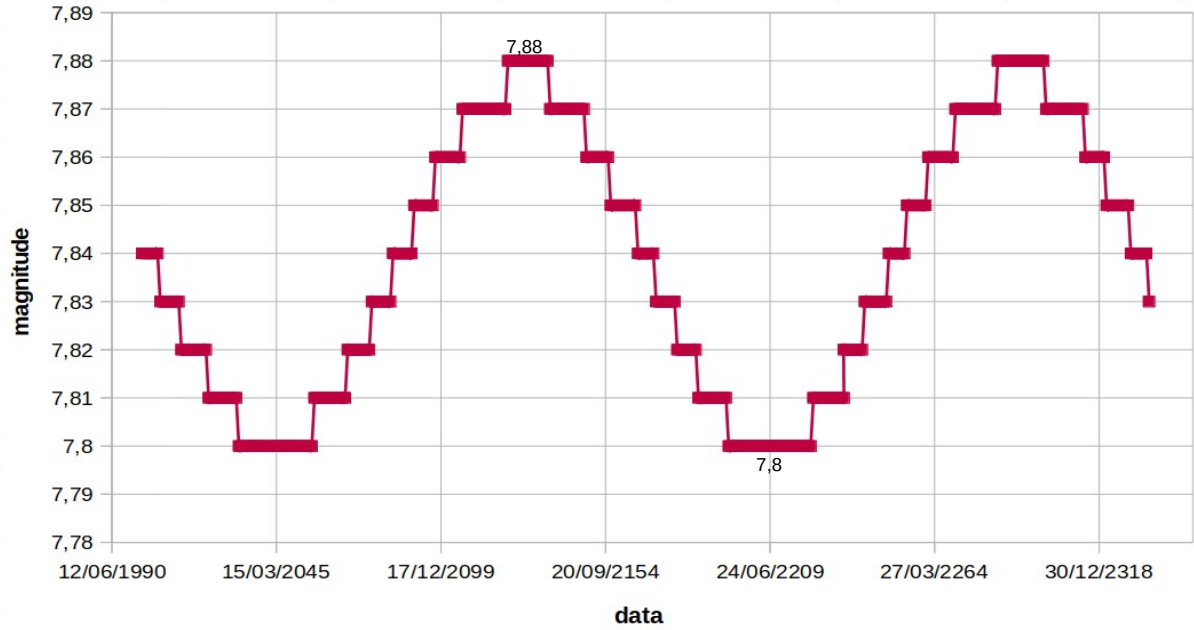
Fonte: Próprio autor, 2022.

Figura 26: Gráfico data vs. magnitude – Saturno (*Stellarium*)

Fonte: Próprio autor, 2022.

Figura 27: Gráfico data vs. magnitude – Urano (*Stellarium*)

Fonte: Próprio autor, 2022.

Figura 28: Gráfico data vs. magnitude – Netuno (*Stellarium*)

Fonte: Próprio autor, 2022.

Utilizando novamente, na equação 40, os valores máximos e mínimos de magnitude aparante obtidos, agora, pelo *Stellarium* obtemos a variação da magnitude para:

- Vênus:

$$\Delta m_{V(s)} = -4,43 - (-4,56) = 0,13 \quad (55)$$

$$\Delta m_{V(s)} = 0,13 \quad (56)$$

- Marte:

$$\Delta m_{M(s)} = -1,21 - (-2,88) = 1,67 \quad (57)$$

$$\Delta m_{M(s)} = 1,67 \quad (58)$$

- Júpiter:

$$\Delta m_{J(s)} = -2,47 - (-2,94) = 0,47 \quad (59)$$

$$\Delta m_{J(s)} = 0,47 \quad (60)$$

- Saturno

$$\Delta m_{S(s)} = 0,67 - (-0,48) = 1,15 \quad (61)$$

$$\Delta m_{S(s)} = 1,15 \quad (62)$$

- Urano:

$$\Delta m_{U(s)} = 5,73 - 5,31 = 0,42 \quad (63)$$

$$\Delta m_{U(s)} = 0,42 \quad (64)$$

- Netuno:

$$\Delta m_{N(s)} = 7,88 - 7,80 = 0,08 \quad (65)$$

$$\Delta m_{N(s)} = 0,08 \quad (66)$$

Na Tabela 16 estão mostrados os valores de variação de magnitude encontrados com os dados do *software Stellarium* e a excentricidade orbital dos planetas estudados.

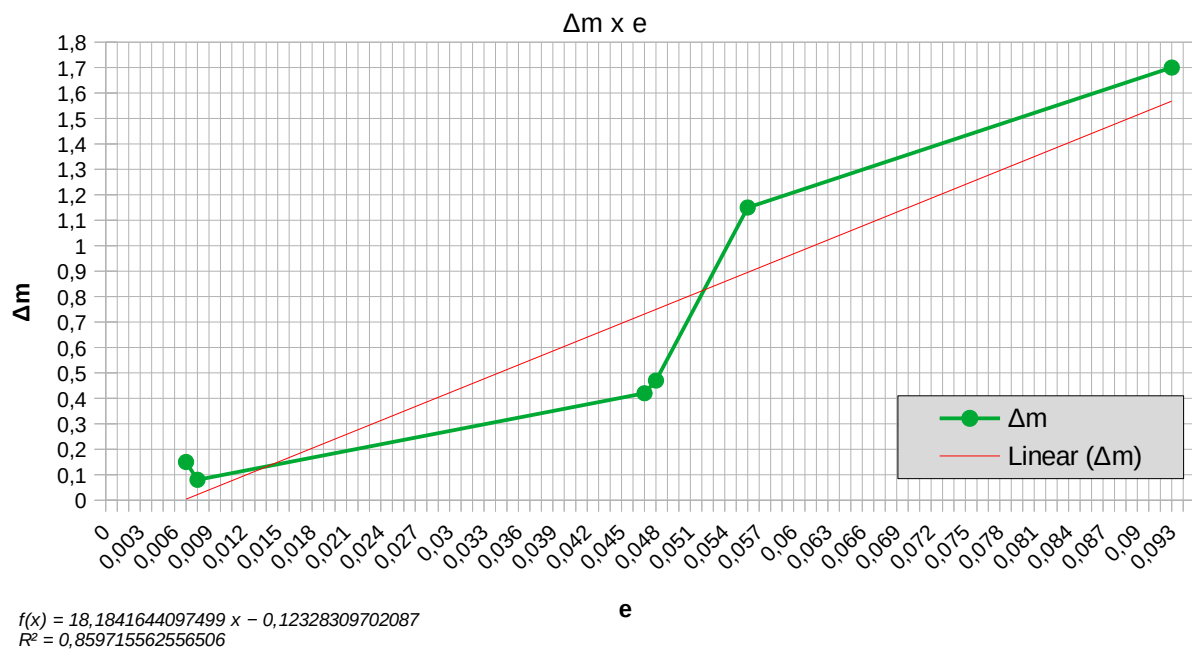
Tabela 17: Variação de magnitude dos planetas (Stellarium)

Planeta	Classificação	Variação de magnitude aparente (Δm)	Excentricidade (e)
Marte	Superior	1,7	0,093
Saturno	Superior	1,15	0,056
Júpiter	Superior	0,47	0,048
Urano	Superior	0,42	0,047
Vênus	Inferior	0,13	0,007
Netuno	Superior	0,08	0,008

Fonte: Próprio autor, 2022.

Na Figura 29 podemos ver o gráfico que nos mostra a relação entre a magnitude aparente e a excentricidade do planeta, isto é, ($\Delta m \times e$).

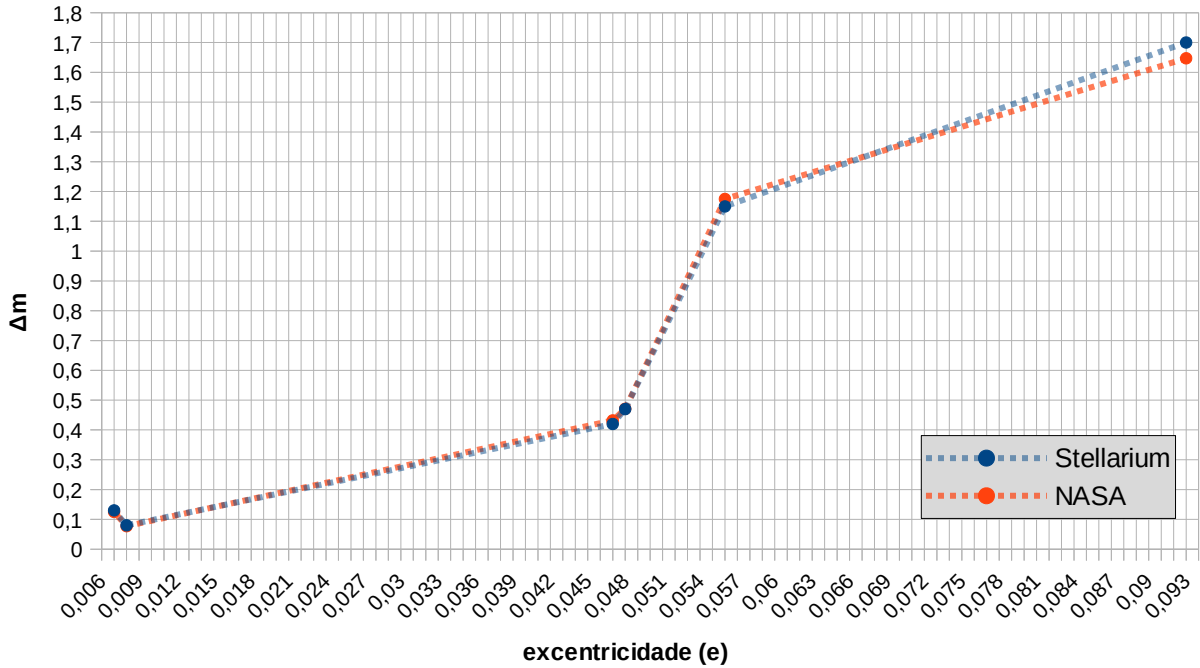
Figura 29: Variação da magnitude aparente em função da excentricidade dos planetas (Stellarium)



Fonte: Próprio autor, 2022.

A título de comparação podemos dispor os gráficos das Figuras 22 e 29 em uma única imagem, como mostra a Figura 30.

Figura 30: Comparação do Δm da NASA e do Stellarium



Fonte: Próprio autor, 2022.

Percebe-se, pelo comportamento do gráfico acima, que os valores de ambas as fontes de informação não são muito discrepantes entre si, validando a a confiabilidade do uso do *Stellarium software* como ferramenta de simulação, consulta, pesquisa e ensino de Astronomia e Astrofísica.

Além dos resultados obtidos podemos calcular o mesmo que foi calculado no item anterior, o quão “brilhantes” esses planetas podem ser se compararmos o período de oposição em que há magnitude aparente mínima e máxima. Novamente usaremos como exemplos o planeta Marte.

Fazendo uso da expressão (53).

$$\frac{F_{m\acute{a}x}}{F_{m\grave{i}n}} = 2,512^{|m_{m\acute{a}x} - m_{m\grave{i}n}|} = 2,512^{|\Delta m|} \quad (53)$$

Conhecendo o valor de Δm para Marte, na equação (58), iremos obter o seguinte resultado.

$$\frac{F_{m\acute{a}x}}{F_{m\acute{i}n}} = 2,512^{(-1,21+2,88)} \quad (67)$$

$$\frac{F_{m\acute{a}x}}{F_{m\acute{i}n}} = 2,512^{(1,67)} = 4,656 \quad (68)$$

Dessa maneira, a expressão acima indica que, do período de oposição com magnitude aparente mínima para o com magnitude aparente máxima, o planeta Marte tem seu fluxo luminoso aumentado em quase 5 vezes. A variação do fluxo luminoso do planeta pode ser explicado pelo movimento oscilatório por ele realizado como mostra o exemplo das Figuras 7 e 9.

5 CONCLUSÕES

Observando a diferença de magnitude apresentada pelos planetas superiores, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno em suas sucessivas oposições, em ambas as fontes, notamos que quanto mais excêntrica for a órbita de um planeta superior, maior será a sua variação de magnitude aparente (Δm) durante suas oposições, como mostrou o gráfico das Figuras 22 e 29 e as Tabelas 9 e 16.

A significativa variação na magnitude aparente de Marte durante as oposições indica que esse planeta pode se afastar e se aproximar bastante da Terra durante as oposições, o que equivale a dizer que a excentricidade da órbita de Marte é considerável, o que está de acordo com os dados da Tabela 2 e os resultados das equações 54 e 68.

Nas oposições periélicas ocorridas, por exemplo, em 2003, 2018, 2035 e 2050, Marte apresenta, respectivamente, uma magnitude aparente de -2,88, -2,78, -2,84 e -2,87 apresentando, portanto, um brilho intenso, comparável ao brilho de Júpiter em suas oposições, diferente do brilho apresentado nas oposições afélicas marcianas ocorridas, por exemplo, nos anos de 2010, 2012 e 2027, onde esse planeta apresenta, respectivamente, uma magnitude aparente de -1,28, -1,23 e -1,21, menos brilhante que a estrela Sírius. Para termos uma ideia do que isso significa, na oposição de 2003 Marte se apresentou cerca de 4,5 vezes mais brilhante do que na oposição de 2012.

Apesar da órbita de Vênus ser a menos excêntrica de todos os planetas do Sistema Solar, este planeta não possui a menor variação na magnitude aparente, como era de se esperar. Isso pode ser explicado pelo fato de que o plano da órbita de Vênus com relação ao da Terra é o mais inclinado, depois de Mercúrio (ver Tabela 1). Assim, sua magnitude aparente varia mais pela inclinação do seu plano orbital que pela sua excentricidade orbital.

Além disso, nas Figuras 19 e 26 percebe-se que a curva gerada pela variação de magnitude em função do tempo do planeta Saturno é diferente da dos demais planetas, que descrevem uma trajetória similar à senoidal, como a dos planetas Marte e Júpiter, por exemplo. Esse comportamento também pode ser explicado pelo fato de que o plano da órbita de Saturno em relação ao da Terra é o terceiro mais inclinado – depois de Mercúrio e Vênus – o que causa essa mudança nos valores para a magnitude aparente. Já nas Figuras 21 e 28 é notável a diferença entre os gráficos, isso pode ser explicado pelo fato de que os valores utilizados para gerar o gráfico da Figura 21 têm grandeza da ordem de 10^{-3} , isto é, são valores

mais específicos que os valores utilizados para gerar o gráfico da Figura 28 que estão na ordem de 10^{-2} .

Portanto, conclui-se que existe uma relação direta da variação de magnitude aparente (Δm) dos planetas superiores com a excentricidade orbital desses planetas, esta relação pode ser um dos indícios que combatem a ideia ptolomaica da Terra no centro, e também corrobora com a primeira lei de Kepler, a lei das órbitas. Essa afirmação pode ser validada seguindo o preceito de que, se as órbitas fosse circulares, em períodos de oposição a magnitude aparente dos planetas seria, se não a mesma, pouco diferente uma da outra, por causa das inclinações nos planos orbitais.

O padrão oscilatório da magnitude aparente dos planetas verificado graficamente indica que ocasiões em que os planetas possuem brilho máximo ou brilho mínimo acontecem periodicamente.

Ainda se pode inferir que, tratando da diferença entre os valores coletados pela NASA e pelo *software Stellarium* e os resultados obtidos, não houve diferença expressiva, sendo uma confirmação de que o *Stellarium* também é uma ferramenta confiável para pesquisa. Em contraponto, se deve considerar que, por ser um *software*, o *Stellarium* é programado para seguir as leis da Física, não sendo recomendado como fonte única de informações para estudo experimental/observacional.

Também, conforme as ideias apresentadas no item 2.4 do presente trabalho, entende-se que a metodologia de investigação utilizada nesta pesquisa também se classifica como uma ferramenta para ensino de Astronomia, possibilitando a relação entre a teoria e a prática dos alunos, inserindo-os no contexto da pesquisa experimental, na prática do registro e análise de dados. Para se chegar a uma conclusão com base no observado, mostrando como a matemática pode ser útil e importante em processos de análise como esses. Além de trabalhar a abstração e o pensamento sistemático e científico corroborando com as competências e habilidades da Base Nacional Comum Curricular.

Com isso, os objetivos propostos neste trabalho foram alcançados se constituindo esse trabalho de conclusão de curso como mais uma ferramenta para auxiliar o ensino de conteúdos de Astronomia, Física e Astrofísica.

6. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Guilherme. Norman Pogson e a escala de magnitudes estelares. **Revista Gazeta de Física: Para físicos e amigos da física**. Lisboa, v. 34, n. 03, p. 52-57, 2011.

BERTRAND, Joseph. **Os fundadores da Astronomia Moderna**. 1a ed. Rio de Janeiro. Contraponto Editora, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Governo Federal. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC) – Habilidades de Ciências da Natureza e suas Tecnologias**. Disponível em: < <http://download.basenacionalcomum.mec.gov.br/> >. Acesso em: 14 de dezembro de 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação. Governo do Estado do Ceará. **Matriz de Conhecimentos Básicos – 2021**. Disponível em: < https://www.seduc.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/37/2021/07/MCB-2021-Versao-0208_2021.pdf >. Acesso em: 14 de dezembro de 2022.

CASAS, Renato L. O Trânsito de Vênus. UFMG – **Observatório astronômico Frei Rosário**. 2004. Disponível em: < <http://xingu.fisica.ufmg.br:8087/oap/public/pas57.htm#:~:text=O%20plano%20da%20%C3%B3rbita%20de,plano%20da%20%C3%B3rbita%20da%20Terra> >. Acesso em: 10 de novembro de 2022.

CITAÇÕES – Manual do Editorial. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEA, 2022. Disponível em: < <https://www.ipea.gov.br/sites/manualeditorial/padroes-editoriais/padronizacoes-textuais/citacoes#:~:text=Utiliza%2Dse%20it%C3%A1lico%20nas%20cita%C3%A7%C3%B5es,do%20autor%2C%20sempre%20em%20it%C3%A1lico.> >. Acesso em: 09 de dezembro de 2022.

CLASSIFICAÇÃO dos planetas em ordem de distância ao Sol. **UFRGS**, 2022. Disponível em < <http://astro.if.ufrgs.br/p1/node2.htm> >. Acesso em: 02 de dezembro de 2022.

COLEÇÃO Olimpo IME ITA. Material de ondulatória elaborado pelo Professor Bernadelli. **Rumo ao ITA**, 2022. Disponível em: < https://rumoaoita.com/wp-content/uploads/2017/03/ondas_ondulatoria_teorica_e_exercicios_it_a.pdf >. Acesso em: 03 de janeiro de 2023.

COSTA, José R. V. A duração do ano. **Astronomia do Zênite**, 2021. Disponível em: < <https://www.zenite.nu/a-duracao-do-ano> >. Acesso em: 15 de novembro de 2022.

CUZINATTO, Rodrigo R; DE MORAIS, E. M; SOUZA, C. As observações galileanas dos planetas mediceanos de Júpiter e a equivalência do MHS e do MCU. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 36, 2014.

DAWES, W. R. *Photometrical Method of Determining Magnitude of Telescopic Stars*. **Royal**

Astronomical Society. *NASA Astrophysics Data System.* p. 187-198.

DE ARAÚJO, Jakson F; MEIRELES, Willian M. **Cônicas: Cálculo direto da excentricidade em termos dos coeficientes da quadrática.** Monografia (Graduação em Matemática) – Licenciatura plena em Matemática, Universidade Federal do Amapá. Amapá, 2010.

DE SOUZA OLIVEIRA FILHO, Kepler; SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **Astronomia e Astrofísica.** Rio Grande do Sul: Livraria da Física, 2004.

DIAS, Claudio A. C. M; SANTA RITA, Josué R. Inserção da astronomia como disciplina curricular do ensino médio. **Revista Latino-americana de Educação em Astronomia**, n. 6, p. 55-65, 2008.

DOS SANTOS, Harley L. et al. O uso das tecnologias digitais para o ensino de Astronomia: uma revisão sistemática de literatura. **Research, Society and Development**, v. 8, n. 4, p. 37, 2019.

EFEMÉRIDE. In: DICIO, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2022. Disponível em: < <https://www.dicio.com.br/efemeride/> >. Acesso em: 22 de dezembro de 2022.

FERREIRA, Dirceu; MEGLHIORATTI, Fernanda Aparecida. Desafios e possibilidades no ensino de Astronomia. **Cadernos PDE. Paraná**, v, I, p. 2356-8, 2008.

FUNÇÕES horárias do Movimento Harmônico Simples. **Só Física**, 2022. Disponível em: < <https://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatoria/MHS/funhor.php> >, Acesso em: 28 de julho de 2022.

GENUINO, Luiz Carlos Carneiro. **O uso de tecnologias no ensino de Astronomia na educação básica.** Campina Grande/PB. Universidade Estadual da Paraíba. 2014.53. Monografia, Curso de Especialização Fundamentos da Educação: Práticas Pedagógicas Interdisciplinares da Universidade Estadual da Paraíba, Campo Grande, 2014.

GOMES, Renata P. **As Leis de Kepler e as Equações Diferenciais Ordinárias.** Monografia (Graduação em Matemática) – Licenciatura plena em Matemática, Instituto Federal de São Paulo. São Paulo, 2018.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física: gravitação, ondas e termodinâmica. 9a ed.** Rio de Janeiro. LTC Editora, 2009.

LEIS de Kepler. **Infoescola**, 2023. Disponível em: < <https://www.infoescola.com/astrologia/leis-de-kepler/> >. Acesso em: 03 de fevereiro de 2023.

ITOKAZU, Anastasia Guidi. **1609: da Astronomia tradicional ao nascimento da Astrofísica.** Ciência e Cultura, v. 61, n. 4, p. 42-45, 2009.

J. F. M. Origens e evolução das ideias da Física. Salvador/BA: Edufba. 2002. Cap. I, p. 10-140.

LANGHI, Rodolfo. **Um estudo exploratório para a inserção da Astronomia na formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru. 2004.

LANGHI, Rodolfo; NARDI, Roberto. Dificuldades de professores dos anos iniciais do ensino fundamental em relação ao ensino da Astronomia. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia**, n. 2, p. 75-91, 2005.

LUIZ, André A.; TSUCHIDA, Masayochi. **História da Astronomia e uma introdução ao princípios da Filosofia Natural**. 2009. Relatório de Iniciação Científica. São Paulo, Universidade Estadual Paulista (UNESP).

MEASURING the Universe. **International Astronomical Union (IAU)**, 2023. Disponível em: < <https://www.iau.org/public/themes/measuring/> >. Acesso em: 06 de fevereiro 2023.

MEDEIROS, Alexandre. Entrevista com Kepler: do seu nascimento à descoberta das duas primeiras leis. **Revista Física na Escola – Sociedade Brasileira de Física**. v. 3, n. 1, p. 20-24, 2003.

NAPOLEÃO, Tasso A. J. **Astrofísica Estelar para o Ensino Médio: uma abordagem empírica baseada na observação visual das estrelas variáveis**. 2018. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo (USP).

NASA's Eyes: Eyes on the Solar System. California: Jason Craig (NASA's Jet Propulsion Laboratory), 2022. Disponível em: < <https://eyes.nasa.gov/apps/solar-system/#/home> >. Acesso: 29 de novembro de 2022.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física Básica: Fluidos, oscilações e ondas, calor**. 4a ed. Rio de Janeiro. Editora Blucher, 2002.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física Básica: Mecânica**. 5a ed. Rio de Janeiro. Editora Blucher, 2013.

PANNEKOEK, A. **A History of Astronomy**. 1ª ed. New York. *Interscience Publishers*, 1961.
PACHECO, Hualan Patrício. Proposta didática para o ensino de configurações planetárias em sala de aula. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia**, n. 27, p. 93-108, 2019.

PONCZEK, R. L. . Da Bíblia a Newton: uma visão humanística da mecânica. In: Rocha RIDPATH, Ian. **Guia Ilustrado Zahar–Astronomia**. 3a ed. Rio de Janeiro. Jorge Zahar Editora, 2007.

SANTOS, Maciel M. Gênios da Ciência: A visão de mundo de Nicolau Copérnico, Galileu

Galilei, e Johannes Kepler. **São Paulo: Centro Universitário Metropolitano de São Paulo (UNIMESP)**, 2006.

SILVA, Claudio K. R.; SILVA, Jusciane C. **Aplicação de equação diferencial de segunda ordem no movimento harmônico simples**. 2018. Monografia. Universidade Federal do Semiárido (UFERSA).

SILVA, Romero T. Notas de aula: Oscilações. **Departamento de Física – UFPB**, 2004. Disponível em: < http://www.fisica.ufpb.br/~romero/pdf/16_oscilacoesVI.pdf >. Acesso em: 28 de julho de 2022.

SOBRINHO, J. L. G. Estrelas: espectros, luminosidades e massas. Grupo de Astronomia da Universidade de Madeira (GAUMa), 2013. Disponível em: < https://www.researchgate.net/profile/Jose-Sobrinho-7/publication/313534614_Estrelas_espectros_luminosidades_e_massas/data/589dae0e92851c7fb4bad8e7/estrelas1.pdf >. Acesso em: 05 de dezembro de 2022.

Stellarium Astronomy Software. 0.20.4. Áustria: Fabien Chéreau, 2022. Disponível em: < https://stellarium.org/pt_BR/ >. Acesso em: 09 de dezembro de 2022.

TEIXEIRA, Enise B. A análise de dados na pesquisa científica: importância e desafios em estudos organizacionais. **Desenvolvimento em questão**, v. 1, n. 2, p. 177-201, 2003.

TOSSATO, Claudemir R. A importância dos instrumentos astronômicos de Tycho Brahe para a Astronomia e a Cosmologia dos séculos XVI e XVII. **IV Seminário de História e Filosofia da Ciência**. Bahia: Universidade Federal de Santa Cruz (UFSC), 2010.

TRÂNSITO DE MERCÚRIO DE 08 DE NOVEMBRO DE 2006. **Departamento de Astronomia – USP**, 2022. Disponível em: <<http://www.astro.iag.usp.br/~picazzio/2006/transito/>>. Acesso em: 15 de dezembro de 2022.

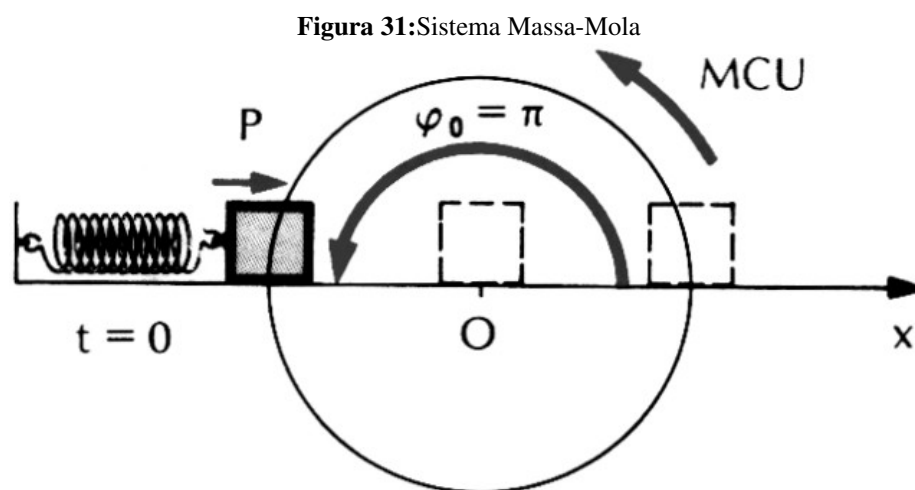
APÊNDICES

APÊNDICE I

Relação entre Movimento Harmônico Simples e Movimento Circular Uniforme

Em 1610, usando o telescópio construído por ele mesmo, Galileu Galilei descobriu 4 satélites naturais do planeta Júpiter. Ele observou que os satélites se moviam de um lado para outro, se assemelhando ao que hoje chamamos de movimento harmônico simples. Entretanto, após muito estudo, constatou-se que o verdadeiro movimento executado pelo satélite era um movimento circular uniforme, Galileu viu a projeção do MCU em uma reta situada no plano do movimento (HALLIDAY E RESNICK, 2009, p. 101).

Inicialmente, observe a Figura 31, abaixo:



Fonte: Rumo ao ITA, 2022.

Na imagem acima vemos o sistema massa-mola, um exemplo clássico de movimento oscilatório, como projeção do movimento circular uniforme. No sistema massa-mola, se uma força for aplicada sobre o objeto, puxando-o, a mola irá esticar, de acordo com Silva (2018) ao estudar esse fenômeno Robert Hooke (1635-1703), percebeu que a mola exercia uma força (F) na direção contrária ao alongamento da mola. A partir disso ele estabelece sua segunda lei, expressa por:

$$F = -kx \quad (69)$$

Sendo k a constante elástica da mola, e x a distância deslocada. Utilizando a equação (69), se relacionarmos com a 2ª lei de Newton obteremos:

$$ma = -kx \quad (70)$$

Como citado no item anterior, a aceleração pode ser obtida pela derivada segunda da posição, neste caso então temos como resultado:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (71)$$

Se dividirmos ambos lados da igualdade por m :

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (72)$$

A velocidade angular, descrita na equação (15), para o caso do sistema massa-mola, é dada por:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (73)$$

Substituindo (73) em (72):

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (74)$$

A equação (74) nos dá uma equação diferencial de segunda ordem. O termo *Equações Diferenciais* refere-se á equações que contém derivadas (ZILL, 2012, p. 1). Já sobre a chamada ordem da equação, Boyce e DiPrima (2010) afirmam:

Equações lineares de segunda ordem têm uma importância crucial no estudo de equações diferenciais por duas razões principais. A primeira é que equações lineares têm uma estrutura teórica rica, subjacente a diversos métodos sistemáticos de resolução. Além disso, uma parte substancial dessa estrutura e desses métodos é compreensível em um nível matemático relativamente elementar. [...] Outra razão para estudar equações lineares de segunda ordem é que elas são essenciais para qualquer investigação séria das áreas clássicas da física matemática. Não se pode progredir muito nos estudos de mecânica dos fluidos, condução de calor, movimento ondulatório ou fenômenos eletromagnéticos sem esbarrar na necessidade de resolver equações diferenciais lineares de segunda ordem (BOYCE E DIPRIMA, 2010, p. 105).

A equação diferencial, em (74) descreve o sistema dinâmico do movimento do oscilador harmônico unidimensional.

APÊNDICE II

Verificando a equação de Pogson

O objetivo da verificação da equação é mostrar que os resultados obtidos com a equação estão em concordância com os dados dos programas utilizados fornecem. Para realizarmos esta verificação, tomaremos o planeta Marte como objeto de estudo e a equação (39), escrita abaixo.

$$m - M = 5 \log(d) - 5 \quad (39)$$

Vale lembrar que M representa a magnitude absoluta do astro, m representa a magnitude aparente e d representa a distância, que deve ser escrita na unidade de parsec. Então, a expressão acima pode ser reescrita como:

$$m = M + 5 \log(d) - 5 \quad (75)$$

Antes de prosseguirmos devemos encontrar a magnitude absoluta (M) de Marte, para isso, manipularemos (75) obtendo:

$$M = m - 5 \log(d) + 5 \quad (76)$$

Conhecendo as medidas de magnitude aparente, colhidas através do *Stellarium*, sabemos que o valor máximo de m para o planeta Marte é $m_{\max} = -1,21$, conhecendo também a distância de Marte à Terra, também dado pelo *software* $d = 101,409 \cdot 10^6 \text{ km}$ (HALLIDAY E RESNICK, 2009). Porém, antes de prosseguir devemos converter a distância de km para parsec. É sabido que $1 \text{ parsec} = 3,084 \cdot 10^{13} \text{ km}$ (HALLIDAY E RESNICK, 2009). Assim:

$$d = \frac{101,409 \cdot 10^6 \text{ km}}{3,084 \cdot 10^{13} \text{ km}} \quad (77)$$

$$d = \frac{101,409}{3,084} \cdot 10^{6-13} \text{ pc} \quad (78)$$

$$d = 33,205 \cdot 10^{-7} \text{ pc} \quad (79)$$

Substituindo os valores que conhecemos em (76):

$$M = -1,21 - 5 \log(33,205 \cdot 10^{-7}) + 5 \quad (80)$$

$$M = -1,288 - 5(\log(33,205) + \log(10^{-7})) + 5 \quad (81)$$

$$M = -1,21 - 5[1,521 - 7] + 5 \quad (82)$$

$$M = -1,21 - 5(-5,478) + 5 \quad (83)$$

$$M = -1,21 + 27,393 + 5 \quad (84)$$

$$M = 31,183 \quad (85)$$

Como resultado, obtemos que a magnitude absoluta de Marte, visto da Terra, é de 31,184. Agora, utilizando a equação (75):

$$m = 31,183 + 5[\log(33,205) + \log(10^{-7})] - 5 \quad (86)$$

$$m = 31,183 + 5(-5,478) - 5 \quad (87)$$

$$m = 31,183 - 27,393 - 5 \quad (88)$$

$$m = -1,21 \quad (89)$$

Por fim obtemos exatamente o mesmo valor para magnitude aparente de Marte coletado no *Stellarium*.

ANEXOS

Anexo I - Efemérides da NASA

Revised:

April 12, 2021 Venus 299 / 2

PHYSICAL DATA (updated 2020-Oct-19):

Vol. Mean Radius (km) = 6051.84+-0.01 Density (g/cm³) = 5.204
Mass x10²³ (kg) = 48.685 Volume (x10¹⁰ km³) = 92.843
Sidereal rot. period = 243.018484 d Sid. Rot. Rate (rad/s) = -0.00000029924
Mean solar day = 116.7490 d Equ. gravity m/s² = 8.870
Mom. of Inertia = 0.33 Core radius (km) = ~3200
Geometric Albedo = 0.65 Potential Love # k₂ = ~0.25
GM (km³/s²) = 324858.592 Equatorial Radius, R_e = 6051.893 km
GM 1-sigma (km³/s²) = +-0.006 Mass ratio (Sun/Venus) = 408523.72
Atmos. pressure (bar) = 90 Max. angular diam. = 60.2"
Mean Temperature (K) = 735 Visual mag. V(1,0) = -4.40
Obliquity to orbit = 177.3 deg Hill's sphere rad., R_p = 167.1
Sidereal orb. per., y = 0.61519726 Orbit speed, km/s = 35.021
Sidereal orb. per., d = 224.70079922 Escape speed, km/s = 10.361
Perihelion Aphelion Mean
Solar Constant (W/m²) 2759 2614 2650
Maximum Planetary IR (W/m²) 153 153 153
Minimum Planetary IR (W/m²) 153 153 153

***** Ephemeris /

WWW_USER Wed Jan 4 13:46:41 2023 Pasadena, USA / Horizons

***** Target body

name: Venus (299) {source: DE441}

Center body name: Earth (399) {source: DE441}

Center-site name: (user defined site below)

***** Start time :

A.D. 2002-Jan-01 00:00:00.0000 UT

Stop time : A.D. 2102-Dec-31 00:00:00.0000 UT

Step-size : 1440 minutes

***** Target

pole/equ : IAU_VENUS {East-longitude positive} Target radii : 6051.8 x 6051.8 x

6051.8 km {Equator, meridian, pole} Center geodetic :

321.358700,-4.2883600,0.1300000 {E-lon(deg),Lat(deg),Alt(km)} Center

cylindric: 321.358700,6360.52910,-473.7583 {E-lon(deg),Dxy(km),Dz(km)}

Center pole/equ : ITRF93 {East-longitude positive} Center radii : 6378.1 x

6378.1 x 6356.8 km {Equator, meridian, pole} Target primary : Sun (R_{eq}=

696000.000) km

Vis. interferer : MOON (R_{eq}= 1737.400) km {source: DE441}

Rel. light bend : Sun {source: DE441}

Rel. lght bnd GM: 1.3271E+11 km³/s²

Atmos refraction: NO (AIRLESS)

RA format : HMS

Time format : CAL

EOP file : eop.230102.p230328

EOP coverage : DATA-BASED 1962-JAN-20 TO 2023-JAN-02. PREDICTS-> 2023-

MAR-27 Units conversion: 1 au= 149597870.700 km, c= 299792.458 km/s, 1

day= 86400.0 s Table cut-offs 1: Elevation (-90.0deg=NO),Airmass

(>38.000=NO), Daylight (YES) Table cut-offs 2: Solar elongation (0.0,180.0=NO

),Local Hour Angle(0.0=NO) Table cut-offs 3: RA/DEC angular rate (0.0=NO)

Table format : Comma Separated Values (spreadsheet)

Date__(UT)__HR:MN, ,APmag, S-brt, SN.ang, SN.dist, S-O-T,/r

***** 2001-Jan-17

00:00, ,"-4,512",1424, 247.60, 12.12, 47.0915,/T

2002-Aug-23 00:00,m,"-4,444",1458, 294.55, -12.27, 46.0017,/T

2003-Jan-11 00:00,m,"-4,536",1423, 104.03, 12.40, 46.9595,/L

2004-Aug-18 00:00, ,"-4,404",1444, 90.96, 11.76, 45.8139,/L

2005-Nov-04 00:00, ,"-4,517",1450, 273.96, -12.54, 47.1007,/T

2006-Mar-25 00:00, ,"-4,489",1442, 74.08, -12.33, 46.5282,/L

2007-Jun-09 00:00, ,"-4,401",1436, 281.21, -11.75, 45.3891,/T

2008-Dec-31 00:00, ,"-4,372",1388, 251.54, 10.35, 46.4892,/T

2009-Jan-15 00:00, ,"-4,518",1425, 247.91, 12.19, 47.1207,/T

2010-Aug-20 00:00,m,"-4,435",1456, 294.59, -12.17, 45.9644,/T

2011-Jan-09 00:00,m,"-4,531",1422, 104.71, 12.33, 46.9544,/L

```

2012-Mar-27 00:00, "-4,448",1417, 252.00, 11.73, 46.0388,/T
2013-Nov-01 00:00, "-4,509",1450, 275.31, -12.46, 47.0715,/T
2014-Mar-23 00:00, "-4,487",1440, 74.70, -12.27, 46.5551,/L
2015-Oct-26 00:00,m,"-4,481",1427, 112.76, 12.08, 46.4390,/L
2016-Dec-31 00:00, "-4,394",1395, 251.45, 10.63, 46.6860,/T
2017-Jan-12 00:00,m,"-4,513",1424, 248.45, 12.12, 47.1434,/T
2018-Aug-18 00:00,m,"-4,437",1457, 294.64, -12.22, 45.9255,/T
2019-Jan-06 00:00, "-4,537",1423, 105.74, 12.41, 46.9541,/L
2020-Mar-25 00:00, "-4,454",1417, 251.43, 11.78, 46.0756,/T
2021-Oct-30 00:00, "-4,512",1451, 276.22, -12.52, 47.0430,/T
2022-Mar-20 00:00,m,"-4,496",1440, 75.73, -12.36, 46.5838,/L
2023-Oct-24 00:00,m,"-4,475",1427, 112.47, 12.01, 46.4112,/L
2024-Dec-31 00:00, "-4,418",1402, 251.36, 10.93, 46.8585,/T
2025-Jan-10 00:00,m,"-4,518",1426, 248.82, 12.19, 47.1669,/T
2026-Aug-15 00:00, "-4,428",1455, 294.60, -12.12, 45.8901,/T
2027-Jan-04 00:00, "-4,532",1422, 106.37, 12.34, 46.9482,/L
2028-Mar-23 00:00, "-4,459",1418, 250.90, 11.84, 46.1140,/T
2029-Oct-27 00:00,m,"-4,503",1451, 277.53, -12.44, 47.0162,/T
2030-Mar-18 00:00,m,"-4,494",1439, 76.39, -12.31, 46.6064,/L
2031-Oct-22 00:00,m,"-4,469",1426, 112.15, 11.95, 46.3828,/L
2032-Dec-31 00:00, "-4,442",1409, 251.28, 11.23, 47.0043,/T
2033-Jan-08 00:00,m,"-4,524",1428, 249.21, 12.26, 47.1892,/T
2034-Aug-13 00:00, "-4,431",1456, 294.58, -12.16, 45.8537,/T
2035-Jan-01 00:00, "-4,538",1423, 107.31, 12.41, 46.9438,/L
2036-Mar-21 00:00, "-4,465",1419, 250.38, 11.89, 46.1537,/T
2037-Oct-25 00:00,m,"-4,506",1452, 278.42, -12.49, 46.9833,/T
2038-Mar-16 00:00,m,"-4,492",1437, 77.07, -12.26, 46.6297,/L
2039-Oct-19 00:00, "-4,471",1429, 111.59, 12.02, 46.3565,/L
2040-Dec-31 00:00, "-4,467",1416, 251.20, 11.54, 47.1147,/T
2041-Jan-05 00:00, "-4,518",1427, 249.87, 12.20, 47.2042,/T
2042-Dec-31 00:00, "-4,523",1419, 107.57, 12.21, 46.9371,/L
2043-Jan-01 00:00, "-4,512",1417, 107.24, 12.07, 46.9265,/L
2045-Oct-23 00:00,m,"-4,509",1454, 279.29, -12.55, 46.9499,/T
2046-Mar-13 00:00,m,"-4,501",1438, 78.19, -12.34, 46.6543,/L
2047-Oct-16 00:00, "-4,474",1431, 110.96, 12.09, 46.3279,/L
2048-Dec-31 00:00, "-4,492",1422, 251.13, 11.87, 47.1966,/T
2049-Jan-03 00:00, "-4,524",1429, 250.32, 12.27, 47.2243,/T
2050-Aug-08 00:00, "-4,425",1454, 294.38, -12.11, 45.7911,/T
2051-Jan-01 00:00,m,"-4,487",1410, 107.16, 11.74, 46.8674,/L
2052-Mar-15 00:00,m,"-4,459",1415, 249.10, 11.75, 46.2367,/T
2053-Oct-20 00:00,m,"-4,500",1453, 280.52, -12.47, 46.9160,/T
2054-Mar-11 00:00, "-4,498",1436, 78.91, -12.29, 46.6748,/L
2055-Oct-14 00:00, "-4,468",1430, 110.56, 12.03, 46.3035,/L
2057-Jan-01 00:00, "-4,529",1431, 250.80, 12.34, 47.2414,/T
2058-Dec-25 00:00,m,"-4,533",1422, 109.26, 12.36, 46.9215,/L
2059-Jan-01 00:00,m,"-4,462",1403, 107.08, 11.42, 46.7733,/L
*****

```

Column meaning:

TIME

Times PRIOR to 1962 are UT1, a mean-solar time closely related to the prior but now-deprecated GMT. Times AFTER 1962 are in UTC, the current civil or "wall-clock" time-scale. UTC is kept within 0.9 seconds of UT1 using integer leap-seconds for 1972 and later years.

Conversion from the internal Barycentric Dynamical Time (TDB) of solar system dynamics to the non-uniform civil UT time-scale requested for output has not been determined for UTC times after the next July or January 1st. Therefore, the last known leap-second is used as a constant over future intervals.

Time tags refer to the UT time-scale conversion from TDB on Earth regardless of observer location within the solar system, although clock rates may differ due to the local gravity field and no analog to "UT" may be defined for that location.

Any 'b' symbol in the 1st-column denotes a B.C. date. First-column blank (" ") denotes an A.D. date. Calendar dates prior to 1582-Oct-15 are in the

Julian calendar system. Later calendar dates are in the Gregorian system.

NOTE: "n.a." in output means quantity "not available" at the print-time.

SOLAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

Time tag is followed by a blank, then a solar-presence symbol:

'*' Daylight (refracted solar upper-limb on or above apparent horizon)

'C' Civil twilight/dawn

'N' Nautical twilight/dawn

'A' Astronomical twilight/dawn

' ' Night OR geocentric ephemeris

LUNAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

The solar-presence symbol is immediately followed by a lunar-presence symbol:

'm' Refracted upper-limb of Moon on or above apparent horizon

' ' Refracted upper-limb of Moon below apparent horizon OR geocentric ephemeris

'APmag, S-brt,' =

The targets' approximate apparent visual magnitude and surface brightness. For planets and natural satellites, output is restricted to solar phase angles covered by observational data. Outside the observed phase angle range, "n.a." may be output to avoid extrapolation beyond the limit of model validity.

For Earth-based observers, the estimated dimming due to atmospheric absorption (extinction) is available as a separate, requestable quantity.

Surface brightness is the average airless visual magnitude of a square-arcsecond of the illuminated portion of the apparent disk. It is computed only if the target radius is known.

Units: MAGNITUDES & MAGNITUDES PER SQUARE ARCSECOND

'SN.ang, SN.dist,' =

Targets' apparent sub-solar point position angle (counter-clockwise with respect to the direction of the true-of-date reference-frame north-pole) and its angular distance from the sub-observer point (center of disk) at print time. A negative distance indicates the sub-solar point is on the hidden hemisphere. Units: DEGREES and ARCSECONDS

'S-O-T,/r,' =

Sun-Observer-Target apparent SOLAR ELONGATION ANGLE seen from the observers' location at print-time.

The '/r' column provides a code indicating the targets' apparent position relative to the Sun in the observers' sky, as described below:

Case A: For an observing location on the surface of a rotating body, that body rotational sense is considered:

/T indicates target TRAILS Sun (evening sky: rises and sets AFTER Sun)

/L indicates target LEADS Sun (morning sky: rises and sets BEFORE Sun)

Case B: For an observing point that does not have a rotational model (such as a spacecraft), the "leading" and "trailing" condition is defined by the observers' heliocentric ORBITAL motion:

* If continuing in the observers' current direction of heliocentric motion would encounter the targets' apparent longitude first, followed by the Sun's, the target LEADS the Sun as seen by the observer.

* If the Sun's apparent longitude would be encountered first, followed by the targets', the target TRAILS the Sun.

Two other codes can be output:

/* indicates observer is Sun-centered (undefined)

/? Target is aligned with Sun center (no lead or trail)

The S-O-T solar elongation angle is numerically the minimum separation angle of the Sun and target in the sky in any direction. It does NOT indicate the amount of separation in the leading or trailing directions, which would be defined along the equator of a spherical coordinate system.

Units: DEGREES

Computations by ...

Solar System Dynamics Group, Horizons On-Line Ephemeris System
4800 Oak Grove Drive, Jet Propulsion Laboratory
Pasadena, CA 91109 USA

General site: <https://ssd.jpl.nasa.gov/>
Mailing list: https://ssd.jpl.nasa.gov/email_list.html
System news : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/news.html>
User Guide : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/manual.html>
Connect : browser <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/x>
API <https://ssd-api.jpl.nasa.gov/doc/horizons.html>
command-line telnet ssd.jpl.nasa.gov 6775
e-mail/batch https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/hrzn_batch.txt scripts
<https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/SCRIPTS>
Author : Jon.D.Giorgini@jpl.nasa.gov

PHYSICAL DATA (updated 2019-Oct-29):

Vol. mean radius (km) = 3389.92+-0.04 Density (g/cm³) = 3.933(5+-4)
Mass x10²³ (kg) = 6.4171 Flattening, f = 1/169.779
Volume (x10¹⁰ km³) = 16.318 Equatorial radius (km)= 3396.19
Sidereal rot. period = 24.622962 hr Sid. rot. rate, rad/s = 0.0000708822
Mean solar day (sol) = 88775.24415 s Polar gravity m/s² = 3.758
Core radius (km) = ~1700 Equ. gravity m/s² = 3.71
Geometric Albedo = 0.150

GM (km³/s²) = 42828.375214 Mass ratio (Sun/Mars) = 3098703.59
GM 1-sigma (km³/s²) = +- 0.00028 Mass of atmosphere, kg= ~ 2.5 x 10¹⁶
Mean temperature (K) = 210 Atmos. pressure (bar) = 0.0056
Obliquity to orbit = 25.19 deg Max. angular diam. = 17.9"
Mean sidereal orb per = 1.88081578 y Visual mag. V(1,0) = -1.52
Mean sidereal orb per = 686.98 d Orbital speed, km/s = 24.13
Hill's sphere rad. Rp = 319.8 Escape speed, km/s = 5.027
Perihelion Aphelion Mean
Solar Constant (W/m²) 717 493 589
Maximum Planetary IR (W/m²) 470 315 390
Minimum Planetary IR (W/m²) 30 30 30

***** Ephemeris /

WWW_USER Mon Dec 19 13:18:29 2022 Pasadena, USA / Horizons

***** Target body

name: Mars (499) {source: mar097}

Center body name: Earth (399) {source: mar097}

Center-site name: (user defined site below)

***** Start time :

A.D. 2000-Jan-01 00:00:00.0000 UT

Stop time : A.D. 2070-Dec-30 00:00:00.0000 UT

Step-size : 1440 minutes

***** Target

pole/equ : IAU_MARS {West-longitude positive} Target radii : 3396.2 x 3396.2 x 3376.2 km {Equator, meridian, pole} Center geodetic :

321.358700,-4.2883600,0.1300000 {E-lon(deg),Lat(deg),Alt(km)} Center

cylindric: 321.358700,6360.52910,-473.7583 {E-lon(deg),Dxy(km),Dz(km)} Center

pole/equ : ITRF93 {East-longitude positive} Center radii : 6378.1 x 6378.1 x

6356.8 km {Equator, meridian, pole} Target primary : Sun (R_eq= 696000.000) km

Vis. interferer : MOON (R_eq= 1737.400) km {source: mar097}

Rel. light bend : Sun {source: mar097}

Rel. lght bnd GM: 1.3271E+11 km³/s²

Atmos refraction: NO (AIRLESS)

RA format : HMS

Time format : CAL

EOP file : eop.221215.p230310

EOP coverage : DATA-BASED 1962-JAN-20 TO 2022-DEC-15. PREDICTS-> 2023-

MAR-09 Units conversion: 1 au= 149597870.700 km, c= 299792.458 km/s, 1 day=

86400.0 s Table cut-offs 1: Elevation (-90.0deg=NO),Airmass (>38.000=NO),

Daylight (YES) Table cut-offs 2: Solar elongation (0.0,180.0=NO),Local Hour

Angle(0.0=NO) Table cut-offs 3: RA/DEC angular rate (0.0=NO)

Table format : Comma Separated Values (spreadsheet)

Date__(UT)__HR:MN, APmag, S-brt, SN.ang, SN.dist, S-O-T,/r

1999-Apr-25 00:00,"-1,834", "3,933", 4.99, 0.12, 178.6202,/L
2001-Jun-14 00:00,"-2,424", "3,880", 188.87, 0.41, 176.6956,/T
2003-Aug-29 00:00,"-2,856", "3,879", 160.61, 1.06, 173.3783,/L
2005-Nov-07 00:00,"-2,419", "3,818", 119.24, 0.08, 179.3394,/L
2007-Dec-25 00:00,"-1,72", "4,009", 357.06, 0.29, 176.6293,/T
2010-Jan-30 00:00,"-1,348", "4,134", 12.85, 0.33, 175.4648,/L
2012-Mar-04 00:00,"-1,288", "4,163", 19.88, 0.30, 175.8174,/L
2014-Apr-09 00:00,"-1,603", "4,027", 18.51, 0.20, 177.5276,/L
2016-May-22 00:00,"-2,163", "3,893", 162.81, 0.14, 178.7063,/L

2018-Jul-27 00:00,"-2,82", "3,839", 163.21, 0.99, 173.5243,/L
 2020-Oct-14 00:00,"-2,665", "3,817", 158.54, 0.41, 177.0050,/L
 2022-Dec-08 00:00,"-1,994", "3,902", 2.46, 0.22, 177.6871,/L
 2025-Jan-16 00:00,"-1,417", "4,135", 13.41, 0.33, 175.7077,/L
 2027-Feb-20 00:00,"-1,34", "4,098", 15.07, 0.32, 175.5108,/L
 2029-Mar-25 00:00,"-1,401", "4,131", 31.21, 0.26, 176.6514,/L
 2031-May-05 00:00,"-1,924", "3,937", 325.62, 0.08, 179.1615,/T
 2033-Jun-28 00:00,"-2,633", "3,808", 175.89, 0.61, 175.4350,/L
 2035-Sep-16 00:00,"-2,836", "3,848", 158.74, 0.87, 174.3584,/L
 2037-Nov-19 00:00,"-2,271", "3,834", 24.06, 0.10, 179.1195,/L
 2040-Jan-03 00:00,"-1,595", "4,059", 357.76, 0.31, 176.1645,/T
 2042-Feb-07 00:00,"-1,33", "4,127", 9.57, 0.33, 175.3819,/L
 2044-Mar-12 00:00,"-1,298", "4,173", 14.06, 0.29, 176.0375,/L
 2046-Apr-18 00:00,"-1,715", "3,986", 10.90, 0.16, 178.1273,/L
 2048-Jun-04 00:00,"-2,298", "3,895", 198.79, 0.28, 177.6060,/T
 2050-Aug-14 00:00,"-2,935", "3,792", 157.04, 1.10, 173.1258,/L
 2052-Oct-28 00:00,"-2,528", "3,820", 146.69, 0.20, 178.4538,/L
 2054-Dec-18 00:00,"-1,864", "3,935", 356.49, 0.27, 177.0291,/T
 2057-Jan-24 00:00,"-1,373", "4,136", 15.51, 0.33, 175.5402,/L
 2059-Feb-27 00:00,"-1,33", "4,111", 26.67, 0.31, 175.6653,/L
 2061-Apr-03 00:00,"-1,473", "4,110", 10.36, 0.23, 177.0929,/L
 2063-May-15 00:00,"-2,052", "3,912", 206.05, 0.04, 179.6004,/T
 2065-Jul-14 00:00,"-2,766", "3,806", 171.77, 0.84, 174.2275,/L
 2067-Oct-03 00:00,"-2,805", "3,780", 159.78, 0.61, 175.8030,/L
 2069-Nov-30 00:00,"-2,153", "3,833", 10.89, 0.18, 178.2114,/L
 2072-Jan-11 00:00,"-1,48", "4,113", 9.99, 0.32, 175.8788,/L

Column

meaning:

TIME

Times PRIOR to 1962 are UT1, a mean-solar time closely related to the prior but now-deprecated GMT. Times AFTER 1962 are in UTC, the current civil or "wall-clock" time-scale. UTC is kept within 0.9 seconds of UT1 using integer leap-seconds for 1972 and later years.

Conversion from the internal Barycentric Dynamical Time (TDB) of solar system dynamics to the non-uniform civil UT time-scale requested for output has not been determined for UTC times after the next July or January 1st. Therefore, the last known leap-second is used as a constant over future intervals.

Time tags refer to the UT time-scale conversion from TDB on Earth regardless of observer location within the solar system, although clock rates may differ due to the local gravity field and no analog to "UT" may be defined for that location.

Any 'b' symbol in the 1st-column denotes a B.C. date. First-column blank (" ") denotes an A.D. date. Calendar dates prior to 1582-Oct-15 are in the Julian calendar system. Later calendar dates are in the Gregorian system.

NOTE: "n.a." in output means quantity "not available" at the print-time.

SOLAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

Time tag is followed by a blank, then a solar-presence symbol:

'*' Daylight (refracted solar upper-limb on or above apparent horizon)
 'C' Civil twilight/dawn
 'N' Nautical twilight/dawn
 'A' Astronomical twilight/dawn
 '' Night OR geocentric ephemeris

LUNAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

The solar-presence symbol is immediately followed by a lunar-presence symbol:

'm' Refracted upper-limb of Moon on or above apparent horizon
 '' Refracted upper-limb of Moon below apparent horizon OR geocentric ephemeris

'APmag, S-brt,' =

The targets' approximate apparent visual magnitude and surface brightness. For planets and natural satellites, output is restricted to solar phase angles covered by observational data. Outside the observed phase angle range, "n.a." may be output to avoid extrapolation beyond the limit of model validity.

For Earth-based observers, the estimated dimming due to atmospheric absorption (extinction) is available as a separate, requestable quantity.

Surface brightness is the average airless visual magnitude of a square-arcsecond of the illuminated portion of the apparent disk. It is computed only if the target radius is known.

Units: MAGNITUDES & MAGNITUDES PER SQUARE ARCSECOND

'SN.ang, SN.dist,' =

Targets' apparent sub-solar point position angle (counter-clockwise with respect to the direction of the true-of-date reference-frame north-pole) and its angular distance from the sub-observer point (center of disk) at print time. A negative distance indicates the sub-solar point is on the hidden hemisphere. Units: DEGREES and ARCSECONDS

'S-O-T,/r,' =

Sun-Observer-Target apparent SOLAR ELONGATION ANGLE seen from the observers' location at print-time.

The '/r' column provides a code indicating the targets' apparent position relative to the Sun in the observers' sky, as described below:

Case A: For an observing location on the surface of a rotating body, that body rotational sense is considered:

/T indicates target TRAILS Sun (evening sky: rises and sets AFTER Sun)

/L indicates target LEADS Sun (morning sky: rises and sets BEFORE Sun)

Case B: For an observing point that does not have a rotational model (such as a spacecraft), the "leading" and "trailing" condition is defined by the observers' heliocentric ORBITAL motion:

* If continuing in the observers' current direction of heliocentric motion would encounter the targets' apparent longitude first, followed by the Sun's, the target LEADS the Sun as seen by the observer.

* If the Sun's apparent longitude would be encountered first, followed by the targets', the target TRAILS the Sun.

Two other codes can be output:

/* indicates observer is Sun-centered (undefined)

/? Target is aligned with Sun center (no lead or trail)

The S-O-T solar elongation angle is numerically the minimum separation angle of the Sun and target in the sky in any direction. It does NOT indicate the amount of separation in the leading or trailing directions, which would be defined along the equator of a spherical coordinate system.

Units: DEGREES

Computations by ...

Solar System Dynamics Group, Horizons On-Line Ephemeris System
4800 Oak Grove Drive, Jet Propulsion Laboratory
Pasadena, CA 91109 USA

General site: <https://ssd.jpl.nasa.gov/>

Mailing list: https://ssd.jpl.nasa.gov/email_list.html

System news : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/news.html>

User Guide : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/manual.html>

Connect : browser <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/x>

API <https://ssd-api.jpl.nasa.gov/doc/horizons.html>

command-line telnet ssd.jpl.nasa.gov 6775
e-mail/batch https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/hrzn_batch.txt scripts
<https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/SCRIPTS>
Author : Jon.D.Giorgini@jpl.nasa.gov

Revised: April 12, 2021 Jupiter 599

PHYSICAL DATA:

Mass x 10²² (g) = 189818722 +- 8817 Density (g/cm³) = 1.3262 +- .0003
Equat. radius (1 bar) = 71492+-4 km Polar radius (km) = 66854+-10
Vol. Mean Radius (km) = 69911+-6 Flattening = 0.06487
Geometric Albedo = 0.52 Rocky core mass (Mc/M)= 0.0261
Sid. rot. period (III)= 9h 55m 29.71 s Sid. rot. rate (rad/s)= 0.00017585
Mean solar day, hrs = ~9.9259
GM (km³/s²) = 126686531.900 GM 1-sigma (km³/s²) = +- 1.2732
Equ. grav, ge (m/s²) = 24.79 Pol. grav, gp (m/s²) = 28.34
Vis. magnitude V(1,0) = -9.40
Vis. mag. (opposition)= -2.70 Obliquity to orbit = 3.13 deg
Sidereal orbit period = 11.861982204 y Sidereal orbit period = 4332.589 d
Mean daily motion = 0.0831294 deg/d Mean orbit speed, km/s= 13.0697
Atmos. temp. (1 bar) = 165+-5 K Escape speed, km/s = 59.5
A_roche(ice)/Rp = 2.76 Hill's sphere rad. Rp = 740
Perihelion Aphelion Mean
Solar Constant (W/m²) 56 46 51
Maximum Planetary IR (W/m²) 13.7 13.4 13.6
Minimum Planetary IR (W/m²) 13.7 13.4 13.6

Ephemeris / WWW_USER Sat Dec 24 09:34:51 2022 Pasadena, USA / Horizons

Target body name: Jupiter (599) {source: jup365_merged}

Center body name: Earth (399) {source: DE441}

Center-site name: (user defined site below)

Start time : A.D. 2000-Jan-01 00:00:00.0000 UT

Stop time : A.D. 2080-Dec-30 00:00:00.0000 UT

Step-size : 1440 minutes

Target pole/equ : IAU_JUPITER {West-longitude positive}

Target radii : 71492.0 x 71492.0 x 66854.0 km {Equator, meridian, pole}

Center geodetic : 321.358700,-4.2883600,0.1300000 {E-lon(deg),Lat(deg),Alt(km)}

Center cylindric: 321.358700,6360.52910,-473.7583 {E-lon(deg),Dxy(km),Dz(km)}

Center pole/equ : ITRF93 {East-longitude positive}

Center radii : 6378.1 x 6378.1 x 6356.8 km {Equator, meridian, pole}

Target primary : Sun (R_eq= 696000.000) km

Vis. interferer : MOON (R_eq= 1737.400) km {source: DE441}

Rel. light bend : Sun {source: jup365_merged}

Rel. lght bnd GM: 1.3271E+11 km³/s²

Atmos refraction: NO (AIRLESS)

RA format : HMS

Time format : CAL

EOP file : eop.221222.p230317

EOP coverage : DATA-BASED 1962-JAN-20 TO 2022-DEC-22. PREDICTS-> 2023-MAR-16

Units conversion: 1 au= 149597870.700 km, c= 299792.458 km/s, 1 day= 86400.0 s

Table cut-offs 1: Elevation (-90.0deg=NO),Airmass (>38.000=NO), Daylight (YES)

Table cut-offs 2: Solar elongation (0.0,180.0=NO),Local Hour Angle(0.0=NO)

Table cut-offs 3: RA/DEC angular rate (0.0=NO)

Table format : Comma Separated Values (spreadsheet)

Date__(UT)__HR:MN, , APmag,Sbrt, SN.ang, SN.dist, S-O-T,/r

2005-Apr-04 00:00, "-2,465",5501, 10.05, 0.12, 178.3585,/L
2006-May-05 00:00,m,"-2,501",5487, 0.75, 0.10, 178.5969,/T
2007-Jun-06 00:00, "-2,596",5446, 6.20, 0.05, 179.3019,/L
2008-Jul-09 00:00,m,"-2,728",5387, 109.87, 0.03, 179.6021,/L
2009-Aug-15 00:00, "-2,857",5329, 173.88, 0.10, 178.8836,/L
2010-Sep-21 00:00,m,"-2,934",5293, 136.97, 0.15, 178.3142,/L
2011-Oct-29 00:00, "-2,922",5295, 156.27, 0.13, 178.5168,/L
2012-Dec-03 00:00,m,"-2,829",5335, 163.70, 0.07, 179.2026,/L
2014-Jan-06 00:00,m,"-2,696",5394, 330.23, 0.01, 179.8090,/T
2015-Feb-07 00:00,m,"-2,570",5451, 4.09, 0.07, 178.9995,/L

2016-Mar-08 00:00, "-2,487",5490, 43.53, 0.11, 178.4360,/L
 2017-Apr-08 00:00,m,"-2,466",5501, 19.62, 0.11, 178.4138,/L
 2018-May-09 00:00, "-2,512",5482, 18.84, 0.09, 178.7318,/L
 2019-Jun-11 00:00,m,"-2,615",5438, 333.31, 0.05, 179.3032,/T
 2020-Jul-14 00:00, "-2,749",5378, 120.56, 0.04, 179.5117,/L
 2021-Aug-20 00:00,m,"-2,872",5322, 157.31, 0.10, 178.8148,/L
 2022-Sep-27 00:00, "-2,935",5292, 162.77, 0.14, 178.3657,/L
 2023-Nov-03 00:00, "-2,911",5300, 151.00, 0.12, 178.5676,/L
 2024-Dec-08 00:00,m,"-2,809",5343, 183.64, 0.06, 179.3161,/T
 2026-Jan-10 00:00, "-2,676",5403, 68.47, 0.04, 179.5048,/L
 2027-Feb-11 00:00, "-2,556",5458, 22.09, 0.08, 178.9440,/L
 2028-Mar-13 00:00,m,"-2,482",5492, 9.97, 0.11, 178.4343,/L
 2029-Apr-12 00:00, "-2,471",5499, 29.86, 0.11, 178.4249,/L
 2030-May-13 00:00,m,"-2,525",5477, 39.74, 0.10, 178.6964,/L
 2031-Jun-15 00:00, "-2,632",5430, 46.93, 0.05, 179.3724,/L
 2032-Jul-19 00:00,m,"-2,766",5370, 126.41, 0.05, 179.3986,/L
 2033-Aug-25 00:00, "-2,883",5317, 146.10, 0.11, 178.6956,/L
 2034-Oct-02 00:00,m,"-2,936",5291, 154.14, 0.14, 178.3676,/L
 2035-Nov-08 00:00,m,"-2,900",5305, 150.43, 0.12, 178.6379,/L
 2036-Dec-13 00:00, "-2,793",5351, 213.51, 0.06, 179.2993,/T
 2038-Jan-15 00:00,m,"-2,659",5410, 347.91, 0.03, 179.5680,/T
 2039-Feb-15 00:00, "-2,545",5463, 40.05, 0.09, 178.7950,/L
 2040-Mar-17 00:00, "-2,479",5494, 21.20, 0.11, 178.4493,/L
 2041-Apr-17 00:00,m,"-2,475",5497, 2.93, 0.12, 178.3745,/L
 2042-May-18 00:00, "-2,534",5472, 14.66, 0.08, 178.8917,/L
 2043-Jun-20 00:00,m,"-2,645",5424, 24.30, 0.03, 179.6382,/L
 2044-Jul-24 00:00, "-2,779",5365, 136.45, 0.06, 179.3368,/L
 2045-Aug-30 00:00,m,"-2,891",5313, 143.51, 0.12, 178.6040,/L
 2046-Oct-07 00:00,m,"-2,935",5291, 153.68, 0.14, 178.3695,/L
 2047-Nov-13 00:00, "-2,891",5308, 158.46, 0.11, 178.7448,/L
 2048-Dec-17 00:00,m,"-2,779",5357, 142.58, 0.04, 179.5027,/L
 2050-Jan-19 00:00, "-2,646",5416, 44.46, 0.04, 179.4194,/L
 2051-Feb-20 00:00,m,"-2,535",5467, 2.33, 0.09, 178.7013,/L
 2052-Mar-21 00:00, "-2,475",5496, 31.43, 0.11, 178.4181,/L
 2053-Apr-21 00:00, "-2,479",5496, 13.99, 0.11, 178.4886,/L
 2054-May-22 00:00,m,"-2,546",5468, 39.23, 0.08, 178.8629,/L
 2055-Jun-25 00:00, "-2,662",5417, 323.04, 0.02, 179.7149,/T
 2056-Jul-29 00:00,m,"-2,797",5357, 139.79, 0.06, 179.2274,/L
 2057-Sep-04 00:00,m,"-2,903",5307, 136.16, 0.13, 178.4742,/L
 2058-Oct-12 00:00, "-2,936",5290, 145.83, 0.14, 178.3565,/L
 2059-Nov-18 00:00,m,"-2,880",5313, 157.68, 0.10, 178.8374,/L
 2060-Dec-22 00:00, "-2,761",5365, 178.83, 0.02, 179.7128,/T
 2062-Jan-24 00:00,m,"-2,626",5426, 347.29, 0.05, 179.2908,/T
 2063-Feb-24 00:00, "-2,520",5474, 15.96, 0.09, 178.6990,/L
 2064-Mar-25 00:00,m,"-2,468",5499, 36.74, 0.11, 178.3789,/L
 2065-Apr-25 00:00, "-2,483",5494, 21.21, 0.10, 178.5449,/L
 2066-May-27 00:00, "-2,561",5461, 1.37, 0.07, 179.0587,/T
 2067-Jun-30 00:00,m,"-2,685",5407, 277.19, 0.04, 179.4709,/T
 2068-Aug-03 00:00,m,"-2,820",5346, 138.99, 0.08, 179.1001,/L
 2069-Sep-10 00:00, "-2,918",5301, 164.78, 0.13, 178.4864,/L
 2070-Oct-18 00:00,m,"-2,936",5290, 173.53, 0.14, 178.3531,/L
 2071-Nov-23 00:00, "-2,866",5319, 153.02, 0.09, 178.9247,/L
 2072-Dec-27 00:00,m,"-2,739",5375, 243.25, 0.03, 179.6629,/T
 2074-Jan-28 00:00, "-2,607",5434, 32.02, 0.06, 179.2420,/L
 2075-Feb-28 00:00,m,"-2,507",5480, 29.99, 0.10, 178.6352,/L
 2076-Mar-30 00:00, "-2,466",5500, 6.93, 0.12, 178.3342,/L
 2077-Apr-29 00:00,m,"-2,490",5491, 35.42, 0.11, 178.5402,/L
 2078-May-31 00:00,m,"-2,577",5454, 39.33, 0.07, 179.0534,/L
 2079-Jul-04 00:00,m,"-2,705",5398, 88.98, 0.04, 179.5406,/L
 2080-Aug-09 00:00, "-2,838",5338, 188.69, 0.09, 178.9294,/T

Column

meaning:

TIME

Times PRIOR to 1962 are UT1, a mean-solar time closely related to the
 prior but now-deprecated GMT. Times AFTER 1962 are in UTC, the current
 civil or "wall-clock" time-scale. UTC is kept within 0.9 seconds of UT1
 using integer leap-seconds for 1972 and later years.

Conversion from the internal Barycentric Dynamical Time (TDB) of solar system dynamics to the non-uniform civil UT time-scale requested for output has not been determined for UTC times after the next July or January 1st. Therefore, the last known leap-second is used as a constant over future intervals.

Time tags refer to the UT time-scale conversion from TDB on Earth regardless of observer location within the solar system, although clock rates may differ due to the local gravity field and no analog to "UT" may be defined for that location.

Any 'b' symbol in the 1st-column denotes a B.C. date. First-column blank (" ") denotes an A.D. date. Calendar dates prior to 1582-Oct-15 are in the Julian calendar system. Later calendar dates are in the Gregorian system.

NOTE: "n.a." in output means quantity "not available" at the print-time.

SOLAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

Time tag is followed by a blank, then a solar-presence symbol:

'*' Daylight (refracted solar upper-limb on or above apparent horizon)
'C' Civil twilight/dawn
'N' Nautical twilight/dawn
'A' Astronomical twilight/dawn
' ' Night OR geocentric ephemeris

LUNAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

The solar-presence symbol is immediately followed by a lunar-presence symbol:

'm' Refracted upper-limb of Moon on or above apparent horizon
' ' Refracted upper-limb of Moon below apparent horizon OR geocentric ephemeris

'APmag, S-brt,' =

The targets' approximate apparent visual magnitude and surface brightness. For planets and natural satellites, output is restricted to solar phase angles covered by observational data. Outside the observed phase angle range, "n.a." may be output to avoid extrapolation beyond the limit of model validity.

For Earth-based observers, the estimated dimming due to atmospheric absorption (extinction) is available as a separate, requestable quantity.

Surface brightness is the average airless visual magnitude of a square-arcsecond of the illuminated portion of the apparent disk. It is computed only if the target radius is known.

Units: MAGNITUDES & MAGNITUDES PER SQUARE ARCSECOND

'SN.ang, SN.dist,' =

Targets' apparent sub-solar point position angle (counter-clockwise with respect to the direction of the true-of-date reference-frame north-pole) and its angular distance from the sub-observer point (center of disk) at print time. A negative distance indicates the sub-solar point is on the hidden hemisphere. Units: DEGREES and ARCSECONDS

'S-O-T,/r,' =

Sun-Observer-Target apparent SOLAR ELONGATION ANGLE seen from the observers' location at print-time.

The '/r' column provides a code indicating the targets' apparent position relative to the Sun in the observers' sky, as described below:

Case A: For an observing location on the surface of a rotating body, that body rotational sense is considered:

/T indicates target TRAILS Sun (evening sky: rises and sets AFTER Sun)

/L indicates target LEADS Sun (morning sky: rises and sets BEFORE Sun)

Case B: For an observing point that does not have a rotational model (such as a spacecraft), the "leading" and "trailing" condition is defined by the observers' heliocentric ORBITAL motion:

* If continuing in the observers' current direction of heliocentric motion would encounter the targets' apparent longitude first, followed by the Sun's, the target LEADS the Sun as seen by the observer.

* If the Sun's apparent longitude would be encountered first, followed by the targets', the target TRAILS the Sun.

Two other codes can be output:

/* indicates observer is Sun-centered (undefined)

/? Target is aligned with Sun center (no lead or trail)

The S-O-T solar elongation angle is numerically the minimum separation angle of the Sun and target in the sky in any direction. It does NOT indicate the amount of separation in the leading or trailing directions, which would be defined along the equator of a spherical coordinate system.

Units: DEGREES

Computations by ...

Solar System Dynamics Group, Horizons On-Line Ephemeris System
4800 Oak Grove Drive, Jet Propulsion Laboratory
Pasadena, CA 91109 USA

General site: <https://ssd.jpl.nasa.gov/>

Mailing list: https://ssd.jpl.nasa.gov/email_list.html

System news : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/news.html>

User Guide : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/manual.html>

Connect : browser <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/x>

API <https://ssd-api.jpl.nasa.gov/doc/horizons.html>

command-line telnet ssd.jpl.nasa.gov 6775

e-mail/batch https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/hrzn_batch.txt scripts

<https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/SCRIPTS>

Author : Jon.D.Giorgini@jpl.nasa.gov

Revised: January 26, 2022 Saturn 699

PHYSICAL DATA:

Mass $\times 10^{26}$ (kg) = 5.6834 Density (g/cm³) = 0.687 $\pm$.001
Equat. radius (1 bar) = 60268 $\pm$ 4 km Polar radius (km) = 54364 $\pm$ 10
Vol. Mean Radius (km) = 58232 $\pm$ 6 Flattening = 0.09796
Geometric Albedo = 0.47 Rocky core mass (Mc/M) = 0.1027
Sid. rot. period (III) = 10h 39m 22.4s Sid. rot. rate (rad/s) = 0.000163785
Mean solar day, hrs = ~10.656
GM (km³/s²) = 37931206.234 GM 1-sigma (km³/s²) = $\pm$ 98
Equ. grav, ge (m/s²) = 10.44 Pol. grav, gp (m/s²) = 12.14 $\pm$ 0.01
Vis. magnitude V(1,0) = -8.88
Vis. mag. (opposition) = +0.67 Obliquity to orbit = 26.73 deg
Sidereal orbit period = 29.447498 yr Sidereal orbit period = 10755.698 d
Mean daily motion = 0.0334979 deg/d Mean orbit velocity = 9.68 km/s
Atmos. temp. (1 bar) = 134 $\pm$ 4 K Escape speed, km/s = 35.5
Aroche(ice)/Rp = 2.71 Hill's sphere rad. Rp = 1100
Perihelion Aphelion Mean
Solar Constant (W/m²) 16.8 13.6 15.1
Maximum Planetary IR (W/m²) 4.7 4.5 4.6
Minimum Planetary IR (W/m²) 4.7 4.5 4.6

Ephemeris / WWW_USER Sat Dec 17 10:16:12 2022 Pasadena, USA / Horizons

Target body name: Saturn (699) {source: sat441}

Center body name: Earth (399) {source: DE441}

Center-site name: (user defined site below)

Start time : A.D. 2000-Jan-01 00:00:00.0000 UT

Stop time : A.D. 2100-Dec-30 00:00:00.0000 UT

Step-size : 1440 minutes

Target pole/equ : IAU_SATURN {West-longitude positive}

Target radii : 60268.0 x 60268.0 x 54364.0 km {Equator, meridian, pole}

Center geodetic : 321.358700, -4.2883600, 0.1300000 {E-lon(deg), Lat(deg), Alt(km)}

Center cylindric: 321.358700, 6360.52910, -473.7583 {E-lon(deg), Dxy(km), Dz(km)}

Center pole/equ : ITRF93 {East-longitude positive}

Center radii : 6378.1 x 6378.1 x 6356.8 km {Equator, meridian, pole}

Target primary : Sun (R_eq= 696000.000) km

Vis. interferer : MOON (R_eq= 1737.400) km {source: DE441}

Rel. light bend : Sun {source: DE441}

Rel. lght bnd GM: 1.3271E+11 km³/s²

Atmos refraction: NO (AIRLESS)

RA format : HMS

Time format : CAL

EOP file : eop.221215.p230310

EOP coverage : DATA-BASED 1962-JAN-20 TO 2022-DEC-15. PREDICTS-> 2023-MAR-09

Units conversion: 1 au= 149597870.700 km, c= 299792.458 km/s, 1 day= 86400.0 s

Table cut-offs 1: Elevation (-90.0deg=NO), Airmass (>38.000=NO), Daylight (NO)

Table cut-offs 2: Solar elongation (0.0,180.0=NO), Local Hour Angle(0.0=NO)

Table cut-offs 3: RA/DEC angular rate (0.0=NO)

Table format : Comma Separated Values (spreadsheet)

Date__(UT)__HR:MN, APmag, Sbrr, SN.ang, SN.dist, S-O-T, /r

2000-Nov-20 00:00, "-0,374", 5892, 178.11, 0.05, 177.6298, /L
2001-Dec-04 00:00, "-0,487", 5789, 183.87, 0.04, 178.0766, /T
2002-Dec-18 00:00, "-0,541", 5742, 188.39, 0.03, 178.6554, /T
2004-Jan-01 00:00, "-0,53", 5756, 190.82, 0.01, 179.3164, /T
2005-Jan-14 00:00, "-0,448", 5835, 70.83, 0.00, 179.9589, /T
2006-Jan-28 00:00, "-0,257", 6018, 15.57, 0.01, 179.3142, /L
2007-Feb-11 00:00, "-0,028", 6234, 11.08, 0.03, 178.6713, /L
2008-Feb-24 00:00, "0,224", 6469, 36.96, 0.04, 178.1038, /L
2009-Mar-09 00:00, "0,486", 6706, 20.01, 0.04, 177.7229, /L
2010-Mar-22 00:00, "0,514", 6706, 25.46, 0.05, 177.4311, /L

2011-Apr-04 00:00,"0,375",6536, 24.01, 0.05, 177.2646,/L
2012-Apr-16 00:00,"0,252",6382, 17.36, 0.05, 177.2182,/L
2013-Apr-28 00:00,"0,147",6247, 27.76, 0.05, 177.2910,/L
2014-May-11 00:00,"0,062",6136, 11.31, 0.04, 177.5054,/L
2015-May-23 00:00,"-0,002",6051, 14.94, 0.04, 177.8142,/L 2016-
Jun-03 00:00,"-0,042",5997, 18.03, 0.03, 178.1747,/L 2017-Jun-15
00:00,"-0,058",5973, 22.83, 0.02, 178.5762,/L 2018-Jun-28
00:00,"-0,05",5981, 333.04, 0.02, 179.0377,/T
2019-Jul-09 00:00,"-0,005",6032, 60.94, 0.01, 179.1995,/L 2020-
Jul-21 00:00,"0,052",6103, 168.83, 0.00, 179.7582,/T
2021-Aug-02 00:00,"0,167",6238, 141.28, 0.01, 179.1750,/L
2022-Aug-15 00:00,"0,294",6390, 171.11, 0.02, 178.6636,/L
2023-Aug-27 00:00,"0,432",6555, 145.05, 0.03, 178.1808,/L
2024-Sep-08 00:00,"0,575",6728, 150.25, 0.04, 177.7990,/L
2025-Sep-21 00:00,"0,583",6765, 149.37, 0.05, 177.4771,/L
2026-Oct-05 00:00,"0,331",6539, 166.41, 0.05, 177.2388,/L
2027-Oct-18 00:00,"0,088",6319, 156.79, 0.05, 177.2164,/L
2028-Oct-31 00:00,"-0,131",6120, 166.12, 0.05, 177.2804,/L 2029-
Nov-14 00:00,"-0,315",5951, 173.07, 0.05, 177.4959,/L 2030-Nov-28
00:00,"-0,453",5825, 178.27, 0.04, 177.8789,/L 2031-Dec-12
00:00,"-0,535",5751, 181.60, 0.03, 178.4064,/T 2032-Dec-25
00:00,"-0,552",5737, 180.86, 0.02, 179.0324,/T 2034-Jan-08
00:00,"-0,501",5787, 158.77, 0.01, 179.6861,/L 2035-Jan-22
00:00,"-0,353",5929, 42.36, 0.01, 179.5825,/L 2036-Feb-05
00:00,"-0,139",6132, 24.60, 0.02, 178.9601,/L 2037-Feb-18
00:00,"0,107",6360, 15.50, 0.03, 178.3697,/L
2038-Mar-03 00:00,"0,369",6600, 34.70, 0.04, 177.8701,/L
2039-Mar-17 00:00,"0,584",6787, 16.77, 0.04, 177.5245,/L
2040-Mar-29 00:00,"0,44",6613, 19.05, 0.05, 177.3124,/L
2041-Apr-11 00:00,"0,309",6451, 15.20, 0.05, 177.2055,/L
2042-Apr-23 00:00,"0,194",6305, 27.88, 0.05, 177.2477,/L
2043-May-06 00:00,"0,097",6182, 13.98, 0.04, 177.4137,/L
2044-May-17 00:00,"0,022",6084, 19.61, 0.04, 177.6694,/L
2045-May-29 00:00,"-0,03",6016, 24.11, 0.03, 177.9700,/L
2046-Jun-11 00:00,"-0,061",5976, 353.10, 0.03, 178.4069,/T 2047-
Jun-23 00:00,"-0,068",5967, 351.75, 0.02, 178.9117,/T 2048-Jul-04
00:00,"-0,049",5990, 357.13, 0.01, 179.4530,/T 2049-Jul-16
00:00,"0,002",6052, 80.37, 0.00, 179.8330,/L
2050-Jul-28 00:00,"0,108",6176, 122.38, 0.01, 179.2801,/L
2051-Aug-10 00:00,"0,227",6317, 166.46, 0.02, 178.9006,/L
2052-Aug-21 00:00,"0,363",6479, 141.42, 0.03, 178.3455,/L
2053-Sep-03 00:00,"0,506",6650, 149.87, 0.04, 177.9570,/L
2054-Sep-16 00:00,"0,655",6826, 150.78, 0.04, 177.6023,/L
2055-Sep-29 00:00,"0,436",6634, 146.82, 0.05, 177.3265,/L
2056-Oct-12 00:00,"0,191",6412, 160.86, 0.05, 177.2228,/L
2057-Oct-25 00:00,"-0,037",6203, 149.00, 0.05, 177.2065,/L 2058-
Nov-08 00:00,"-0,236",6020, 155.51, 0.05, 177.4009,/L 2059-Nov-
22 00:00,"-0,393",5875, 159.30, 0.04, 177.7229,/L 2060-Dec-05
00:00,"-0,498",5779, 159.77, 0.04, 178.1630,/L 2061-Dec-19
00:00,"-0,541",5742, 153.37, 0.03, 178.6633,/L 2063-Jan-03
00:00,"-0,52",5765, 216.24, 0.01, 179.2969,/T
2064-Jan-17 00:00,"-0,42",5862, 303.98, 0.01, 179.6691,/T
2065-Jan-30 00:00,"-0,23",6044, 355.72, 0.02, 179.1522,/T
2066-Feb-12 00:00,"0,003",6263, 42.92, 0.03, 178.5113,/L
2067-Feb-26 00:00,"0,255",6496, 26.97, 0.04, 178.0869,/L
2068-Mar-10 00:00,"0,518",6735, 37.53, 0.04, 177.6221,/L
2069-Mar-23 00:00,"0,498",6686, 39.86, 0.05, 177.3070,/L
2070-Apr-06 00:00,"0,361",6518, 15.05, 0.05, 177.2213,/L
2071-Apr-18 00:00,"0,24",6365, 29.32, 0.05, 177.2128,/L
2072-Apr-30 00:00,"0,137",6233, 16.85, 0.04, 177.3377,/L
2073-May-12 00:00,"0,054",6125, 23.01, 0.04, 177.5372,/L
2074-May-25 00:00,"-0,006",6045, 0.20, 0.04, 177.8182,/T 2075-
Jun-06 00:00,"-0,045",5992, 359.59, 0.03, 178.2390,/T 2076-Jun-
17 00:00,"-0,06",5970, 358.90, 0.02, 178.7108,/T
2077-Jun-29 00:00,"-0,051",5979, 2.08, 0.01, 179.2221,/T 2078-
Jul-11 00:00,"-0,015",6023, 35.76, 0.00, 179.7057,/L 2079-Jul-23
00:00,"0,071",6124, 111.05, 0.01, 179.4904,/L
2080-Aug-04 00:00,"0,182",6255, 178.08, 0.01, 179.1005,/T
2081-Aug-16 00:00,"0,31",6408, 149.65, 0.02, 178.6135,/L

```

2082-Aug-29 00:00,"0,448",6574, 161.21, 0.03, 178.1520,/L
2083-Sep-11 00:00,"0,592",6748, 162.96, 0.04, 177.7404,/L
2084-Sep-23 00:00,"0,556",6740, 160.06, 0.05, 177.4476,/L
2085-Oct-06 00:00,"0,303",6514, 153.69, 0.05, 177.2684,/L
2086-Oct-20 00:00,"0,063",6297, 165.87, 0.05, 177.1926,/L
2087-Nov-02 00:00,"-0,154",6099, 152.16, 0.05, 177.2904,/L
2088-Nov-15 00:00,"-0,334",5934, 157.15, 0.05, 177.5533,/L
2089-Nov-29 00:00,"-0,466",5813, 158.87, 0.04, 177.9400,/L
2090-Dec-13 00:00,"-0,538",5748, 155.36, 0.03, 178.4117,/L
2091-Dec-28 00:00,"-0,548",5741, 203.76, 0.02, 179.0359,/T
2093-Jan-09 00:00,"-0,469",5819, 111.36, 0.02, 179.1344,/L
2094-Jan-24 00:00,"-0,332",5950, 355.93, 0.01, 179.4774,/T
2095-Feb-07 00:00,"-0,113",6157, 5.06, 0.02, 178.8356,/L
2096-Feb-20 00:00,"0,135",6387, 38.56, 0.03, 178.2486,/L
2097-Mar-05 00:00,"0,397",6626, 23.15, 0.04, 177.8502,/L
2098-Mar-18 00:00,"0,566",6767, 31.00, 0.05, 177.4980,/L
2099-Mar-31 00:00,"0,424",6594, 31.24, 0.05, 177.2859,/L
2100-Apr-13 00:00,"0,295",6433, 26.30, 0.05, 177.2265,/L
2101-Apr-26 00:00,"0.183",6291, 16.41, 0.05, 177.2766,/L
*****

```

Column meaning:

TIME

Times PRIOR to 1962 are UT1, a mean-solar time closely related to the prior but now-deprecated GMT. Times AFTER 1962 are in UTC, the current civil or "wall-clock" time-scale. UTC is kept within 0.9 seconds of UT1 using integer leap-seconds for 1972 and later years.

Conversion from the internal Barycentric Dynamical Time (TDB) of solar system dynamics to the non-uniform civil UT time-scale requested for output has not been determined for UTC times after the next July or January 1st. Therefore, the last known leap-second is used as a constant over future intervals.

Time tags refer to the UT time-scale conversion from TDB on Earth regardless of observer location within the solar system, although clock rates may differ due to the local gravity field and no analog to "UT" may be defined for that location.

Any 'b' symbol in the 1st-column denotes a B.C. date. First-column blank (" ") denotes an A.D. date. Calendar dates prior to 1582-Oct-15 are in the Julian calendar system. Later calendar dates are in the Gregorian system.

NOTE: "n.a." in output means quantity "not available" at the print-time.

SOLAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

Time tag is followed by a blank, then a solar-presence symbol:

'*' Daylight (refracted solar upper-limb on or above apparent horizon)
 'C' Civil twilight/dawn
 'N' Nautical twilight/dawn
 'A' Astronomical twilight/dawn
 '' Night OR geocentric ephemeris

LUNAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

The solar-presence symbol is immediately followed by a lunar-presence symbol:

'm' Refracted upper-limb of Moon on or above apparent horizon
 '' Refracted upper-limb of Moon below apparent horizon OR geocentric ephemeris

'APmag, S-brt,' =

Saturn's approximate apparent visual magnitude and surface brightness. The value includes the ring system when the solar phase angle of the observer is less than 6.5 degrees (typical when observed from Earth) AND effective ring inclination is less than 27 degrees. Otherwise, the value is that of the globe only (no rings). An "n.a." will be output if outside the range of phase-angles for which the model is valid.

For Earth-based observers, the estimated dimming due to atmospheric absorption (extinction) is available as a separate, requestable quantity.

Surface brightness is the average airless visual magnitude of a square-arcsecond of the illuminated portion of the apparent disk.

MAGNITUDES & MAGNITUDES PER SQUARE ARCSECOND

'SN.ang, SN.dist,' =

Targets' apparent sub-solar point position angle (counter-clockwise with respect to the direction of the true-of-date reference-frame north-pole) and its angular distance from the sub-observer point (center of disk) at print time. A negative distance indicates the sub-solar point is on the hidden hemisphere. Units: DEGREES and ARCSECONDS

'S-O-T,/r,' =

Sun-Observer-Target apparent SOLAR ELONGATION ANGLE seen from the observers' location at print-time.

The '/r' column provides a code indicating the targets' apparent position relative to the Sun in the observers' sky, as described below:

Case A: For an observing location on the surface of a rotating body, that body rotational sense is considered:

/T indicates target TRAILS Sun (evening sky: rises and sets AFTER Sun)

/L indicates target LEADS Sun (morning sky: rises and sets BEFORE Sun)

Case B: For an observing point that does not have a rotational model (such as a spacecraft), the "leading" and "trailing" condition is defined by the observers' heliocentric ORBITAL motion:

* If continuing in the observers' current direction of heliocentric motion would encounter the targets' apparent longitude first, followed by the Sun's, the target LEADS the Sun as seen by the observer.

* If the Sun's apparent longitude would be encountered first, followed by the targets', the target TRAILS the Sun.

Two other codes can be output:

/* indicates observer is Sun-centered (undefined)

/? Target is aligned with Sun center (no lead or trail)

The S-O-T solar elongation angle is numerically the minimum separation angle of the Sun and target in the sky in any direction. It does NOT indicate the amount of separation in the leading or trailing directions, which would be defined along the equator of a spherical coordinate system.

Units: DEGREES

'S-T-O,' =

The Sun-Target-Observer angle; the interior vertex angle at target center formed by a vector from the target to the apparent center of the Sun (at reflection time on the target) and the apparent vector from target to the observer at print-time. Slightly different from true PHASE ANGLE (requestable separately) at the few arcsecond level in that it includes stellar aberration on the down-leg from target to observer. Units: DEGREES

Computations by ...

Solar System Dynamics Group, Horizons On-Line Ephemeris System
4800 Oak Grove Drive, Jet Propulsion Laboratory
Pasadena, CA 91109 USA

General site: <https://ssd.jpl.nasa.gov/>

Mailing list: https://ssd.jpl.nasa.gov/email_list.html

System news : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/news.html>

User Guide : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/manual.html>

Connect : browser <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/x>
API <https://ssd-api.jpl.nasa.gov/doc/horizons.html>
command-line telnet ssd.jpl.nasa.gov 6775
e-mail/batch https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/hrzn_batch.txt
scripts <https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/SCRIPTS>
Author : Jon.D.Giorgini@jpl.nasa.gov

Revised: September 30, 2021 Uranus 799

PHYSICAL DATA:

Mass $\times 10^{24}$ (kg) = 86.813 Density (g/cm³) = 1.271
Equat. radius (1 bar) = 25559+-4 km Polar radius (km) = 24973+-20
Vol. Mean Radius (km) = 25362+-12 Flattening = 0.02293
Geometric Albedo = 0.51
Sid. rot. period (III) = 17.24+-0.01 h Sid. rot. rate (rad/s) = -0.000101237
Mean solar day, h = ~17.24 Rocky core mass (Mc/M) = 0.0012
GM (km³/s²) = 5793951.256 GM 1-sigma (km³/s²) = +-4.3
Equ. grav, ge (m/s²) = 8.87 Pol. grav, gp (m/s²) = 9.19+-0.02
Visual magnitude V(1,0) = -7.11
Vis. mag. (opposition) = +5.52 Obliquity to orbit = 97.77 deg
Sidereal orbit period = 84.0120465 y Sidereal orbit period = 30685.4 d
Mean daily motion = 0.01176904 dg/d Mean orbit velocity = 6.8 km/s
Atmos. temp. (1 bar) = 76+-2 K Escape speed, km/s = 21.3
Aroche(ice)/Rp = 2.20 Hill's sphere rad., Rp = 2700
Perihelion Aphelion Mean
Solar Constant (W/m²) 4.09 3.39 3.71
Maximum Planetary IR (W/m²) 0.72 0.55 0.63
Minimum Planetary IR (W/m²) 0.72 0.55 0.63

Ephemeris / WWW_USER Sat Dec 24 09:37:01 2022 Pasadena, USA / Horizons

Target body name: Uranus (799) {source: ura116}

Center body name: Earth (399) {source: ura116}

Center-site name: (user defined site below)

Start time : A.D. 2000-Jan-01 00:00:00.0000 UT

Stop time : A.D. 2195-Dec-30 00:00:00.0000 UT

Step-size : 1440 minutes

Target pole/equ : IAU_URANUS {East-longitude positive}

Target radii : 25559.0 x 25559.0 x 24973.0 km {Equator, meridian, pole}

Center geodetic : 321.358700, -4.2883600, 0.1300000 {E-lon(deg), Lat(deg), Alt(km)}

Center cylindric: 321.358700, 6360.52910, -473.7583 {E-lon(deg), Dxy(km), Dz(km)}

Center pole/equ : ITRF93 {East-longitude positive}

Center radii : 6378.1 x 6378.1 x 6356.8 km {Equator, meridian, pole}

Target primary : Sun (R_eq= 696000.000) km

Vis. interferer : MOON (R_eq= 1737.400) km {source: ura116}

Rel. light bend : Sun {source: ura116}

Rel. lght bnd GM: 1.3271E+11 km³/s²

Atmos refraction: NO (AIRLESS)

RA format : HMS

Time format : CAL

EOP file : eop.221222.p230317

EOP coverage : DATA-BASED 1962-JAN-20 TO 2022-DEC-22. PREDICTS-> 2023-MAR-16

Units conversion: 1 au= 149597870.700 km, c= 299792.458 km/s, 1 day= 86400.0 s

Table cut-offs 1: Elevation (-90.0deg=NO), Airmass (>38.000=NO), Daylight (YES)

Table cut-offs 2: Solar elongation (0.0,180.0=NO), Local Hour Angle(0.0=NO)

Table cut-offs 3: RA/DEC angular rate (0.0=NO)

Table format : Comma Separated Values (spreadsheet)

Date__(UT)__HR:MN, , APmag, Sbrt, SN.ang, SN.dist, S-O-T,/r

2000-Aug-11 00:00,m, "5,750",8336, 136.57, 0.00, 179.2294,/L

2001-Aug-16 00:00, , "5,761",8345, 177.79, 0.00, 179.1606,/T

2002-Aug-20 00:00,m, "5,771",8353, 148.05, 0.00, 179.2207,/L

2003-Aug-24 00:00, , "5,780",8360, 124.57, 0.00, 179.1022,/L

2004-Aug-28 00:00,m, "5,788",8366, 165.27, 0.00, 179.1664,/L

2005-Sep-01 00:00, , "5,796",8372, 140.41, 0.00, 179.1795,/L

2006-Sep-05 00:00,m, "5,802",8378, 121.67, 0.00, 179.0655,/L

2007-Sep-10 00:00, , "5,808",8383, 163.54, 0.00, 179.1584,/L

2008-Sep-13 00:00,m, "5,807",8381, 141.02, 0.00, 179.1857,/L

2009-Sep-17 00:00, , "5,804",8377, 122.64, 0.00, 179.1006,/L

2010-Sep-22 00:00,m	"5,799",8373, 168.63, 0.00, 179.1589,/L	2011-Sep-26 00:00, ,	"5,794",8367, 146.27, 0.00, 179.2284,/L
2012-Sep-29 00:00,m	"5,786",8361, 126.45, 0.00, 179.1870,/L	2013-Oct-04 00:00, ,	"5,778",8354, 178.54, 0.00, 179.1607,/T
2014-Oct-08 00:00,m	"5,769",8346, 157.24, 0.00, 179.2873,/L	2015-Oct-12 00:00, ,	"5,759",8338, 133.98, 0.00, 179.3093,/L
2016-Oct-15 00:00,m	"5,748",8329, 115.36, 0.00, 179.2130,/L	2017-Oct-20 00:00, ,	"5,736",8320, 172.52, 0.00, 179.3403,/T
2018-Oct-24 00:00,m	"5,724",8311, 143.23, 0.00, 179.4389,/L	2019-Oct-28 00:00, ,	"5,711",8301, 117.06, 0.00, 179.3705,/L
2020-Nov-01 00:00,m	"5,697",8291, 186.47, 0.00, 179.4127,/T	2021-Nov-05 00:00, ,	"5,683",8280, 145.41, 0.00, 179.5772,/L
2022-Nov-09 00:00,m	"5,668",8270, 110.30, 0.00, 179.4760,/L	2023-Nov-14 00:00, ,	"5,652",8259, 191.43, 0.00, 179.5699,/T
2024-Nov-17 00:00,m	"5,635",8247, 122.57, 0.00, 179.7100,/L	2025-Nov-22 00:00, ,	"5,617",8236, 228.88, 0.00, 179.4538,/T
2026-Nov-26 00:00,m	"5,599",8225, 142.91, 0.00, 179.8425,/T	2027-Nov-30 00:00, ,	"5,581",8213, 89.98, 0.00, 179.5771,/L
2028-Dec-04 00:00,m	"5,563",8203, 215.65, 0.00, 179.8444,/T	2029-Dec-08 00:00, ,	"5,545",8193, 80.25, 0.00, 179.6354,/L
2030-Dec-13 00:00,m	"5,529",8186, 343.63, 0.00, 179.8234,/T	2031-Dec-17 00:00, ,	"5,515",8180, 71.91, 0.00, 179.5519,/L
2032-Dec-21 00:00,m	"5,502",8176, 22.85, 0.00, 179.7796,/T	2033-Dec-26 00:00,m	"5,490",8172, 311.25, 0.00, 179.4588,/T
2034-Dec-30 00:00, ,	"5,478",8169, 48.35, 0.00, 179.6044,/L	2036-Jan-04 00:00,m	"5,467",8167, 1.67, 0.00, 179.5768,/T
2037-Jan-08 00:00, ,	"5,455",8165, 329.66, 0.00, 179.3456,/T	2038-Jan-12 00:00,m	"5,445",8163, 49.43, 0.00, 179.4154,/L
2039-Jan-17 00:00, ,	"5,434",8162, 28.43, 0.00, 179.4447,/L	2040-Jan-22 00:00,m	"5,424",8161, 6.96, 0.00, 179.3721,/T
2041-Jan-26 00:00, ,	"5,415",8160, 352.97, 0.00, 179.2551,/T	2042-Jan-30 00:00,m	"5,407",8161, 58.86, 0.00, 179.1460,/L
2043-Feb-04 00:00, ,	"5,400",8161, 51.93, 0.00, 179.1914,/L	2044-Feb-09 00:00,m	"5,394",8162, 45.48, 0.00, 179.2094,/L
2045-Feb-13 00:00, ,	"5,390",8164, 40.64, 0.00, 179.2086,/L	2046-Feb-18 00:00,m	"5,387",8166, 37.20, 0.00, 179.2001,/L
2047-Feb-23 00:00, ,	"5,385",8168, 35.55, 0.00, 179.1898,/L	2048-Feb-28 00:00,m	"5,385",8172, 34.92, 0.00, 179.1827,/L
2049-Mar-04 00:00, ,	"5,387",8175, 36.30, 0.00, 179.1780,/L	2050-Mar-09 00:00,m	"5,389",8178, 38.83, 0.00, 179.1770,/L
2051-Mar-14 00:00, ,	"5,385",8174, 41.96, 0.00, 179.1780,/L	2052-Mar-18 00:00,m	"5,382",8170, 46.27, 0.00, 179.1775,/L
2053-Mar-23 00:00, ,	"5,380",8166, 50.86, 0.00, 179.1754,/L	2054-Mar-28 00:00, ,	"5,379",8162, 55.64, 0.00, 179.1693,/L
2055-Apr-02 00:00,m	"5,380",8159, 60.08, 0.00, 179.1631,/L	2056-Apr-07 00:00, ,	"5,382",8156, 351.60, 0.00, 179.1352,/T
2057-Apr-12 00:00,m	"5,385",8154, 353.91, 0.00, 179.2069,/T	2058-Apr-17 00:00, ,	"5,389",8152, 356.37, 0.00, 179.2798,/T
2059-Apr-22 00:00,m	"5,395",8151, 357.26, 0.00, 179.3422,/T	2060-Apr-26 00:00, ,	"5,403",8151, 358.63, 0.00, 179.4097,/T
2061-May-01 00:00,m	"5,411",8151, 358.33, 0.00, 179.4697,/T	2062-May-06 00:00, ,	"5,421",8152, 356.04, 0.00, 179.5236,/T
2063-May-11 00:00,m	"5,431",8154, 351.10, 0.00, 179.5694,/T	2064-May-15 00:00, ,	"5,442",8156, 342.66, 0.00, 179.6032,/T
2065-May-20 00:00,m	"5,454",8158, 328.64, 0.00, 179.6135,/T	2066-May-25 00:00, ,	"5,466",8162, 310.42, 0.00, 179.5886,/T
2067-May-30 00:00,m	"5,479",8165, 292.95, 0.00, 179.5218,/T	2068-Jun-02 00:00, ,	"5,491",8170, 94.89, 0.00, 179.5782,/L
2069-Jun-07 00:00,m	"5,506",8176, 101.14, 0.00, 179.7137,/L	2070-Jun-12 00:00, ,	"5,522",8184, 118.17, 0.00, 179.8535,/L
2071-Jun-17 00:00,m	"5,539",8194, 172.30, 0.00, 179.8119,/T	2072-Jun-21 00:00,m	"5,557",8205, 222.33, 0.00, 179.6059,/T
2073-Jun-25 00:00, ,	"5,576",8216, 115.97, 0.00, 179.5030,/L	2074-Jun-30 00:00,m	"5,595",8228, 141.23, 0.00, 179.6440,/L
2075-Jul-05 00:00, ,	"5,614",8240, 185.95, 0.00, 179.5599,/T	2076-Jul-08 00:00,m	"5,632",8252, 120.56, 0.00, 179.3718,/L
2077-Jul-13 00:00, ,	"5,650",8264, 148.65, 0.00, 179.5024,/L	2078-Jul-18 00:00,m	"5,667",8275, 190.25, 0.00, 179.3709,/T
2079-Jul-22 00:00, ,	"5,683",8287, 135.11, 0.00, 179.3688,/L		

2080-Jul-26 00:00,m, "5,698",8298, 173.38, 0.00, 179.3491,/T 2081-Jul-30 00:00, , "5,713",8308, 130.96, 0.00, 179.2707,/L 2082-Aug-04 00:00,m, "5,726",8318, 169.02, 0.00, 179.2862,/L 2083-Aug-08 00:00, , "5,738",8327, 132.92, 0.00, 179.2280,/L 2084-Aug-12 00:00,m, "5,750",8336, 172.91, 0.00, 179.2078,/T 2085-Aug-16 00:00, , "5,761",8345, 140.86, 0.00, 179.2209,/L 2086-Aug-21 00:00,m, "5,771",8353, 182.90, 0.00, 179.0925,/T 2087-Aug-25 00:00, , "5,780",8360, 155.23, 0.00, 179.2003,/L 2088-Aug-28 00:00,m, "5,789",8367, 130.91, 0.00, 179.1426,/L 2089-Sep-02 00:00, , "5,796",8373, 174.11, 0.00, 179.1094,/T 2090-Sep-06 00:00,m, "5,803",8378, 150.22, 0.00, 179.1848,/L 2091-Sep-10 00:00, , "5,808",8383, 128.60, 0.00, 179.1283,/L 2092-Sep-14 00:00,m, "5,808",8381, 174.02, 0.00, 179.1075,/T 2093-Sep-18 00:00, , "5,804",8377, 151.69, 0.00, 179.1991,/L 2094-Sep-22 00:00,m, "5,799",8373, 130.94, 0.00, 179.1755,/L 2095-Sep-27 00:00, , "5,793",8367, 180.09, 0.00, 179.1031,/T 2096-Sep-30 00:00,m, "5,785",8360, 159.66, 0.00, 179.2334,/L 2097-Oct-04 00:00, , "5,777",8353, 137.91, 0.00, 179.2659,/L 2098-Oct-08 00:00,m, "5,768",8346, 119.52, 0.00, 179.1905,/L 2099-Oct-13 00:00, , "5,758",8337, 173.87, 0.00, 179.2620,/T 2100-Oct-17 00:00,m, "5,747",8329, 149.42, 0.00, 179.3688,/L 2101-Oct-21 00:00, , "5,735",8320, 124.80, 0.00, 179.3461,/L 2102-Oct-26 00:00,m, "5,723",8310, 189.79, 0.00, 179.2890,/T 2103-Oct-30 00:00, , "5,710",8301, 160.15, 0.00, 179.4760,/L 2104-Nov-02 00:00,m, "5,697",8290, 125.14, 0.00, 179.4906,/L 2105-Nov-07 00:00, , "5,682",8280, 202.85, 0.00, 179.3681,/T 2106-Nov-11 00:00,m, "5,667",8269, 160.00, 0.00, 179.6234,/L 2107-Nov-15 00:00, , "5,650",8258, 111.58, 0.00, 179.5772,/L 2108-Nov-19 00:00,m, "5,633",8247, 208.33, 0.00, 179.5644,/T 2109-Nov-23 00:00, , "5,615",8235, 122.19, 0.00, 179.7919,/L 2110-Nov-27 00:00,m, "5,597",8224, 91.48, 0.00, 179.4608,/L 2111-Dec-02 00:00, , "5,579",8213, 133.37, 0.00, 179.8973,/T 2112-Dec-05 00:00,m, "5,561",8202, 84.60, 0.00, 179.5753,/L 2113-Dec-10 00:00, , "5,544",8193, 5.16, 0.00, 179.8723,/T 2114-Dec-14 00:00,m, "5,528",8185, 75.63, 0.00, 179.5600,/L 2115-Dec-19 00:00, , "5,514",8180, 20.58, 0.00, 179.8219,/T 2116-Dec-23 00:00,m, "5,502",8176, 300.92, 0.00, 179.4365,/T 2117-Dec-27 00:00, , "5,490",8172, 43.21, 0.00, 179.6856,/L 2118-Dec-31 00:00,m, "5,478",8169, 73.68, 0.00, 179.1253,/L 2119-Jan-01 00:00,m, "5,478",8169, 343.26, 0.00, 179.5661,/T 2120-Jan-05 00:00,m, "5,466",8167, 60.71, 0.00, 179.3992,/L 2121-Jan-09 00:00, , "5,455",8165, 37.01, 0.00, 179.5222,/L 2122-Jan-14 00:00,m, "5,444",8163, 5.89, 0.00, 179.4629,/T 2123-Jan-19 00:00, , "5,434",8162, 344.12, 0.00, 179.3006,/T 2124-Jan-23 00:00,m, "5,424",8161, 54.71, 0.00, 179.2635,/L 2125-Jan-27 00:00, , "5,415",8160, 42.49, 0.00, 179.3131,/L 2126-Feb-01 00:00,m, "5,407",8160, 30.02, 0.00, 179.3090,/L 2127-Feb-06 00:00, , "5,400",8161, 20.17, 0.00, 179.2710,/L 2128-Feb-11 00:00,m, "5,394",8162, 12.27, 0.00, 179.2196,/L 2129-Feb-15 00:00, , "5,390",8164, 7.90, 0.00, 179.1723,/T 2130-Feb-20 00:00,m, "5,388",8166, 5.16, 0.00, 179.1333,/T 2131-Feb-25 00:00, , "5,386",8169, 3.91, 0.00, 179.1064,/T 2132-Mar-01 00:00,m, "5,386",8172, 4.28, 0.00, 179.0960,/T 2133-Mar-06 00:00, , "5,388",8176, 6.00, 0.00, 179.1018,/T 2134-Mar-11 00:00,m, "5,390",8178, 8.46, 0.00, 179.1178,/L 2135-Mar-16 00:00, , "5,385",8174, 11.90, 0.00, 179.1444,/L 2136-Mar-20 00:00,m, "5,382",8170, 16.03, 0.00, 179.1769,/L 2137-Mar-25 00:00, , "5,380",8166, 20.82, 0.00, 179.2126,/L 2138-Mar-30 00:00,m, "5,379",8162, 26.14, 0.00, 179.2494,/L 2139-Apr-04 00:00,m, "5,379",8159, 30.89, 0.00, 179.2841,/L 2140-Apr-08 00:00, , "5,381",8156, 36.83, 0.00, 179.3179,/L 2141-Apr-13 00:00,m, "5,385",8154, 42.16, 0.00, 179.3493,/L 2142-Apr-18 00:00, , "5,389",8152, 47.28, 0.00, 179.3790,/L 2143-Apr-23 00:00,m, "5,396",8151, 51.86, 0.00, 179.4097,/L 2144-Apr-27 00:00, , "5,403",8151, 56.64, 0.00, 179.4379,/L 2145-May-02 00:00,m, "5,412",8151, 60.49, 0.00, 179.4730,/L 2146-May-07 00:00, , "5,421",8152, 64.27, 0.00, 179.5100,/L 2147-May-12 00:00,m, "5,432",8154, 67.19, 0.00, 179.5591,/L 2148-May-16 00:00, , "5,443",8156, 70.47, 0.00, 179.6122,/L

```

2149-May-21 00:00,m,"5,454",8158,73.09,0.00,179.6823,/L
2150-May-26 00:00,,"5,466",8161,75.38,0.00,179.7751,/L
2151-May-31 00:00,m,"5,478",8165,78.98,0.00,179.8826,/L
2152-Jun-04 00:00,,"5,491",8170,90.04,0.00,179.9738,/T
2153-Jun-09 00:00,m,"5,505",8175,229.65,0.00,179.8211,/T
2154-Jun-14 00:00,,"5,521",8184,246.74,0.00,179.6326,/T
2155-Jun-18 00:00,m,"5,539",8193,108.51,0.00,179.5231,/L
2156-Jun-22 00:00,,"5,557",8204,124.88,0.00,179.6866,/L
2157-Jun-27 00:00,,"5,576",8216,164.29,0.00,179.7032,/T
2158-Jul-02 00:00,m,"5,595",8228,209.23,0.00,179.5051,/T
2159-Jul-06 00:00,,"5,614",8240,125.45,0.00,179.4798,/L
2160-Jul-10 00:00,m,"5,632",8252,158.69,0.00,179.5473,/L
2161-Jul-15 00:00,,"5,650",8264,198.21,0.00,179.3684,/T
2162-Jul-19 00:00,m,"5,667",8275,137.63,0.00,179.4151,/L
2163-Jul-24 00:00,,"5,683",8287,175.56,0.00,179.3759,/T
2164-Jul-27 00:00,m,"5,698",8298,129.88,0.00,179.2887,/L
2165-Aug-01 00:00,,"5,713",8308,166.08,0.00,179.3218,/L
2166-Aug-05 00:00,m,"5,726",8318,129.53,0.00,179.2245,/L
2167-Aug-10 00:00,,"5,739",8328,166.99,0.00,179.2530,/L
2168-Aug-13 00:00,m,"5,751",8337,134.41,0.00,179.2097,/L
2169-Aug-18 00:00,,"5,762",8345,175.32,0.00,179.1626,/T
2170-Aug-22 00:00,m,"5,772",8353,145.91,0.00,179.2111,/L
2171-Aug-26 00:00,,"5,782",8361,122.89,0.00,179.0811,/L
2172-Aug-30 00:00,m,"5,791",8368,162.66,0.00,179.1689,/L
2173-Sep-03 00:00,,"5,798",8374,137.84,0.00,179.1687,/L
2174-Sep-08 00:00,m,"5,805",8379,181.85,0.00,179.0421,/T
2175-Sep-12 00:00,,"5,811",8384,159.51,0.00,179.1697,/L
2176-Sep-15 00:00,m,"5,810",8382,137.13,0.00,179.1764,/L
2177-Sep-19 00:00,,"5,806",8378,119.56,0.00,179.0716,/L
2178-Sep-24 00:00,m,"5,800",8373,164.33,0.00,179.1817,/L
2179-Sep-28 00:00,,"5,794",8367,142.21,0.00,179.2302,/L
2180-Oct-01 00:00,m,"5,787",8361,123.82,0.00,179.1742,/L
2181-Oct-06 00:00,,"5,778",8354,176.03,0.00,179.1879,/T
2182-Oct-10 00:00,m,"5,769",8346,154.07,0.00,179.3029,/L
2183-Oct-14 00:00,,"5,759",8338,131.18,0.00,179.3090,/L
2184-Oct-17 00:00,m,"5,749",8330,113.43,0.00,179.1997,/L
2185-Oct-22 00:00,,"5,737",8321,169.19,0.00,179.3695,/T
2186-Oct-26 00:00,m,"5,725",8311,139.05,0.00,179.4486,/L
2187-Oct-30 00:00,,"5,712",8301,113.94,0.00,179.3533,/L
2188-Nov-03 00:00,m,"5,698",8291,182.30,0.00,179.4569,/T
2189-Nov-07 00:00,,"5,683",8281,137.95,0.00,179.5910,/L
2190-Nov-11 00:00,m,"5,668",8269,106.32,0.00,179.4402,/L
2191-Nov-16 00:00,,"5,651",8258,183.49,0.00,179.6256,/T
2192-Nov-19 00:00,m,"5,633",8247,115.44,0.00,179.6999,/L
2193-Nov-23 00:00,,"5,615",8235,92.77,0.00,179.3747,/L
2193-Nov-24 00:00,,"5,615",8235,228.82,0.00,179.5094,/T
2194-Nov-28 00:00,m,"5,597",8224,128.03,0.00,179.8735,/L
2195-Dec-02 00:00,,"5,579",8212,88.22,0.00,179.5465,/L
*****

```

Column meaning:

TIME

Times PRIOR to 1962 are UT1, a mean-solar time closely related to the prior but now-deprecated GMT. Times AFTER 1962 are in UTC, the current civil or "wall-clock" time-scale. UTC is kept within 0.9 seconds of UT1 using integer leap-seconds for 1972 and later years.

Conversion from the internal Barycentric Dynamical Time (TDB) of solar system dynamics to the non-uniform civil UT time-scale requested for output has not been determined for UTC times after the next July or January 1st. Therefore, the last known leap-second is used as a constant over future intervals.

Time tags refer to the UT time-scale conversion from TDB on Earth regardless of observer location within the solar system, although clock rates may differ due to the local gravity field and no analog to "UT" may be defined for that location.

Any 'b' symbol in the 1st-column denotes a B.C. date. First-column blank (" ") denotes an A.D. date. Calendar dates prior to 1582-Oct-15 are in the Julian calendar system. Later calendar dates are in the Gregorian system.

NOTE: "n.a." in output means quantity "not available" at the print-time.

SOLAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

Time tag is followed by a blank, then a solar-presence symbol:

'*' Daylight (refracted solar upper-limb on or above apparent horizon)

'C' Civil twilight/dawn

'N' Nautical twilight/dawn

'A' Astronomical twilight/dawn

' ' Night OR geocentric ephemeris

LUNAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

The solar-presence symbol is immediately followed by a lunar-presence symbol:

'm' Refracted upper-limb of Moon on or above apparent horizon

' ' Refracted upper-limb of Moon below apparent horizon OR geocentric ephemeris

'APmag, S-brt,' =

The targets' approximate apparent visual magnitude and surface brightness. For planets and natural satellites, output is restricted to solar phase angles covered by observational data. Outside the observed phase angle range, "n.a." may be output to avoid extrapolation beyond the limit of model validity.

For Earth-based observers, the estimated dimming due to atmospheric absorption (extinction) is available as a separate, requestable quantity.

Surface brightness is the average airless visual magnitude of a square-arcsecond of the illuminated portion of the apparent disk. It is computed only if the target radius is known.

Units: MAGNITUDES & MAGNITUDES PER SQUARE ARCSECOND

'SN.ang, SN.dist,' =

Targets' apparent sub-solar point position angle (counter-clockwise with respect to the direction of the true-of-date reference-frame north-pole) and its angular distance from the sub-observer point (center of disk) at print time. A negative distance indicates the sub-solar point is on the hidden hemisphere. Units: DEGREES and ARCSECONDS

'S-O-T./r,' =

Sun-Observer-Target apparent SOLAR ELONGATION ANGLE seen from the observers' location at print-time.

The '/r' column provides a code indicating the targets' apparent position relative to the Sun in the observers' sky, as described below:

Case A: For an observing location on the surface of a rotating body, that body rotational sense is considered:

/T indicates target TRAILS Sun (evening sky: rises and sets AFTER Sun)

/L indicates target LEADS Sun (morning sky: rises and sets BEFORE Sun)

Case B: For an observing point that does not have a rotational model (such as a spacecraft), the "leading" and "trailing" condition is defined by the observers' heliocentric ORBITAL motion:

* If continuing in the observers' current direction of heliocentric motion would encounter the targets' apparent longitude first, followed by the Sun's, the target LEADS the Sun as seen by the observer.

* If the Sun's apparent longitude would be encountered first, followed by the targets', the target TRAILS the Sun.

Two other codes can be output:

/* indicates observer is Sun-centered (undefined)
/? Target is aligned with Sun center (no lead or trail)

The S-O-T solar elongation angle is numerically the minimum separation angle of the Sun and target in the sky in any direction. It does NOT indicate the amount of separation in the leading or trailing directions, which would be defined along the equator of a spherical coordinate system.

Units: DEGREES

Computations by ...

Solar System Dynamics Group, Horizons On-Line Ephemeris System
4800 Oak Grove Drive, Jet Propulsion Laboratory
Pasadena, CA 91109 USA

General site: <https://ssd.jpl.nasa.gov/>

Mailing list: https://ssd.jpl.nasa.gov/email_list.html

System news : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/news.html>

User Guide : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/manual.html>

Connect : browser <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/x>

API <https://ssd-api.jpl.nasa.gov/doc/horizons.html>

command-line telnet ssd.jpl.nasa.gov 6775

e-mail/batch https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/hrzn_batch.txt scripts

<https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/SCRIPTS>

Author : Jon.D.Giorgini@jpl.nasa.gov

Revised: April 22, 2021 Neptune 899

PHYSICAL DATA (update 2021-May-03):

Mass $\times 10^{24}$ (kg) = 102.409 Density (g/cm³) = 1.638
Equat. radius (1 bar) = 24766 $\pm$ 15 km Volume, 10^{10} km³ = 6254
Vol. mean radius (km) = 24624 $\pm$ 21 Polar radius (km) = 24342 $\pm$ 30
Geometric Albedo = 0.41 Flattening = 0.0171
Sid. rot. period (III) = 16.11 $\pm$ 0.01 hr Sid. rot. rate (rad/s) = 0.000108338
Mean solar day, h = ~16.11 h
GM (km³/s²) = 6835099.97 GM 1-sigma (km³/s²) = $\pm$ 10
Equ. grav, ge (m/s²) = 11.15 Pol. grav, gp (m/s²) = 11.41 $\pm$ 0.03
Visual magnitude V(1,0) = -6.87
Vis. mag. (opposition) = +7.84 Obliquity to orbit = 28.32 deg
Sidereal orbit period = 164.788501027 y Sidereal orbit period = 60189 d
Mean daily motion = 0.006020076 dg/d Mean orbit velocity = 5.43 km/s
Atmos. temp. (1 bar) = 72 $\pm$ 2 K Escape speed (1 bar) = 23.5 km/s
Aroche(ice)/Rp = 2.98 Hill's sphere rad., Rp = 4700
Perihelion Aphelion Mean
Solar Constant (W/m²) 1.54 1.49 1.51
Maximum Planetary IR (W/m²) 0.52 0.52 0.52
Minimum Planetary IR (W/m²) 0.52 0.52 0.52

Ephemeris / WWW_USER Sat Dec 24 09:49:27 2022 Pasadena, USA / Horizons

Target body name: Neptune (899) {source: nep101_merged}

Center body name: Earth (399) {source: DE441}

Center-site name: (user defined site below)

Start time : A.D. 2000-Jan-01 00:00:00.0000 UT

Stop time : A.D. 2175-Dec-30 00:00:00.0000 UT

Step-size : 1440 minutes

Target pole/equ : IAU_NEPTUNE {West-longitude positive}

Target radii : 24764.0 x 24764.0 x 24341.0 km {Equator, meridian, pole}

Center geodetic : 321.358700, -4.2883600, 0.1300000 {E-lon(deg), Lat(deg), Alt(km)}

Center cylindric: 321.358700, 6360.52910, -473.7583 {E-lon(deg), Dxy(km), Dz(km)}

Center pole/equ : ITRF93 {East-longitude positive}

Center radii : 6378.1 x 6378.1 x 6356.8 km {Equator, meridian, pole}

Target primary : Sun (R_eq = 696000.000) km

Vis. interferer : MOON (R_eq = 1737.400) km {source: DE441}

Rel. light bend : Sun {source: DE441}

Rel. lght bnd GM: 1.3271E+11 km³/s²

Atmos refraction: NO (AIRLESS)

RA format : HMS

Time format : CAL

EOP file : eop.221222.p230317

EOP coverage : DATA-BASED 1962-JAN-20 TO 2022-DEC-22. PREDICTS-> 2023-MAR-16

Units conversion: 1 au = 149597870.700 km, c = 299792.458 km/s, 1 day = 86400.0 s

Table cut-offs 1: Elevation (-90.0deg=NO), Airmass (>38.000=NO), Daylight (YES)

Table cut-offs 2: Solar elongation (0.0,180.0=NO), Local Hour Angle(0.0=NO)

Table cut-offs 3: RA/DEC angular rate (0.0=NO)

Table format : Comma Separated Values (spreadsheet)

Date__(UT)__HR:MN, , APmag,S-brt, SN.ang, SN.dist, S-O-T,/r,

2000-Jul-27 00:00, ,"7,713",9299, 65.43, 0.00, 179.0408,/L
2000-Jul-28 00:00, ,"7,713",9299, 19.88, 0.00, 179.7846,/T
2000-Jul-29 00:00, ,"7,713",9299, 269.93, 0.00, 178.9483,/T
2001-Jul-30 00:00,m,"7,711",9298, 63.53, 0.00, 179.4950,/L
2001-Jul-31 00:00,m,"7,711",9298, 279.45, 0.00, 179.4823,/T
2002-Aug-01 00:00, ,"7,710",9297, 71.26, 0.00, 178.9733,/L
2002-Aug-02 00:00, ,"7,710",9297, 57.61, 0.00, 179.9188,/L
2002-Aug-03 00:00, ,"7,710",9297, 259.81, 0.00, 179.0534,/T
2003-Aug-04 00:00,m,"7,708",9296, 73.91, 0.00, 179.4279,/L
2003-Aug-05 00:00,m,"7,708",9296, 253.72, 0.00, 179.5874,/T

2004-Aug-05 00:00, "7,707",9296, 76.33, 0.00, 178.8831,/L 2004-Aug-06 00:00, "7,707",9296, 85.81, 0.00, 179.8526,/L 2004-Aug-07 00:00, "7,707",9296, 247.17, 0.00, 179.1417,/T 2005-Aug-08 00:00, "7,706",9295, 81.96, 0.00, 179.3191,/L 2005-Aug-09 00:00, "7,706",9295, 205.68, 0.00, 179.6509,/T 2006-Aug-10 00:00,m,"7,704",9295, 80.63, 0.00, 178.7794,/L 2006-Aug-11 00:00,m,"7,704",9295, 99.58, 0.00, 179.6984,/L 2006-Aug-12 00:00,m,"7,704",9295, 232.06, 0.00, 179.2020,/T 2007-Aug-13 00:00, "7,703",9294, 87.94, 0.00, 179.1905,/L 2007-Aug-14 00:00, "7,703",9294, 169.50, 0.00, 179.6391,/T 2007-Aug-15 00:00, "7,703",9294, 236.15, 0.00, 178.7523,/T 2008-Aug-15 00:00,m,"7,702",9293, 105.55, 0.00, 179.5271,/L 2008-Aug-16 00:00,m,"7,702",9293, 214.81, 0.00, 179.2454,/T 2009-Aug-17 00:00, "7,701",9293, 92.12, 0.00, 179.0407,/L 2009-Aug-18 00:00, "7,701",9293, 151.90, 0.00, 179.5633,/L 2009-Aug-19 00:00, "7,701",9293, 226.05, 0.00, 178.8087,/T 2010-Aug-20 00:00,m,"7,699",9292, 108.71, 0.00, 179.3583,/L 2010-Aug-21 00:00,m,"7,699",9292, 198.04, 0.00, 179.2495,/T 2011-Aug-22 00:00, "7,698",9291, 95.10, 0.00, 178.8840,/L 2011-Aug-23 00:00, "7,698",9291, 142.78, 0.00, 179.4452,/L 2011-Aug-24 00:00, "7,698",9291, 215.49, 0.00, 178.8452,/T 2012-Aug-24 00:00,m,"7,696",9291, 110.39, 0.00, 179.1904,/L 2012-Aug-25 00:00,m,"7,696",9291, 183.58, 0.00, 179.2194,/T 2013-Aug-27 00:00, "7,694",9290, 137.91, 0.00, 179.3090,/L 2013-Aug-28 00:00, "7,694",9290, 205.41, 0.00, 178.8512,/T 2014-Aug-29 00:00, "7,693",9289, 111.86, 0.00, 179.0356,/L 2014-Aug-30 00:00, "7,693",9289, 173.28, 0.00, 179.1528,/T 2015-Sep-01 00:00,m,"7,691",9289, 135.36, 0.00, 179.1701,/L 2015-Sep-02 00:00,m,"7,691",9289, 196.66, 0.00, 178.8271,/T 2016-Sep-02 00:00, "7,690",9288, 112.68, 0.00, 178.8820,/L 2016-Sep-03 00:00, "7,690",9288, 165.19, 0.00, 179.0702,/L 2017-Sep-05 00:00,m,"7,689",9288, 133.54, 0.00, 179.0327,/L 2017-Sep-06 00:00,m,"7,689",9288, 189.06, 0.00, 178.7857,/T 2018-Sep-08 00:00, "7,688",9287, 159.53, 0.00, 178.9739,/L 2019-Sep-10 00:00,m,"7,687",9287, 131.84, 0.00, 178.8969,/L 2020-Sep-12 00:00, "7,687",9287, 154.70, 0.00, 178.8745,/L 2021-Sep-14 00:00,m,"7,686",9287, 130.36, 0.00, 178.7651,/L 2022-Sep-17 00:00, "7,685",9286, 150.94, 0.00, 178.7735,/L 2065-Dec-22 00:00, "7,682",9285, 172.18, 0.00, 178.7828,/T 2066-Dec-24 00:00,m,"7,683",9285, 152.92, 0.00, 178.7605,/L 2067-Dec-27 00:00, "7,684",9285, 180.05, 0.00, 178.8811,/T 2068-Dec-28 00:00, "7,685",9286, 158.09, 0.00, 178.9094,/L 2069-Dec-30 00:00,m,"7,687",9286, 140.36, 0.00, 178.7556,/L 2069-Dec-31 00:00,m,"7,687",9286, 189.72, 0.00, 178.9648,/T 2071-Jan-02 00:00, "7,688",9287, 164.07, 0.00, 179.0551,/L 2072-Jan-04 00:00,m,"7,690",9287, 143.12, 0.00, 178.9380,/L 2072-Jan-05 00:00,m,"7,690",9287, 201.39, 0.00, 179.0256,/T 2073-Jan-06 00:00, "7,691",9288, 171.73, 0.00, 179.1926,/T 2074-Jan-08 00:00,m,"7,692",9288, 145.73, 0.00, 179.1193,/L 2074-Jan-09 00:00,m,"7,692",9288, 214.67, 0.00, 179.0602,/T 2075-Jan-10 00:00, "7,693",9289, 129.77, 0.00, 178.8526,/L 2075-Jan-11 00:00, "7,693",9289, 182.22, 0.00, 179.3112,/T 2076-Jan-13 00:00,m,"7,694",9289, 149.07, 0.00, 179.3071,/L 2076-Jan-14 00:00,m,"7,694",9289, 230.17, 0.00, 179.0524,/T 2077-Jan-14 00:00, "7,695",9290, 129.78, 0.00, 179.0563,/L 2077-Jan-15 00:00, "7,695",9290, 198.59, 0.00, 179.3885,/T 2078-Jan-17 00:00, "7,696",9290, 153.94, 0.00, 179.4939,/L 2078-Jan-18 00:00,m,"7,696",9290, 246.29, 0.00, 178.9973,/T 2079-Jan-19 00:00,m,"7,698",9291, 128.93, 0.00, 179.2653,/L 2079-Jan-20 00:00,m,"7,698",9291, 222.26, 0.00, 179.4013,/T 2080-Jan-21 00:00, "7,699",9291, 118.19, 0.00, 178.8999,/L 2080-Jan-22 00:00, "7,699",9291, 162.76, 0.00, 179.6583,/T 2080-Jan-23 00:00, "7,699",9291, 260.98, 0.00, 178.8985,/T 2081-Jan-23 00:00,m,"7,701",9292, 126.66, 0.00, 179.4823,/L 2081-Jan-24 00:00,m,"7,701",9292, 249.90, 0.00, 179.3367,/T 2082-Jan-25 00:00, "7,702",9293, 114.97, 0.00, 179.0950,/L 2082-Jan-26 00:00, "7,702",9293, 184.55, 0.00, 179.7394,/T 2082-Jan-27 00:00, "7,702",9293, 273.06, 0.00, 178.7744,/T 2083-Jan-28 00:00,m,"7,704",9293, 120.79, 0.00, 179.6990,/L

2083-Jan-29 00:00,m,"7,704",9293, 272.21, 0.00, 179.2146,/T 2084-
Jan-30 00:00,,"7,706",9294, 109.67, 0.00, 179.2826,/L 2084-Jan-31
00:00,,"7,706",9294, 260.51, 0.00, 179.6647,/T 2085-Feb-01
00:00,m,"7,708",9295, 104.85, 0.00, 179.8909,/L 2085-Feb-02
00:00,m,"7,708",9295, 287.12, 0.00, 179.0656,/T 2085-Jan-31
00:00,m,"7,708",9295, 106.10, 0.00, 178.8476,/L 2086-Feb-03
00:00,m,"7,709",9296, 101.19, 0.00, 179.4367,/L 2086-Feb-04
00:00,,"7,709",9296, 302.39, 0.00, 179.5094,/T 2087-Feb-05 00:00,
,"7,711",9297, 100.65, 0.00, 178.9891,/L 2087-Feb-06 00:00,
,"7,711",9297, 64.09, 0.00, 179.8467,/L 2087-Feb-07 00:00,
,"7,711",9297, 297.20, 0.00, 178.9055,/T 2088-Feb-08
00:00,m,"7,712",9297, 88.20, 0.00, 179.5475,/L 2088-Feb-09
00:00,m,"7,712",9297, 314.33, 0.00, 179.3211,/T 2089-Feb-09 00:00,
,"7,713",9298, 93.36, 0.00, 179.1133,/L 2089-Feb-10 00:00,
,"7,713",9298, 18.13, 0.00, 179.6501,/T 2090-Feb-12
00:00,m,"7,714",9299, 70.06, 0.00, 179.5737,/L 2090-Feb-13
00:00,m,"7,714",9299, 319.82, 0.00, 179.1228,/T 2091-Feb-14 00:00,
,"7,716",9299, 83.85, 0.00, 179.2058,/L 2091-Feb-15 00:00,
,"7,716",9299, 358.09, 0.00, 179.4400,/T 2092-Feb-16
00:00,m,"7,717",9300, 89.67, 0.00, 178.7897,/L 2092-Feb-17
00:00,m,"7,717",9300, 48.75, 0.00, 179.5053,/L 2092-Feb-18
00:00,m,"7,717",9300, 322.78, 0.00, 178.9141,/T 2093-Feb-18 00:00,
,"7,718",9301, 72.47, 0.00, 179.2445,/L 2093-Feb-19 00:00,
,"7,718",9301, 350.20, 0.00, 179.2336,/T 2094-Feb-20
00:00,m,"7,720",9302, 82.50, 0.00, 178.8683,/L 2094-Feb-21
00:00,m,"7,720",9302, 30.78, 0.00, 179.3709,/L 2095-Feb-23
00:00,m,"7,722",9302, 60.00, 0.00, 179.2279,/L 2095-Feb-24
00:00,m,"7,722",9302, 346.25, 0.00, 179.0302,/T 2096-Feb-25
00:00,,"7,723",9303, 74.40, 0.00, 178.9129,/L 2096-Feb-26 00:00,
,"7,723",9303, 17.91, 0.00, 179.2086,/L 2097-Feb-27
00:00,m,"7,725",9304, 47.97, 0.00, 179.1621,/L 2097-Feb-28
00:00,m,"7,725",9304, 344.11, 0.00, 178.8341,/T 2098-Mar-01 00:00,
,"7,726",9305, 66.28, 0.00, 178.9121,/L 2098-Mar-02 00:00,
,"7,726",9305, 10.21, 0.00, 179.0431,/T 2099-Mar-04
00:00,m,"7,728",9306, 37.61, 0.00, 179.0625,/L 2100-Mar-06 00:00,
,"7,729",9307, 58.05, 0.00, 178.8845,/L 2100-Mar-07 00:00,
,"7,729",9307, 4.63, 0.00, 178.8757,/T 2101-Mar-09
00:00,m,"7,730",9307, 29.35, 0.00, 178.9449,/L 2102-Mar-11 00:00,
,"7,731",9308, 50.15, 0.00, 178.8329,/L 2103-Mar-14
00:00,m,"7,731",9308, 22.25, 0.00, 178.8180,/L 2104-Mar-15
00:00,m,"7,732",9309, 42.61, 0.00, 178.7648,/L 2149-Jun-24
00:00,m,"7,734",9311, 6.86, 0.00, 178.8162,/T 2150-Jun-26 00:00,
,"7,733",9311, 29.14, 0.00, 178.7646,/L 2150-Jun-27 00:00,
,"7,733",9311, 343.25, 0.00, 178.7706,/T 2151-Jun-29
00:00,m,"7,732",9310, 9.31, 0.00, 178.9234,/T 2152-Jul-01 00:00,
,"7,730",9309, 344.18, 0.00, 178.9046,/T 2152-Jun-30 00:00,
,"7,730",9309, 33.00, 0.00, 178.8274,/L 2153-Jul-03
00:00,m,"7,729",9308, 12.82, 0.00, 179.0314,/L 2154-Jul-05 00:00,
,"7,727",9307, 37.02, 0.00, 178.8888,/L 2154-Jul-06 00:00,
,"7,727",9307, 345.09, 0.00, 179.0388,/T 2155-Jul-08
00:00,m,"7,726",9307, 17.61, 0.00, 179.1369,/L 2155-Jul-09
00:00,m,"7,726",9307, 317.75, 0.00, 178.8476,/T 2156-Jul-09 00:00,
,"7,725",9306, 41.87, 0.00, 178.9355,/L 2156-Jul-10 00:00,
,"7,725",9306, 347.37, 0.00, 179.1795,/T 2157-Jul-12
00:00,m,"7,723",9305, 24.02, 0.00, 179.2346,/L 2157-Jul-13
00:00,m,"7,723",9305, 315.28, 0.00, 178.9900,/T 2158-Jul-14
00:00,m,"7,722",9304, 47.10, 0.00, 178.9703,/L 2158-Jul-15
00:00,m,"7,722",9304, 350.96, 0.00, 179.3221,/T 2159-Jul-17 00:00,
,"7,721",9304, 32.27, 0.00, 179.3167,/L 2159-Jul-18 00:00,
,"7,721",9304, 312.65, 0.00, 179.1376,/T 2160-Jul-18
00:00,m,"7,721",9303, 53.11, 0.00, 178.9710,/L 2160-Jul-19
00:00,m,"7,721",9303, 359.20, 0.00, 179.4705,/T 2160-Jul-20
00:00,m,"7,721",9303, 289.37, 0.00, 178.8058,/T 2161-Jul-21 00:00,
,"7,719",9303, 42.26, 0.00, 179.3685,/L 2161-Jul-22 00:00,
,"7,719",9303, 310.06, 0.00, 179.2923,/T 2162-Jul-23
00:00,m,"7,718",9302, 59.02, 0.00, 178.9489,/L 2162-Jul-24
00:00,m,"7,718",9302, 12.82, 0.00, 179.6134,/T 2162-Jul-25
00:00,m,"7,718",9302, 283.16, 0.00, 178.9415,/T 2163-Jul-26 00:00,
,"7,717",9301, 53.12, 0.00, 179.3706,/L

2163-Jul-27 00:00, "7,717",9301, 308.18, 0.00, 179.4578,/T 2164-Jul-27 00:00,m,"7,715",9300, 64.76, 0.00, 178.8882,/L 2164-Jul-28 00:00,m,"7,715",9300, 35.12, 0.00, 179.7309,/L 2164-Jul-29 00:00,m,"7,715",9300, 275.55, 0.00, 179.0839,/T 2165-Jul-30 00:00, "7,714",9299, 62.99, 0.00, 179.3285,/L 2165-Jul-31 00:00, "7,714",9299, 305.48, 0.00, 179.6187,/T 2166-Aug-01 00:00,m,"7,712",9298, 69.81, 0.00, 178.8130,/L 2166-Aug-02 00:00,m,"7,712",9298, 58.51, 0.00, 179.7728,/L 2166-Aug-03 00:00,m,"7,712",9298, 264.84, 0.00, 179.2068,/T 2167-Aug-04 00:00,m,"7,710",9298, 71.26, 0.00, 179.2549,/L 2167-Aug-05 00:00,m,"7,710",9298, 291.39, 0.00, 179.7567,/T 2167-Aug-06 00:00, "7,710",9298, 255.97, 0.00, 178.7755,/T 2168-Aug-06 00:00, "7,708",9297, 76.52, 0.00, 179.6996,/L 2168-Aug-07 00:00, "7,708",9297, 249.76, 0.00, 179.3134,/T 2169-Aug-08 00:00,m,"7,707",9296, 78.01, 0.00, 179.1611,/L 2169-Aug-09 00:00,m,"7,707",9296, 142.48, 0.00, 179.8194,/T 2169-Aug-10 00:00,m,"7,707",9296, 246.53, 0.00, 178.8588,/T 2170-Aug-11 00:00, "7,706",9295, 88.16, 0.00, 179.5770,/L 2170-Aug-12 00:00, "7,706",9295, 229.58, 0.00, 179.3792,/T 2171-Aug-13 00:00,m,"7,704",9295, 83.34, 0.00, 179.0394,/L 2171-Aug-14 00:00,m,"7,704",9295, 132.21, 0.00, 179.7568,/L 2171-Aug-15 00:00,m,"7,704",9295, 235.76, 0.00, 178.9316,/T 2172-Aug-15 00:00, "7,703",9294, 95.22, 0.00, 179.4243,/L 2172-Aug-16 00:00, "7,703",9294, 206.25, 0.00, 179.4140,/T 2173-Aug-17 00:00,m,"7,702",9293, 87.46, 0.00, 178.9053,/L 2173-Aug-18 00:00,m,"7,702",9293, 128.98, 0.00, 179.6231,/L 2173-Aug-19 00:00,m,"7,702",9293, 223.96, 0.00, 178.9809,/T 2174-Aug-20 00:00, "7,701",9293, 99.57, 0.00, 179.2636,/L 2174-Aug-21 00:00, "7,701",9293, 185.36, 0.00, 179.4031,/T 2175-Aug-22 00:00,m,"7,699",9292, 90.52, 0.00, 178.7555,/L 2175-Aug-23 00:00,m,"7,699",9292, 126.28, 0.00, 179.4693,/L 2175-Aug-24 00:00,m,"7,699",9292, 211.45, 0.00, 179.0129,/T 2176-Aug-24 00:00,m,"7,698",9292, 102.10, 0.00, 179.0946,/L 2176-Aug-25 00:00, "7,698",9292, 169.19, 0.00, 179.3531,/T 2177-Aug-27 00:00, "7,696",9291, 124.69, 0.00, 179.3118,/L 2177-Aug-28 00:00, "7,696",9291, 199.53, 0.00, 179.0139,/T 2178-Aug-29 00:00,m,"7,694",9290, 104.16, 0.00, 178.9385,/L 2178-Aug-30 00:00,m,"7,694",9290, 159.28, 0.00, 179.2641,/L 2179-Sep-01 00:00, "7,692",9289, 123.44, 0.00, 179.1551,/L 2179-Sep-02 00:00, "7,693",9289, 188.82, 0.00, 178.9898,/T 2180-Sep-02 00:00,m,"7,691",9288, 105.73, 0.00, 178.7881,/L 2180-Sep-03 00:00,m,"7,691",9288, 152.68, 0.00, 179.1573,/L 2181-Sep-05 00:00, "7,689",9288, 123.08, 0.00, 179.0081,/L 2181-Sep-06 00:00, "7,689",9288, 180.52, 0.00, 178.9365,/T 2182-Sep-08 00:00,m,"7,688",9287, 148.21, 0.00, 179.0427,/L 2183-Sep-10 00:00, "7,687",9287, 122.69, 0.00, 178.8657,/L 2183-Sep-11 00:00, "7,687",9287, 173.65, 0.00, 178.8709,/T 2184-Sep-12 00:00,m,"7,686",9286, 144.71, 0.00, 178.9264,/L 2185-Sep-15 00:00, "7,685",9286, 168.35, 0.00, 178.7948,/L 2186-Sep-17 00:00, "7,684",9286, 142.18, 0.00, 178.8116,/L 2230-Dec-26 00:00, "7,682",9285, 185.48, 0.00, 178.7828,/T 2231-Dec-28 00:00, "7,683",9285, 164.36, 0.00, 178.8568,/L 2232-Dec-29 00:00,m,"7,684",9286, 145.75, 0.00, 178.7540,/L 2232-Dec-30 00:00,m,"7,684",9286, 194.86, 0.00, 178.8474,/T 2234-Jan-01 00:00, "7,685",9286, 171.14, 0.00, 178.9815,/T 2235-Jan-03 00:00,m,"7,687",9287, 149.57, 0.00, 178.9230,/L 2235-Jan-04 00:00,m,"7,687",9287, 205.76, 0.00, 178.8913,/T 2236-Jan-06 00:00, "7,688",9287, 179.97, 0.00, 179.0957,/T 2237-Jan-07 00:00,m,"7,690",9288, 153.94, 0.00, 179.0937,/L 2237-Jan-08 00:00,m,"7,690",9288, 218.00, 0.00, 178.9096,/T 2238-Jan-09 00:00, "7,692",9289, 135.61, 0.00, 178.8830,/L 2238-Jan-10 00:00, "7,692",9289, 191.21, 0.00, 179.1892,/T 2239-Jan-12 00:00,m,"7,693",9289, 158.85, 0.00, 179.2592,/L 2239-Jan-13 00:00,m,"7,693",9289, 230.82, 0.00, 178.9033,/T 2240-Jan-14 00:00, "7,695",9290, 136.47, 0.00, 179.0731,/L 2240-Jan-15 00:00, "7,695",9290, 205.58, 0.00, 179.2507,/T 2241-Jan-15 00:00, "7,696",9290, 124.33, 0.00, 178.7403,/L 2241-Jan-16 00:00, "7,696",9290, 165.59, 0.00, 179.4163,/T 2241-Jan-17 00:00, "7,696",9290, 243.94, 0.00, 178.8651,/T

2242-Jan-18 00:00,m,"7,697",9291, 136.81, 0.00, 179.2679,/L 2242-Jan-19 00:00,m,"7,697",9291, 223.86, 0.00, 179.2672,/T 2243-Jan-20 00:00, ,"7,698",9291, 123.17, 0.00, 178.9377,/L 2243-Jan-21 00:00, ,"7,698",9291, 177.60, 0.00, 179.5471,/T 2243-Jan-22 00:00, ,"7,698",9291, 256.71, 0.00, 178.7861,/T 2244-Jan-23 00:00,m,"7,699",9292, 137.00, 0.00, 179.4779,/L 2244-Jan-24 00:00,m,"7,699",9292, 245.30, 0.00, 179.2178,/T 2245-Jan-24 00:00, ,"7,700",9292, 120.88, 0.00, 179.1382,/L 2245-Jan-25 00:00, ,"7,700",9292, 201.75, 0.00, 179.6077,/T 2246-Jan-27 00:00,m,"7,702",9293, 135.89, 0.00, 179.6908,/L 2246-Jan-28 00:00,m,"7,702",9293, 264.38, 0.00, 179.1160,/T 2247-Jan-29 00:00, ,"7,703",9293, 116.76, 0.00, 179.3384,/L 2247-Jan-30 00:00, ,"7,703",9293, 245.86, 0.00, 179.5593,/T 2248-Feb-01 00:00,m,"7,705",9294, 130.04, 0.00, 179.8943,/T 2248-Feb-02 00:00,m,"7,705",9294, 278.89, 0.00, 178.9780,/T 2248-Jan-31 00:00, ,"7,705",9294, 110.49, 0.00, 178.9230,/L 2249-Feb-02 00:00,m,"7,707",9295, 109.30, 0.00, 179.5274,/L 2249-Feb-03 00:00, ,"7,707",9295, 281.75, 0.00, 179.4271,/T 2250-Feb-04 00:00, ,"7,708",9296, 105.27, 0.00, 179.0893,/L 2250-Feb-05 00:00, ,"7,708",9296, 76.82, 0.00, 179.8613,/T 2250-Feb-06 00:00, ,"7,708",9296, 289.44, 0.00, 178.8224,/T 2251-Feb-07 00:00,m,"7,710",9297, 95.78, 0.00, 179.6774,/L 2251-Feb-08 00:00,m,"7,710",9297, 299.07, 0.00, 179.2550,/T 2252-Feb-09 00:00, ,"7,712",9297, 97.87, 0.00, 179.2299,/L 2252-Feb-10 00:00, ,"7,712",9297, 350.32, 0.00, 179.6590,/T 2253-Feb-10 00:00,m,"7,713",9298, 98.94, 0.00, 178.7842,/L 2253-Feb-11 00:00,m,"7,713",9298, 73.77, 0.00, 179.7135,/L 2253-Feb-12 00:00,m,"7,713",9298, 308.44, 0.00, 179.0765,/T 2254-Feb-13 00:00, ,"7,714",9299, 87.78, 0.00, 179.3314,/L 2254-Feb-14 00:00, ,"7,714",9299, 340.75, 0.00, 179.4525,/T 2255-Feb-15 00:00,m,"7,715",9299, 92.63, 0.00, 178.9055,/L 2255-Feb-16 00:00,m,"7,715",9299, 45.74, 0.00, 179.6195,/L 2255-Feb-17 00:00,m,"7,715",9299, 313.98, 0.00, 178.8808,/T 2256-Feb-18 00:00, ,"7,717",9300, 74.68, 0.00, 179.3816,/L 2256-Feb-19 00:00, ,"7,717",9300, 337.68, 0.00, 179.2418,/T 2257-Feb-19 00:00, ,"7,718",9300, 84.85, 0.00, 178.9980,/L 2257-Feb-20 00:00,m,"7,718",9300, 22.98, 0.00, 179.4561,/L 2258-Feb-22 00:00,m,"7,719",9301, 59.47, 0.00, 179.3644,/L 2258-Feb-23 00:00, ,"7,719",9301, 336.32, 0.00, 179.0317,/T 2259-Feb-24 00:00, ,"7,720",9302, 75.55, 0.00, 179.0556,/L 2259-Feb-25 00:00, ,"7,720",9302, 8.59, 0.00, 179.2689,/T 2260-Feb-27 00:00,m,"7,722",9303, 44.10, 0.00, 179.2860,/L 2260-Feb-28 00:00,m,"7,722",9303, 335.48, 0.00, 178.8218,/T 2261-Feb-28 00:00, ,"7,723",9304, 65.51, 0.00, 179.0638,/L 2261-Mar-01 00:00, ,"7,723",9304, 0.56, 0.00, 179.0796,/T 2262-Mar-03 00:00,m,"7,725",9305, 31.00, 0.00, 179.1643,/L 2263-Mar-05 00:00, ,"7,727",9306, 55.20, 0.00, 179.0322,/L 2263-Mar-06 00:00, ,"7,727",9306, 355.36, 0.00, 178.8905,/T 2264-Mar-06 00:00,m,"7,728",9306, 69.52, 0.00, 178.7482,/L 2264-Mar-07 00:00,m,"7,728",9306, 21.59, 0.00, 179.0233,/L 2265-Mar-09 00:00, ,"7,730",9307, 46.04, 0.00, 178.9642,/L 2266-Mar-12 00:00, ,"7,731",9308, 14.80, 0.00, 178.8771,/L 2267-Mar-14 00:00,m,"7,732",9309, 37.64, 0.00, 178.8762,/L 2269-Mar-18 00:00,m,"7,734",9310, 30.46, 0.00, 178.7748,/L 2313-Jun-25 00:00, ,"7,736",9312, 12.99, 0.00, 178.7895,/L 2314-Jun-28 00:00,m,"7,735",9312, 350.30, 0.00, 178.7988,/T 2315-Jun-30 00:00, ,"7,734",9311, 15.86, 0.00, 178.8841,/L 2316-Jul-02 00:00,m,"7,733",9311, 351.62, 0.00, 178.9229,/T 2317-Jul-04 00:00, ,"7,731",9310, 19.68, 0.00, 178.9770,/L 2317-Jul-05 00:00, ,"7,731",9310, 326.88, 0.00, 178.7823,/T 2318-Jul-06 00:00,m,"7,730",9309, 40.52, 0.00, 178.7783,/L 2318-Jul-07 00:00,m,"7,730",9309, 353.98, 0.00, 179.0518,/T 2319-Jul-09 00:00, ,"7,728",9308, 24.68, 0.00, 179.0635,/L 2319-Jul-10 00:00, ,"7,728",9308, 325.94, 0.00, 178.9242,/T 2320-Jul-10 00:00, ,"7,727",9307, 44.88, 0.00, 178.8084,/L 2320-Jul-11 00:00,m,"7,727",9307, 357.91, 0.00, 179.1836,/T 2321-Jul-13 00:00,m,"7,725",9306, 30.33, 0.00, 179.1437,/L 2321-Jul-14 00:00,m,"7,725",9306, 324.65, 0.00, 179.0645,/T 2322-Jul-15 00:00, ,"7,723",9305, 49.36, 0.00, 178.8304,/L

2322-Jul-16 00:00, "7,723",9305, 3.17, 0.00, 179.3142,/T
 2322-Jul-17 00:00, "7,723",9305, 300.07, 0.00, 178.7760,/T
 2323-Jul-18 00:00,m,"7,722",9304, 37.50, 0.00, 179.2035,/L
 2323-Jul-19 00:00,m,"7,722",9304, 324.24, 0.00, 179.2143,/T
 2324-Jul-19 00:00, "7,721",9304, 54.21, 0.00, 178.8312,/L
 2324-Jul-20 00:00, "7,721",9304, 11.64, 0.00, 179.4419,/T
 2324-Jul-21 00:00, "7,721",9304, 295.40, 0.00, 178.9121,/T
 2325-Jul-22 00:00,m,"7,720",9303, 45.34, 0.00, 179.2433,/L
 2325-Jul-23 00:00,m,"7,720",9303, 324.06, 0.00, 179.3645,/T
 2326-Jul-24 00:00, "7,719",9302, 59.21, 0.00, 178.8064,/L
 2326-Jul-25 00:00, "7,719",9302, 24.48, 0.00, 179.5555,/L
 2326-Jul-26 00:00, "7,719",9302, 289.85, 0.00, 179.0526,/T
 2327-Jul-27 00:00,m,"7,717",9302, 53.94, 0.00, 179.2407,/L
 2327-Jul-28 00:00,m,"7,717",9302, 327.25, 0.00, 179.5270,/T
 2328-Jul-28 00:00, "7,716",9301, 64.08, 0.00, 178.7511,/L
 2328-Jul-29 00:00, "7,716",9301, 41.32, 0.00, 179.6290,/L
 2328-Jul-30 00:00, "7,716",9301, 282.83, 0.00, 179.1972,/T
 2329-Aug-01 00:00,m,"7,715",9300, 337.69, 0.00, 179.6917,/T
 2329-Aug-02 00:00,m,"7,715",9300, 267.22, 0.00, 178.7812,/T
 2329-Jul-31 00:00, "7,715",9300, 62.03, 0.00, 179.2020,/L
 2330-Aug-03 00:00,m,"7,713",9299, 58.09, 0.00, 179.6347,/L
 2330-Aug-04 00:00,m,"7,713",9299, 272.34, 0.00, 179.3319,/T
 2331-Aug-05 00:00, "7,711",9298, 69.21, 0.00, 179.1205,/L
 2331-Aug-06 00:00, "7,711",9298, 27.82, 0.00, 179.8637,/T
 2331-Aug-07 00:00, "7,711",9298, 258.79, 0.00, 178.9045,/T
 2332-Aug-07 00:00,m,"7,709",9297, 71.77, 0.00, 179.5723,/L
 2332-Aug-08 00:00,m,"7,709",9297, 254.99, 0.00, 179.4435,/T
 2333-Aug-09 00:00, "7,708",9296, 75.15, 0.00, 179.0314,/L
 2333-Aug-10 00:00, "7,708",9296, 90.69, 0.00, 179.9421,/T
 2333-Aug-11 00:00, "7,708",9296, 248.44, 0.00, 178.9952,/T
 2334-Aug-12 00:00,m,"7,706",9296, 81.81, 0.00, 179.4658,/L
 2334-Aug-13 00:00,m,"7,706",9296, 227.56, 0.00, 179.5183,/T
 2335-Aug-14 00:00, "7,705",9295, 80.06, 0.00, 178.9215,/L
 2335-Aug-15 00:00, "7,705",9295, 107.67, 0.00, 179.7931,/L
 2335-Aug-16 00:00, "7,705",9295, 236.24, 0.00, 179.0683,/T
 2336-Aug-16 00:00,m,"7,703",9294, 88.92, 0.00, 179.3365,/L
 2336-Aug-17 00:00,m,"7,703",9294, 196.46, 0.00, 179.5416,/T
 2337-Aug-18 00:00, "7,702",9294, 84.11, 0.00, 178.8038,/L
 2337-Aug-19 00:00, "7,702",9294, 113.55, 0.00, 179.6324,/L
 2337-Aug-20 00:00, "7,702",9294, 222.77, 0.00, 179.1118,/T
 2338-Aug-21 00:00,m,"7,701",9293, 93.83, 0.00, 179.1917,/L
 2338-Aug-22 00:00,m,"7,701",9293, 173.35, 0.00, 179.5113,/T
 2339-Aug-24 00:00,m,"7,700",9293, 115.17, 0.00, 179.4652,/L
 2339-Aug-25 00:00,m,"7,700",9293, 208.33, 0.00, 179.1392,/T
 2340-Aug-25 00:00, "7,699",9292, 97.16, 0.00, 179.0370,/L
 2340-Aug-26 00:00, "7,699",9292, 158.78, 0.00, 179.4366,/L
 2341-Aug-28 00:00,m,"7,698",9292, 115.98, 0.00, 179.3017,/L
 2341-Aug-29 00:00,m,"7,698",9292, 194.89, 0.00, 179.1326,/T
 2342-Aug-30 00:00, "7,696",9291, 99.25, 0.00, 178.8709,/L
 2342-Aug-31 00:00, "7,696",9291, 148.72, 0.00, 179.3329,/L
 2342-Sep-01 00:00, "7,696",9291, 211.22, 0.00, 178.7415,/T
 2343-Sep-02 00:00,m,"7,695",9290, 115.86, 0.00, 179.1355,/L
 2343-Sep-03 00:00,m,"7,695",9290, 182.66, 0.00, 179.1037,/T
 2344-Sep-04 00:00, "7,693",9290, 142.61, 0.00, 179.2098,/L
 2344-Sep-05 00:00, "7,693",9290, 202.29, 0.00, 178.7485,/T
 2345-Sep-06 00:00,m,"7,691",9289, 116.07, 0.00, 178.9800,/L
 2345-Sep-07 00:00,m,"7,691",9289, 173.39, 0.00, 179.0443,/T
 2346-Sep-09 00:00, "7,690",9288, 138.87, 0.00, 179.0808,/L
 2347-Sep-11 00:00,m,"7,688",9287, 116.16, 0.00, 178.8302,/L
 2347-Sep-12 00:00,m,"7,688",9287, 166.13, 0.00, 178.9690,/L
 2348-Sep-13 00:00,m,"7,687",9287, 136.64, 0.00, 178.9533,/L
 2349-Sep-16 00:00, "7,686",9286, 161.05, 0.00, 178.8811,/L
 2350-Sep-18 00:00,m,"7,685",9286, 134.68, 0.00, 178.8278,/L

Column

meaning:

TIME

Times PRIOR to 1962 are UT1, a mean-solar time closely related to the

prior but now-deprecated GMT. Times AFTER 1962 are in UTC, the current civil or "wall-clock" time-scale. UTC is kept within 0.9 seconds of UT1 using integer leap-seconds for 1972 and later years.

Conversion from the internal Barycentric Dynamical Time (TDB) of solar system dynamics to the non-uniform civil UT time-scale requested for output has not been determined for UTC times after the next July or January 1st. Therefore, the last known leap-second is used as a constant over future intervals.

Time tags refer to the UT time-scale conversion from TDB on Earth regardless of observer location within the solar system, although clock rates may differ due to the local gravity field and no analog to "UT" may be defined for that location.

Any 'b' symbol in the 1st-column denotes a B.C. date. First-column blank (" ") denotes an A.D. date. Calendar dates prior to 1582-Oct-15 are in the Julian calendar system. Later calendar dates are in the Gregorian system.

NOTE: "n.a." in output means quantity "not available" at the print-time.

SOLAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

Time tag is followed by a blank, then a solar-presence symbol:

'*' Daylight (refracted solar upper-limb on or above apparent horizon)
'C' Civil twilight/dawn
'N' Nautical twilight/dawn
'A' Astronomical twilight/dawn
' ' Night OR geocentric ephemeris

LUNAR PRESENCE (OBSERVING SITE)

The solar-presence symbol is immediately followed by a lunar-presence symbol:

'm' Refracted upper-limb of Moon on or above apparent horizon
' ' Refracted upper-limb of Moon below apparent horizon OR geocentric ephemeris

'APmag, S-brt,' =

The targets' approximate apparent visual magnitude and surface brightness. For planets and natural satellites, output is restricted to solar phase angles covered by observational data. Outside the observed phase angle range, "n.a." may be output to avoid extrapolation beyond the limit of model validity.

For Earth-based observers, the estimated dimming due to atmospheric absorption (extinction) is available as a separate, requestable quantity.

Surface brightness is the average airless visual magnitude of a square-arcsecond of the illuminated portion of the apparent disk. It is computed only if the target radius is known.

Units: MAGNITUDES & MAGNITUDES PER SQUARE ARCSECOND

'SN.ang, SN.dist,' =

Targets' apparent sub-solar point position angle (counter-clockwise with respect to the direction of the true-of-date reference-frame north-pole) and its angular distance from the sub-observer point (center of disk) at print time. A negative distance indicates the sub-solar point is on the hidden hemisphere. Units: DEGREES and ARCSECONDS

'S-O-T,_r' =

Sun-Observer-Target apparent SOLAR ELONGATION ANGLE seen from the observers' location at print-time.

The '_r' column provides a code indicating the targets' apparent position relative to the Sun in the observers' sky, as described below:

Case A: For an observing location on the surface of a rotating body, that body rotational sense is considered:

/T indicates target TRAILS Sun (evening sky: rises and sets AFTER Sun)
/L indicates target LEADS Sun (morning sky: rises and sets BEFORE Sun)

Case B: For an observing point that does not have a rotational model (such as a spacecraft), the "leading" and "trailing" condition is defined by the observers' heliocentric ORBITAL motion:

* If continuing in the observers' current direction of heliocentric motion would encounter the targets' apparent longitude first, followed by the Sun's, the target LEADS the Sun as seen by the observer.

* If the Sun's apparent longitude would be encountered first, followed by the targets', the target TRAILS the Sun.

Two other codes can be output:

/* indicates observer is Sun-centered (undefined)
/? Target is aligned with Sun center (no lead or trail)

The S-O-T solar elongation angle is numerically the minimum separation angle of the Sun and target in the sky in any direction. It does NOT indicate the amount of separation in the leading or trailing directions, which would be defined along the equator of a spherical coordinate system.

Units: DEGREES

Computations by ...

Solar System Dynamics Group, Horizons On-Line Ephemeris System
4800 Oak Grove Drive, Jet Propulsion Laboratory
Pasadena, CA 91109 USA

General site: <https://ssd.jpl.nasa.gov/>

Mailing list: https://ssd.jpl.nasa.gov/email_list.html

System news : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/news.html>

User Guide : <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/manual.html>

Connect : browser <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/x>

API <https://ssd-api.jpl.nasa.gov/doc/horizons.html>

command-line telnet ssd.jpl.nasa.gov 6775

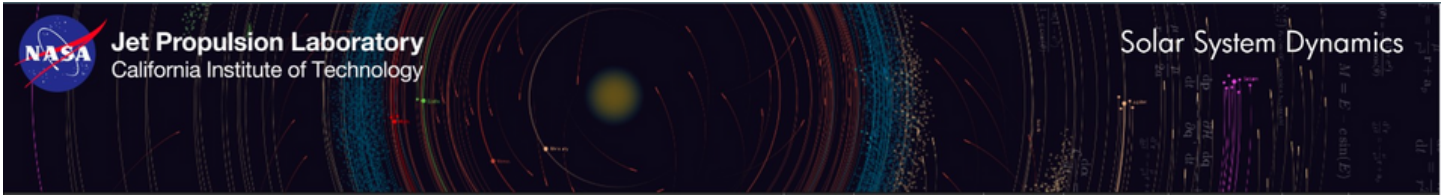
e-mail/batch https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/hrzn_batch.txt

scripts

<https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/SCRIPTS>

Author : Jon.D.Giorgini@jpl.nasa.gov

Anexo II - Descrição dos cálculos e medições das efemérides



The detailed description of the selectable observer table quantities follows. “Labels” refers to column headings at the start of the output table.

Time

One output line for each step. The line begins with a ‘b’ if the date is BC, a blank (“ ”) if AD. This is followed by the date and time, which is either UT or TT, in calendar or JD format (or both), depending on user defaults.

Time tags refer to the time-scale conversion from TDB on Earth regardless of observer location within the solar system, although clock rates may differ due to the local gravity field and no analogous time-scales are locally defined.

Solar Presence

Time tag is followed by a blank, then a solar-presence symbol that indicates twilight and dawn conditions also:

- '*' Daylight (refracted solar upper-limb on or above apparent horizon)
- 'C' Civil twilight/dawn
- 'N' Nautical twilight/dawn
- 'A' Astronomical twilight/dawn
- ' ' Night OR geocentric ephemeris

Lunar/Interfering Body Presence

The solar presence symbol is immediately followed by an “interfering body” presence symbol (which will indicate the Moon for Earth observers):

- 'm' Refracted upper-limb of Moon (or interfering body, 'i') is on or above apparent horizon
 - ' ' Refracted upper-limb of Moon (or interfering body) is below the apparent horizon, or geocentric ephemeris
- The lunar/IB presence marker (an ongoing state) can be over-ridden by a target event marker if an event has occurred since the last output step:
- 'r' Rise (target body on or above cut-off RTS elevation)

'e' Elevation max (target body maximum elevation angle has occurred)

't' Transit (target body at or passed through observer meridian)

's' Set (target body on or below cut-off RTS elevation)

The 'rets' codes will be displayed under two conditions only: if the print interval is less than or equal to 30 minutes or the RTS-only print option has been selected.

For non-Earth observing sites, no twilight/dawn codes (C, N, or A) are output, refraction is not modeled and the interfering body marker is 'i' instead of the 'm' reserved for Earth's Moon.

Statistical Uncertainties

Output for asteroids and comets can include formal +/- 3-standard-deviation statistical orbit uncertainty quantities. There is a 99.7% chance the actual value is within given bounds. These statistical calculations assume observational data errors are random. If there are systematic biases (such as measurement timing, reduction, or star-catalog errors), results can be optimistic. Because the epoch covariance is mapped using linearized variational partial derivatives, results can also be optimistic for times far from the solution epoch, particularly for objects having close planetary encounters.

NOTE: "n.a." is output if a requested quantity is not available for selected object. For example,

azimuth

and elevation for a geocentric ephemeris, or uncertainties for an object with no covariance in the database.

Specific Quantities

9. Visual magnitude & surface brightness

Approximate airless visual magnitude & surface brightness, where surface brightness is the average airless visual magnitude of a square-arcsecond of the illuminated portion of the apparent disk.

Planets & satellites: Value for Pluto includes Charon. The Saturn rings are included when phase angle is less than 6.5 degrees and effective inclination less than 27 degrees. When the Moon is at phase angles < 7 degrees (within 1 day of full), the computed magnitude tends to be ~ 0.12 too dim.

Asteroids & comets: Surface brightness is returned for asteroids only if a radius is known. Magnitudes are, in principle, accurate to about +/- 0.1 magnitude. However, measurement and calibration issues mean values should be considered uncertain at the +/- 1.0 magnitude level. In practice, for solar phase angles > 90 deg, the error could exceed 1 magnitude. Reduced precision values are output for phase angles greater than 120 degrees, since the errors could be large and unknown. Some comets have custom

magnitude laws that are described at the end of the requested ephemeris output.

Units are (none) and VISUAL MAGNITUDES PER SQUARE ARCSECOND.

Magnitude laws:

Sun

$$\text{APmag} = M - 5 + 5 \cdot \log_{10}(d), \text{ where } M=4.83, d=\text{distance from Sun (parsecs)}$$

Asteroids

$$\text{APmag} = H + 5 \cdot \log_{10}(\delta) + 5 \cdot \log_{10}(r) - 2.5 \cdot \log_{10}((1-G) \cdot \phi_1 + G \cdot \phi_2)$$

Comets

$$\text{T-mag} = M_1 + 5 \cdot \log_{10}(\delta) + k_1 \cdot \log_{10}(r)$$

$$\text{N-mag} = M_2 + 5 \cdot \log_{10}(\delta) + k_2 \cdot \log_{10}(r) + \text{phcof} \cdot \beta$$

Non-standard comet magnitude laws may be noted at the end of the output ephemeris for some cases.

Surface brightness:

$$\text{S-brt} = V + 2.5 \cdot \log_{10}(k \cdot \text{PI} \cdot a \cdot b')$$

Labels: APmag S-brt (Non-comet)

T-mag N-mag (comets total & nuclear magnitude)

23. Sun-Observer-Target (apparent solar elongation) angle

Sun-Observer-Target apparent SOLAR ELONGATION ANGLE seen from the observers' location at print-time.

The '/r' column provides a code indicating the targets' apparent position relative to the Sun in the observers' sky, as described below:

Case A: For an observing location on the surface of a rotating body, that body rotational sense is considered:

/T indicates target TRAILS Sun (evening sky: rises and sets AFTER Sun)

/L indicates target LEADS Sun (morning sky: rises and sets BEFORE Sun)

Case B: For an observing point that does not have a rotational model (such as a spacecraft), the "leading" and "trailing" condition is defined by the observers' heliocentric ORBITAL motion:

* If continuing in the observers' current direction of heliocentric motion would encounter the targets' apparent longitude first, followed by the Sun's, the target LEADS the Sun as seen by the observer.

* If the Sun's apparent longitude would be encountered first, followed by the targets', the target TRAILS the Sun.

Two other codes can be output:

/* indicates observer is Sun-centered (undefined)

/? Target is aligned with Sun center (no lead or trail)

The S-O-T solar elongation angle is numerically the minimum separation angle of the Sun and target in the sky in any direction. It does NOT indicate the amount of separation in the leading or trailing directions, which would be defined along the equator of a spherical coordinate system.

Units: DEGREES

Labels: S-O-T /r

24. Sun-Target-Observer angle

The Sun-Target-Observer angle; the interior vertex angle at target

center formed by a vector from the target to the apparent center of the Sun (at reflection time on the target) and the apparent vector from target to the observer seen at print-time. Closely approximates true PHASE ANGLE (requestable separately) but is slightly different at the few arcsecond level in that it includes stellar aberration on the down-leg from target to observer.

Units: DEGREES

Labels: S-T-O