UNIVERSIDADE DA INTEGRAÇÃO INTERNACIONAL DA LUSOFONIA AFRO-BRASILEIRA

INSTITUTO DE ENGENHARIAS E DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL

ENGENHARIA DE ENERGIAS

TIVALDO JOÃO BICO MANUEL BANCA

MODELAGEM E PREVISÃO DE FALHA EM CAPACITORES UTILIZANDO A REGRESSÃO POLINOMIAL E O FILTRO DE KALMAN

Redenção - CE

2023

TIVALDO JOÃO BICO MANUEL BANCA

MODELAGEM E PREVISÃO DE FALHA EM CAPACITORES UTILIZANDO A REGRESSÃO POLINOMIAL E O FILTRO DE KALMAN

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia de Energias da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, como requisito à obtenção do título de Bacharelado em Engenharia de Energias.

Orientador: Prof. Dr. Vandilberto Pereira Pinto

REDENÇÃO

2023

TIVALDO JOÃO BICO MANUEL BANCA

MODELAGEM E PREVISÃO DE FALHA EM CAPACITORES UTILIZANDO A REGRESSÃO POLINOMIAL E O FILTRO DE KALMAN

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia de Energias da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, como requisito à obtenção do título de Bacharelado em Engenharia de Energias.

Aprovado em: _____ / _____ / ________.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Vandilberto Pereira Pinto (Orientador)

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB).

____

Prof. Dr. Antônio Alisson Pessoa Guimarães

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB).

____

Prof. Dr. Herivelton Alves de Olveira

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB).

REDENÇÃO

2023

À Deus.

Ao meu querido pai em memória.

À toda minha família e todos que fizeram presentes nesse percurso.

AGRADECIMENTO

À Deus, por ter estado comigo em todos os momentos deste percurso, me concedendo forças para superar todos os atritos até o triúnfo.

À toda minha família em especial a minha querida mãe Joana Gomes a quem devo toda gratidão desse mundo pela vida e por amor incondicional, minha namorada Ludmila Almeida Camará, a pessoa que não só foi uma simples namorada e sim companheira, amiga, mãe, irmã, em quase todas as circunstâncias.

À minha madrinha Ellisabete da Silva, aos meus queridos irmãos, especialmente ao meu mais velho Yadó Gomes.

À minha filha, e os meus sobrinhos/as.

À todos os docentes do programa de graduação da UNILAB especialmente aos de IEDS (Intituto de Engenharias e Desenvolvimento Sustentável) e aos demais funcionários.

Ao meu professor e orientador na pessoa de Prof. Dr. Vandilberto Perira Pinto, pela paciência que sempre teve comigo enquanto professor até na orientação, sanando minhas dúvidas e me passando conhecimento.

À banca examinadora pelas contribuições valiosas. Aos meus amigos e colegas que estiveram lá por mim nos momentos em que mais precisei durante esta caminhada.

Extensamente grato por cada porção de esforço e apoio que cada um de vocês me concedeu. O título é meu mas a vitória é toda nossa.

“Obstáculos não podem te parar. Se você topar com uma parede, não vire e desista. Descubra como escalá-la, passe por ela, trabalhe nisso.”
Micheal Jordan

RESUMO

Os capacitores são componentes eletrônicos cuja função é de armazenar cargas em um circuito elétricas. Este componente apresenta diversas variações ao longo da sua vida útil. Após ter executada esta operação de carga e descarga várias vezes, gera uma perda de capacitância e começa a operar com capacidade abaixo do nominal. As técnicas de Prognóstico e Monitoramento de Saúde (*Prognostics and Health Monitoring* - PHM) podem ser uma das boas opções para o acompanhamento da evolução da degradação e estimação da vida útil remanescente (*Remaining Useful Life* - RUL) dos capacitores. O objetivo do presente trabalho é de monitorar e prever a vida útil remanescente de capacitores utilizando o Método de Mínimos Quadrados (Regressão Polinomial) e o algorítmo do Filtro de Kalman utilizando a base de dados do repositório da NASA. O coeficiente de determinação (R^2) e o erro médio quadrático (*Mean Squared Error* - MSE) são indicadores de desempenho usados para comparar os diferentes métodos aplicados.

Palavras-Chave: Capacitores; Prognóstico e Monitoramento de Saúde; Vida Útil Remanescente; Regressão Polinomial; Filtro de Kalman; Indicadores de Desempenho.

ABSTRACT

Capacitors are electronic components whose function is to store charges in an electrical circuit. This component presents several variations throughout its useful life. After carrying out this charge and discharge operation several times, it generates a loss of capacitance and begins to operate with a capacity below the nominal. Prognostics and Health Monitoring (PHM) techniques can be one of the good options for monitoring the evolution of degradation and estimating the remaining useful life (RUL) of capacitors. The objective of the present work is to monitor and predict the remaining useful life of capacitors using the Least Squares Method (Polynomial Regression) and the Kalman Filter algorithm using the NASA repository database. The coefficient of determination (R^2) and the mean squared error (Mean Squared Error - MSE) are performance indicators to compare the applied methods.

Keywords: Capacitors; Prognosis and Health Monitoring; Remaining Useful Life; Polynomial Regression; Kalman filter; Performance indicators.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

PCM – *Prognostics and Health Monitoring*

PHM – *Remaining Useful Life*

RUL – *Remaining Useful Life*

EIS – *Electrochemical-impedance spectroscopy*

ESR – *Equivalent series resistance*

RP – Regressão Polinomial

FK – Filtro de Kalman

EKF – *Kalman Filter Extended*

NASA – *National Aeronautics and Space Administration*

R^2 – Coificiente de Determinação

MMQ – Método dos Mínimos Quadrados

MSE – *Mean Squared Error*

G – Covariância de medição

Q – Covariância do processo

D – Quadrado das distâncias entre os pontos

LISTA DE SIMBOLOS

ε_0 – Permissividade absoluta
ε_r – Permissividade relativa

λ – taxa de falhas (número total de falhas por período de operação)

t – tempo

e – Constante de Néper

$\bar{y}$ – Média dos dados observados

$\hat{y}$ – Dados estimados pelo modelo

C – Capacitância

a_0 – Coeficiente que representa a interseção da reta de regressão com o eixo y

a_0 – Coeficiente que representa a inclinação da reta

e – Erro ou resíduo entre a reta de regressão e os pontos dados

$\bar{x}$ – Média dos dados

S_t – Soma dos quadrados dos resíduos

S_r – Soma total dos erros

w_k – Ruídos do processo

v_k – Ruídos de medição

P_k^+ – Covariância Estimada (Estimativa *a Posteriori*)

P_k^- – Previsão da Covariância (Estimativa *a priori*)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A funcionalidade adequada dos equipamentos elétricos, mecânicos, dentre outros, se deve a muitos componentes que compõem a sua estrutura. Assim, para que ele se mantenha em bom funcionamento, é necessário que haja um certo controle do seu funcionamento (manutenções), ou seja, um sistema de gestão de saúde destes equipamentos.

A manutenção é a combinação de todas as ações técnicas e administrativas, incluindo as de supervisão, destinadas a manter ou recolocar um item em um estado no qual possa desempenhar uma função requerida (ABNT NBR 5462, 1994). Até 1914, a manutenção tinha importância secundária e era executada pelo mesmo pessoal operacional. Com a Primeira Guerra Mundial e a implementação da produção em massa, introduzida pela Ford, fábricas começaram a estabelecer programas mínimos de produção e consequentemente sentiu a necessidade de criar equipes que poderiam realizar reparos em máquinas-ferramentas no menor tempo possível. Assim surgiu o denominado hoje de manutenção corretiva segundo (Otani & Machado, 2008).

> Por volta de 1950, com o desenvolvimento da indústria para atender aos esforços pósguerra, a evolução da aviação comercial e da indústria eletrônica, os Gerentes de manutenção observaram que, em muitos casos, o tempo gasto para diagnosticar as falhas era maior do que o despendido na execução do reparo, e selecionaram equipes de especialistas para compor um órgão de assessoramento que se chamou Engenharia de Manutenção e recebeu os encargos de planejar e controlar a manutenção preventiva e analisar causas e efeitos das avarias e os organogramas se subdividiram. A partir de 1966, com a difusão dos computadores, o fortalecimento das Associações Nacionais de Manutenção, criadas no fim do período anterior, e a sofisticação dos instrumentos de proteção e medição, a Engenharia de Manutenção passou a desenvolver critérios de predição ou previsão de falhas, visando a otimização da atuação das equipes de execução de manutenção. Esses critérios, conhecidos como Manutenção Preditiva ou Previsiva, foram associados à métodos de planejamento e controle de manutenção automatizados, reduzindo os encargos burocráticos dos executantes de manutenção. Essas atividades acarretaram o desmembramento da Engenharia de Manutenção que passou a ter duas equipes: a de Estudos de ocorrências crônicas e a de **PCM -Planejamento e Controle de Manutenção**, esta última com a finalidade de desenvolver, implementar e analisar os resultados dos Sistemas Automatizados de Manutenção (Tavares, 1998, p.4).

1.1 Prognóstico e Gestão de Saúde (Prognostics and Health Management- PHM)

O PHM foi marcado pela primeira vez na década de 1990, juntamente com o lançamento do projeto Joint Strike Fighter (JSF) do exército dos EUA. A aplicação inicial do PHM é, portanto, no domínio da aviação militar. Dado o desenvolvimento acelerado da tecnologia de sensores e algoritmos de previsão, os profissionais têm mais oportunidades de monitorar e prever o status do sistema. As partes interessadas do sistema podem, assim, tomar proativamente medidas para evitar acidentes graves (Meng e Li, 2019).

O PHM é uma abordagem de gerenciamento de integridade que utiliza medições, modelos e software para realizar detecção de falhas incipientes, avaliação de condições e previsão de progressão de falhas. Quando associado à logística autônoma ou baseada em desempenho, o PHM permite melhorar a confiabilidade e a disponibilidade do sistema de missão crítica, reduzir o tempo de atraso e cauda da logística, ações de reparo sob demanda e sobressalentes, bem como uma redução geral nos custos do ciclo de vida (Kalgren, Patrick W. et al, 2006). A IEEE Std 1856: 2017 fornece orientação para a realização de PHM para sistemas eletrônicos (Meng e Li, 2019).

Uma das principais técnicas de estudos para prognóstico e gestão de saúde (Prognostics and Health Monitoring – PHM) se baseia na estimação do cálculo da vida útil remanescente (Remaining Useful Life – RUL) do equipamento. Sendo esse um conceito da chamada Manutenção Baseada em Condição (Condition Based Maintenance – CBM), que tem como objetivo uma manutenção centrada em confiabilidade (Reability Centered Maintenance – RCM) (Soualhi et al., 2018 apud Mesquita, 2021).

O objetivo primordial de PHM consiste em minimizar a quantidade de manutenções imprevistas dos equipamentos. De acordo com Bizarria (2009), conforme citado por Mesquita (2021), os sistemas que não utilizam o conceito de PHM tendem a gerar um desperdício da vida útil dos equipamentos. O uso adequado de técnicas de PHM possui as seguintes vantagens: Redução dos custos de manutenção, logística, estoque e operação;

- Redução do número de paradas não - programadas (manutençãocorretiva);
- Aumento da confiabilidade do sistema;
- Maximização da vida útil dos equipamentos que compõem o sistema e possuem período fixo de troca.

1.2 Justificativa

A vasta necessidade de reduzir os custos com a manutenção e ampliar o tempo de funcionamento dos equipamentos, alavanca o desejo de se recorrer a uma manutenção preditiva de confiabilidade. Visto que, os custos que as indústrias acarretam com esta atividade lhes geram grandes disperdícios e perdas significativas. Porém, apesar de não puder ser erradicado mas pode sim ser minimizado em uma boa parte utilizando as técnicas de monitoramento.

Para o presente trabalho, foram utilizados diferentes técnicas preditivas para os dados dos capacitores, com a finalidade de realizar uma análise comparativa entre as técnicas.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

O presente trabalho almeja modelar as curvas da degradação dos capacitores, e prever a vida útil remanescente dos capacitores eletrolíticos.

1.3.2 Objetivos específicos

- Melhorar os resultados modelando a curva do capacitor;
- Prever a decomposição e a RUL dos capacitores eletrolíticos através das técnicas de Regressão Polinomial e Filtro de Kalman;
- Realizar uma comparação analítica entre as técnicas implementadas.

2 CAPACITORES ELETROLÍTICOS

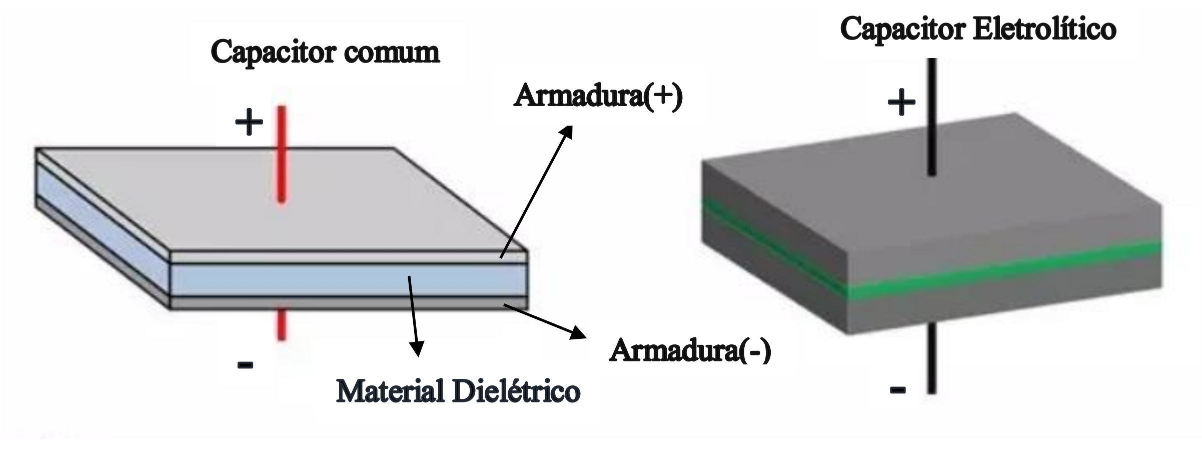
2.1 Noções Primordiais sobre os capacitores eletrolíticos

Os capacitores eletrolíticos de alumínio são dispositivos passivos de armazenamento de energia, tendo como seus princípios de operação processos eletroquímicos (Alves, 2019). Entre os diversos tipos de capacitores disponíveis, os capacitores eletrolíticos são extremamente importantes nos circuitos eletrônicos, principalmente porque apresentam valores elevados de capacitância em volume reduzido (Mehl, 2000).

A Capacitância pode ser definida como a capacidade de armazenar carga elétrica. Ou ainda, é denominada capacitância a propriedade que os capacitores têm de armazenar cargas elétricas na forma de campo eletrostático, e ela é medida através do quociente entre a quantidade de carga (q) e a diferença de potencial do campo elétrico (V) que existente entre as placas do capacitor (Boylestad, 2004, p.272). O termo capacitância expressa a habilidade de um sistema de condutores de materiais dielétricos em armazenar eletricidade ou carga elétrica, sob determinado valor de diferença de potencial (Silva Dias, 2000).

Segundo Mehl (2000), todo capacitor se compõe de duas partes condutoras (chamadas armaduras) separadas por um material isolante (ou material dielétrico). Supondo as armaduras como duas placas metálicas planas. A figura 1 mostra a estrutura básica de um capacitor.

Figure 1-Estrutura básica de um capacitor.



Fonte: Adaptado de Mundo da Elétrica (2021).

Geralmente no sistema internacional das unidades, os capacitores são especificados em Farad (F) e os seus submultiplos (microfarads, nanofarads e picofarads). A capacitância é dada pela equação 01.

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} \tag{2.1}$$

Onde:

C – Capacitância [F];

ε_0 – Permissividade Absoluta [$\frac{F}{m}$];

ε_r – Permissividade relativa [9,5 para Al_2O_3];

A – Área da superfície do eletrodo do capacitor [m2];

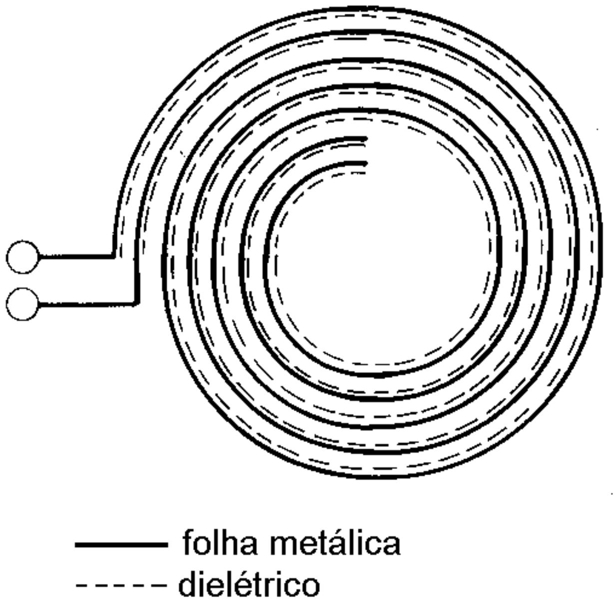
d – Espaçamento entre eletrodos [m];

Quanto menor a distância entre as placas, maior a capacitância, de maneira que esse fator deve aparecer no denominador da equação. Por fim, tendo em vista que níveis mais altos de permissividade resultam em níveis mais altos de capacitância, o fator ε_0 deve aparecer no numerador da equação definidora. No entanto, usar um dielétrico com um ε_r alto, entretanto, compensa pela distância aumentada entre as placas (Boylestad, 2011, p.339 e p.342).

Os capacitores eletrolíticos possuem a maior capacitância e apresentam dielétrico que têm comportamento diferente de acordo com o sentido do campo elétrico. Por isso, esses capacitores geralmente apresentam polaridade, ou seja, possuem dois terminais, um positivo e um negativo. E, sempre que estiver conetando estes capacitores a um circuito elétrico precisa-se considerar essa polaridade.

A maioria dos capacitores é construída com duas folhas finas de alumínio separadas por um filme do material dielétrico. Para permitir um encapsulamento compacto, normalmente emprega-se o esquema construtivo mostrado na Fig. 2, através do qual enrola-se as folhas metálicas e o dielétrico juntos. É assim que se são construídos os capacitores de papel, poliéster e policarbonato (Mehl, 2000).

Figure 2 - Construção de capacitores com folhas de alumínio separadas por filme dielétrico.

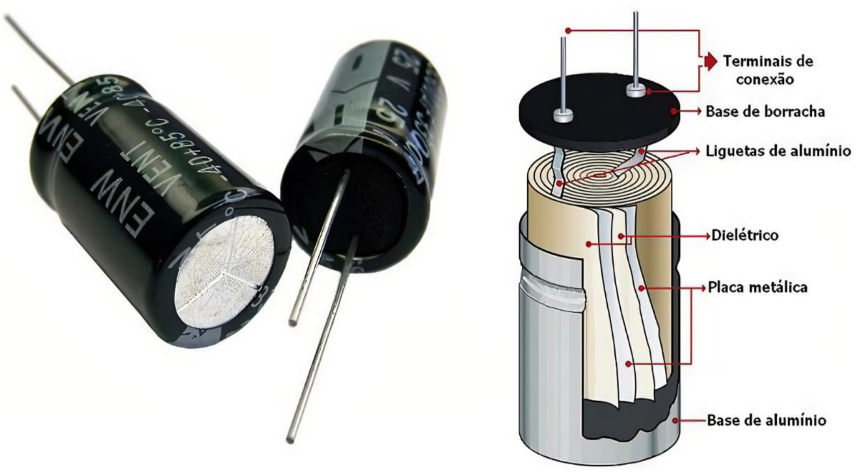


Fonte: Mehl (2000).

A figura 3 ilustra a constituição física de um capacitor eletrolítico de alumínio. Que contém como componentes primários os seguintes:

- Cátodo de folha de alumínio;
- Papel eletrolítico;
- Eletrólito;
- Uma camada de óxido de alumínio na superfície da folha de ânodo.

Figure 3 - Estrutura física do capacitor.



Fonte: Mundo da elétrica (2021)

Para a criação de uma camada de isolamento uma tira de papel impregnada com eletrólito líquido entra em contato com a camada de oxido de alumínio (Gasperi, 1996 apud Mesquita, 2021). O capacitor eletrolítico de alumínio é um componente passivo empregado em diversas aplicações, porque podem atingir altos níveis de capacitância e altos valores de tensão em um volume relativamente pequeno, e com um baixo custo econômico. Este tipo de capacitor tem sido tradicionalmente utilizado para filtragem, redes de temporização, acoplamento entre outras aplicações que exigem um componente econômico, volumetricamente eficiente e altamente confiável (Arya *et al*., 2017; Farjah *et al*., 2017 apud Silva Elias, 2018).

2.2 Vida Útil Remanescente e Taxa de Falhas

É importante saber o quanto pode durar um capacitor operando em condições normais, pois conhecendo a sua vida útil, pode ajudar muito a aumentar o seu tempo de existência.

Geralmente a expetativa de vida útil dos capacitores eletrolíticos de alumínio operando em temparatura máxima definida, varia de 1000 a 10.000 horas. Porém, esta vida útil pode ser estendida até 15 anos dependendo de um bom direcionamento do projeto, ou seja, deixando que o capacitor opere com certas folgas em relação aos seus parâmetros elétricos máximos.

Um alto valor de vida útil simboliza uma boa estabilidade química, alta pureza de materiais e qualidade de produção avançada, e também é relacionado ao chamado de confiabilidade.

A Confiabilidade é a capacidade de um item desempenhar uma função requerida, sob condições especificadas, durante um intervalo de tempo (ABNT-5462, 1994). A confiabilidade se refere ao quanto podemos crer em um bom funcionamento de um equipamento por um periodo determinado.

Segundo Albertsen (2010), Os conceitos relacionados de confiabilidade e tempo de vida fornecem respostas para as perguntas "Quantos elcaps podem falhar durante o uso do meu aplicativo?" e "Quanto tempo os elcaps sobreviverão em minha aplicação?".

O termo confiabilidade é dada pela seguinte expressão:

$$R(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t} \tag{2.5}$$

Onde:

R(t) - confiabilidade a qualquer tempo t.

λ - taxa de falhas (número total de falhas por período de operação).

t - tempo previsto de operação.

e – Constante de Néper (e $= 2{,}7182 \ldots$)

A taxa de falha é definida como o número de falhas por intervalo de tempo de funcionamento.

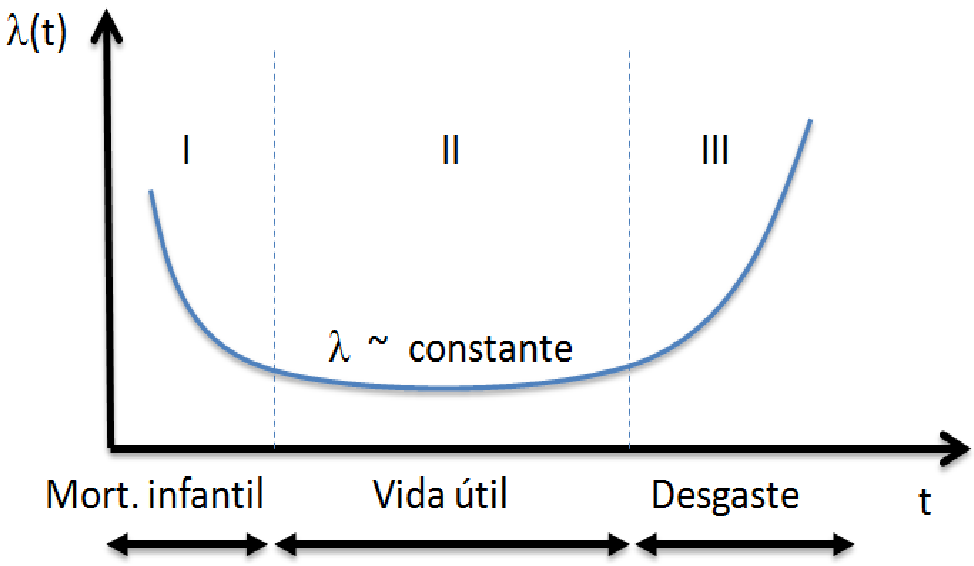
$$\lambda = \frac{numero\ de\ falhas}{numero\ de\ horas\ de\ operação} \tag{2.6}$$

A curva de banheira é uma dos inúmeros indicadores que auxiliam no monitoramento de falhas nos equipamentos. Essa curva ilustra a probabilidade de falhas com o decorrer do tempo, em que na maioria das vezes estas falhas se derivam do tempo de vida útil, onde a possibilidade de ocorrência varia entre etapas de ciclo de vida do equipamento a sua operação.

O gráfico da curva da banheira na Figura 4 mostra três períodos consecutivos distintos:

- Mortalidade infantil ou Falha Precoce (I-Função Decrescente);
- Vida Útil ou Falhas Aleatórias (II-Função Constate); e
- Envelhecimento ou Desgaste (III-Função Crescente).

Figure 4 - Curva da banheira.



Fonte: Foureaux, Nicole C. et al (2014).

A figura 4 descreve as características e o comportamento do gráfico em cada ponto ou etapa.

I- **Mortalidade Infantil** – essa curva (decrescente), descreve o momento inicial de taxa de falhas provenientes do processo de fabricação, efeitos de instalação, erros no projeto, montagem incorreta.

II- **Vida Útil** – esta é a etapa em que se verifica a estabilidade das taxas de falhas, ou seja, é o tempo que o consumidor pode usufruir do desempenho do seu equipamento ou componente. Esse é o ponto de menor número de taxa de falhas.

III- **Desgaste** – esta é a etapa que indica o momento final de vida útil do equipamento, onde temos um aumento de taxa de falhas e consequentemente um crescimento progressivo da curva. Nessa etapa é frequente que equipamento apresente alto índice de erros, estes erros que muita das vezes se derivam do desgaste e alterações além dos limites aceitáveis no final ou após o final da vida útil do equipamento.

2.3 Parâmetros que influenciam na falha dos capacitores eletrolíticos

As falhas em componentes eletrônicos podem ser provocadas por uma série de fatores como variações de temperatura, vibração, umidade, picos de corrente, surtos de tensão, entre outros (Fides Group, 2004). O desempenho do capacitor eletrolítico é fortemente afetado por suas condições de operação, como tensão, corrente, frequência e temperatura ambiente (Kulkarni et al., 2011). Porém, os principais fatores que afetam a vida útil dos capacitores eletrolíticos nas aplicações de energia será a temperatura de operação, corrente de ondulação (corrente ripple) e tensão de operação. Onde os capacitores são usados em um circuito de filtragem normal, a temperatura ambiente e o aquecimento devido à corrente de ondulação são fatores cruciais para determinar a vida útil dos capacitores. A forma de onda da corrente que flui através da carga capacitiva é periódica, não harmoniosa, com alto fator de crista. Esse modo de operação difícil da carga do capacitor resulta em calor criado e subsequente aumento de temperatura em toda a estrutura do capacitor (Spanik et al., 2014).

2.4 Procedimentos ou modos de falha nos capacitores eletrolíticos

Todos os equipamentos têm um certo comportamento quando não operam em suas devidas condições. Isto se deve a fatores distintos dependendo do equipamento, e dos cuidados tomados durante o tempo de uso.

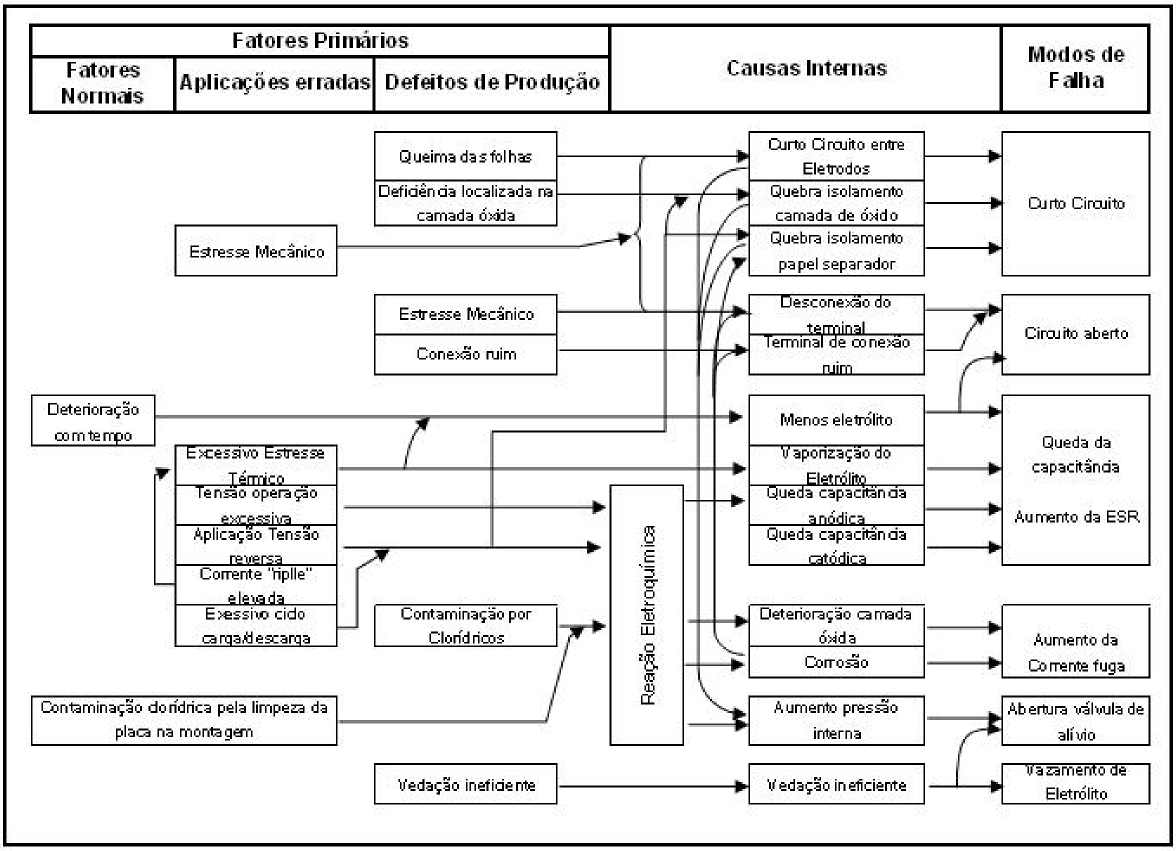
Segundo a norma MIL-C-62F (2008), a falha de um capacitor é declarada quando a sua resistência interna apresenta um aumento entre 280 a 300% do valor inicial, ou quando o valor da capacitância apresenta redução de 20% do seu valor nominal. Com esses valores, pode-se definir o valor limiar do desgaste do capacitor para assim realizar sua troca.

Segundo Lee et al. (2006), os equipamentos ou máquinas e seus componentes em geral passam por um processo de degradação antes de falhar completamente (apud Simeón, 2015). De acordo com Sankaran et al. (citado opor Mesquita, 2021).No que concerne a degradação do capacitor, ela pode ser mesurada pela perda da capacitância, aumento da resistência interna (Equivalent series resistance - ESR) e redução do peso do capacitor. Quando a capacitância diminui abaixo de um certo valor, o capacitor para de armazenar energia ou perde a função de filtro. Os elementos principais para a degradação do capacitor são o ambiente, o estresse de tensão e estresse mecânico.

Para capacitores eletrolíticos degradados, o caminho de impedância para a corrente CA no filtro de saída continua aumentando e a capacitância diminui, introduzindo assim uma tensão de ondulação acima da tensão CC desejada. Entretanto, isso acelera o processo de degradação nominal, devido às temperaturas mais altas no núcleo do capacitor (Kulkarni et al., 2011).

Um diagrama detalhado de diversos modos de falha nos capacitores eletrolítos é ilustrada na figura 5.

Figure 5 - Diagrama de modos de falha de um capacitor eletrolítico.



Fonte: Oliveira (2012).

O diagrama da figura 5 ilustra com detalhes diversos parâmetros que constituem modos de falha dos capacitores eletrolíticos, estes que se dividem em duas partes principais e suas subdivisões: Fatores Primários e Causas internas. E estas subdivisões elencam diversos pontos ou seja atividades que quando executadas, posteriormente condicionam estas falhas nos capacitores eletrolíticos e consequentemente isto os leva ao princípio da degradação.

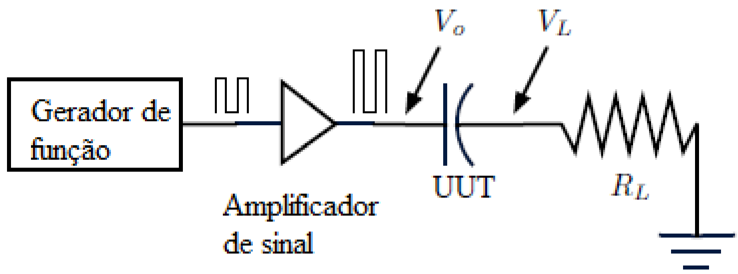
2.5 Base de Dados da NASA

Os dados utilizados nesse trabalho são do banco de dados da NASA, extraídos do experimento de (Celeya, Kulkarni, Biswas, Goebel, 2012) disponibilizado no site do repositório da NASA (https://ti.arc.nasa.gov/tech/dash/groups/pcoe/prognostic-data-repository/). A base contém os dados de capacitância de seis capacitores eletrolíticos. Estes foram submetidos a um estresse de tensão, para identificar o comportamento em relação a degradação e criar um modelo de degradação que dependeria do tempo.

Os capacitores eletrolíticos utilizados para a realização desse experimento, foram de capacitância de 2200µF, com uma tensão nominal máxima de 10V, corrente nominal de 1A e temperatura operacional máxima de 105ºC. Estes também passaram pela medição de Espectroscopia de impedância eletroquímica (*Electrochemical-impedance spectroscopy* – EIS) antes do experimento e em diferentes estágios da execução do experimento.

No início do envelhecimento acelerado, os capacitores carregam e descarregam simultaneamente. Embora todos os capacitores testados estejam sujeitos às mesmas condições de carga e operação, seus valores de ESR e capacitância variam de maneira diferente. A Figura 6 mostra o circuito elétrico do experimento de sobrecarga elétrica. Um gerador de função é usado para gerar uma forma de onda quadrada que é amplificada na amplitude desejada para aplicação ao capacitor.

Figure 6 - Diagrama de blocos da configuração experimental.

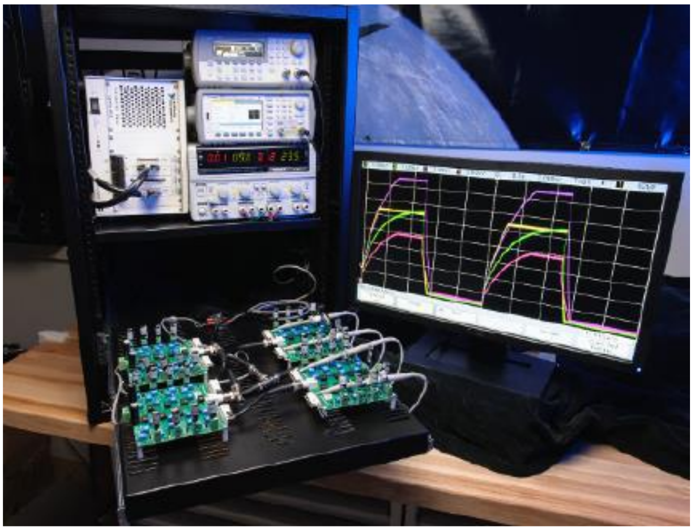


Fonte: Mesquita (2021)

As medidas do EIS foram registradas a cada 8 a 10 horas do total de mais de 180 horas de envelhecimento acelerado, a fim de capturar o fenômeno de degradação nos valores de resistência interna e capacitância. Durante cada medição, a fonte de tensão foi desligada, os capacitores foram descarregados completamente e, em seguida, o procedimento de caracterização do EIS foi realizado. Isso foi feito para todos os seis capacitores em teste.

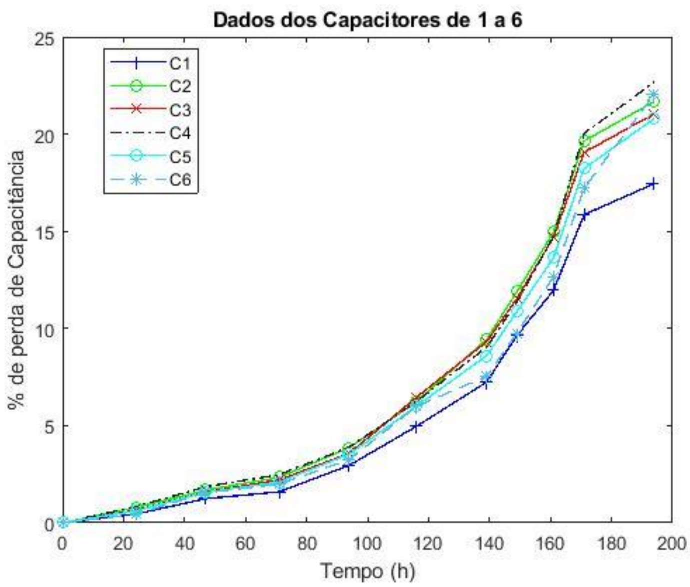
Após o período de 196h foi coletada as informações da degradação de cada capacitor gerando o gráfico da porcentagem de perda de capacitância no tempo decorrido. As Figura 7 e a Figura 8 abaixo, correspondem da bancada de teste com o experimento e do o gráfico da porcentagem de perda de capacitância no tempo decorrido, respectivamente.

Figure 7 - Experimento de envelhecimento por estresse de tensão.



Fonte: Mesquita (2012).

Figure 8 - Gráfico da degradação dos capacitores pelo tempo.



Fonte: O Autor.

Na seção a seguir será apresentada uma das técnicas utilizada neste trabalho para modelar as curvas dos capacitores em estudo.

3 REGRESSÃO LINEAR SIMPLES E MÚLTIPLA

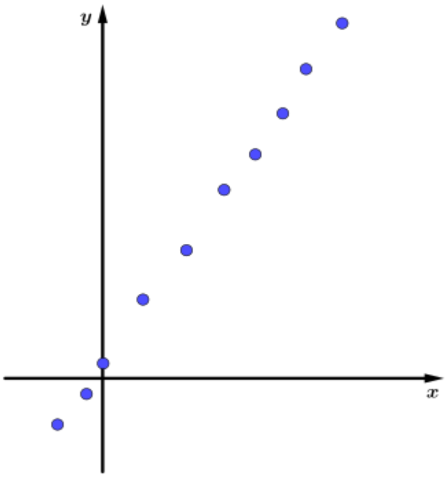
No presente capítulo, apresentamos os preceitos matemáticos que legitimam a escolha da melhor curva que se adeque a um conjunto de pontos de dados.

3.1 Estimação por Método dos Mínimos Quadrados

A regressão por método dos mínimos quadrados é uma técnica matemática de determinação da curva que minimiza a discrepância entre os dados coletados e os pontos da curva que representam a tendência geral dos dados (Sousa Neto, 2018).

Considerando um conjunto representados por pontos (x, y) no plano cartesiano, Figura 9.

Figure 9 - Conjunto de pontos representados no plano cartesiano.



Fonte: ECT/UFRN (2018)

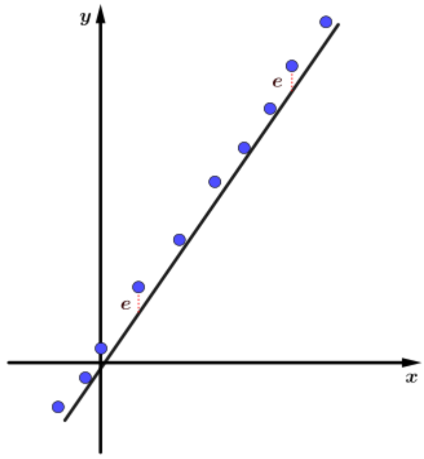
Conforme visto na Figura 9, os pontos estão dispersos e o propósito seria aproximá-los através do MMQ obtendo uma função que represente melhor os pontos a partir de um critério de minimização de erros pré-definida.

O MMQ consiste em obter uma função aproximada para um conjunto de pontos a partir de seus valores. Podendo-se utilizar um polinômio de grau p, como a função aproximada para estes pontos (Soares et al., 2013).

A Figura 3.2 mostra a discrepância dos pontos com relação a função linear concorrente a melhor representatividade dos pontos, função

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x \tag{3.1}$$

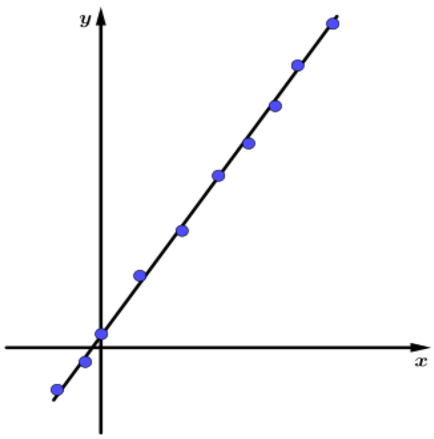
Figure 10 - Equação da reta com os pontos a serem ajustados.



Fonte: ECT/UFRN (2018)

Percebe-se, que para cada ponto existe um erro e que é a diferença entre a função e o ponto utilizado. E a Figura 11 mostra o resultante da aproximação feita baseado nos modelos que em seguida estudaremos neste capítulo.

Figure 11 – Pontos ajustados.



Fonte: ECT/UFRN, (2018)

Note que, as abscissas de pares de pontos coincidem e o que difere são as ordenadas, ou seja, $(x_i; y_i)$ e $(x_i; \hat{y}_i)$. No entanto, de acordo com o teoria do conceito de MMQ, considerando os dois vetores que se diferem, podemos perceber que, minimizar a soma do quadrado das distâncias entre esses pontos seria equivalente a minimizar a norma de diferença entre referidos vetores.

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} (y_i - \hat{y})^2} \quad (3.2)$$

3.2 Modelo de Regressão Linear Simples

Na seção passada já havia introduzido o conceito de regressão linear, que nada mais é, do que a convenção de uma reta a um conjunto de pares $\{(x1, y1), (x2, y2), (x3, y3), \dots, (xn, yn)\}$ dados ou empíricamente adotados. A sua expressão matemática é dada por:

$$y = a_0 + a_1 x + e \quad (3.3)$$

Onde:

a_0 - é o coeficiente que representa a interseção da reta de regressão com o eixo y;

a_1 - é o coeficiente que representa a inclinação da reta;

e - é o erro ou resíduo entre a reta de regressão e os pontos dados.

Isolando o erro e da equação de regressão linear Eq.(3.2), tem-se que: O erro ou resíduo é diretamente proporcional a diferença entre o valor medido representado por y, e o valor aproximado ou seja, calculado representado por $\hat{y}$ Eq.(3.1).

$$e = y - (a_0 + a_1 x) \quad (3.4)$$

Substituindo $a_0 + a_1 x$ pelo $\hat{y}$ tem-se que:

$$e = y - \hat{y} \quad (3.5)$$

De acordo com Guimarães (2001, p.72), “os critérios para a escolha do tipo da função f(x) (que nesse trabalho estamos a representar por $\hat{y}$) a ser usada para ajustar o conjunto de pontos experimentais, obviamente não é aleatórias” (apud Almeida, 2015). Essa escolha envolve um processo de análise que passa, por exemplo, pela identificação das relações de causa e efeito que governam o sistema estudado. O fato dessas relações não serem conhecidas não é empecilho para que se intua a forma de f(x). Uma análise qualitativa do fenômeno e das condições experimentais em que a observação é feita muitas vezes é suficiente para que se possa estabelecer a forma dessa função (Almeida, 2015).

Suponhamos que, pretendemos analisar um par de n pontos (x, y) notamos que eles podem ser ajustados graficamente por uma reta. Sendo que, para isso precisaremos achar os valores dos coeficiêntes a_0 e a_1 tais que a função $\hat{y}$ se aproxime da função y, talvez o procedimento mais conveniente seria resolvermos o seguinte sistema.

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = a_0 + a_1 x_1 \\ \hat{y}_2 = a_0 + a_1 x_2 \\ \hat{y}_3 = a_0 + a_1 x_3 \\ \vdots \\ \hat{y}_n = a_0 + a_1 x_n \end{cases} \tag{3.5}$$

No entanto, temos um sistema com n equações e 2 incógnitas. Posto isto, é importante salientar que, a resolução desse sistema só seria possível se a reta passasse por todos os pontos em questão, respectivamente. Sendo que não, aqui entra o cerne do presente método. O propósito da regressão linear é de ajustar uma reta a um conjunto de pontos de dados, ou pelo método de MMQ, é feita de modo que o somatório do quadrado dos erros, ou seja, o quadrado da diferença dos dados reais e os dados ajustados seja minimizado. É uma técnica de previsão muito comum em que os valores preditos são usados para estimar o comportamento futuro de uma variável. Onde a soma total dos erros é dada por:

$$\begin{aligned} S_r &= \sum_{i=1}^{n} {e_i}^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Segundo Ruggiero (1997, p.273), usando o cálculo diferencial para obter o ponto de mínimo de Sr , temos de, inicialmente, encontrar seus pontos críticos, ou seja, a_0 e a_1 tais que:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_k}|(a_0, a_1, \ldots, a_k) = 0, \quad k = 1, 2, \ldots, m \tag{3.7}$$

Calculando essas derivadas parciais em função dos coeficientes, temos que:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = 2\sum_{i=1}^{n}(a_0 + a_1 x_i - y_i\,) \qquad = 0 \tag{3.8}$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = 2\sum_{i=1}^{n}[(\,a_0 + a_1 x_i - y_i)(\,x_i)] = 0 \tag{3.9}$$

Rescrevendo as equações temos:

$$\begin{cases} \sum a_0 + \sum a_1 x_i - \sum y_i \qquad = 0\,, \\ \sum a_0 x_i + \sum a_1 {x_i}^2 - \sum y_i x_i = 0\,. \end{cases} \tag{3.10}$$

Uma vez que, $\sum a_0 = n\, a_0$, podemos escrever o sistema acima na forma de equação linear nas variáveis a_0 e a_1. Assim temos,

$$\begin{cases} n a_0 \;+\; \sum (x_i) a_1 \;=\; \sum y_i \\ \sum (x_i) a_0 + \sum ({x_i}^2) a_1 \;= \sum y_i x_i \end{cases} \tag{3.11}$$

Escrevendo este sistema na forma matricial, temos que:

Onde:

$$Az = b \tag{3.12}$$

$$A = \begin{bmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum {x_i}^2 \end{bmatrix}, \qquad z = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i x_i \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

Resolvendo o sistema 3.13 para achar o determinante da matriz A, teremos que:

$$det(A) = n \sum {x_i}^2 - (\sum x_i)^2 \neq 0 \tag{3.14}$$

Agora podemos resolver o sistema 3.11 em função dos coeficientes a_0 e a_1 para achar a sua solução. Suponha que $det(A) = \sigma$, assim,

$$a_1 = \frac{n \sum x_i - \sum x_i \sum y_i}{\sigma} \tag{3.15}$$

$$a_0 = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sigma} \tag{3.16}$$

Esta solução do sistema 3.14 é considerada única quando $\sigma \neq 0$.

Ainda podemos escrever a solução do coeficiente a_0 de uma outra forma, ou seja, isolando-o na primeira equação normal do sistema 3.11. Temos então que:

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} - a_1 \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{3.17}$$

Atribuindo que,

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \quad e \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n},$$

Onde

$\bar{y}$ - é a média dos dados de (y_i);

$\bar{x}$ - é a média dos dados de (x_i).

Substituindo as incógnitas na equação 3.12, teremos que:

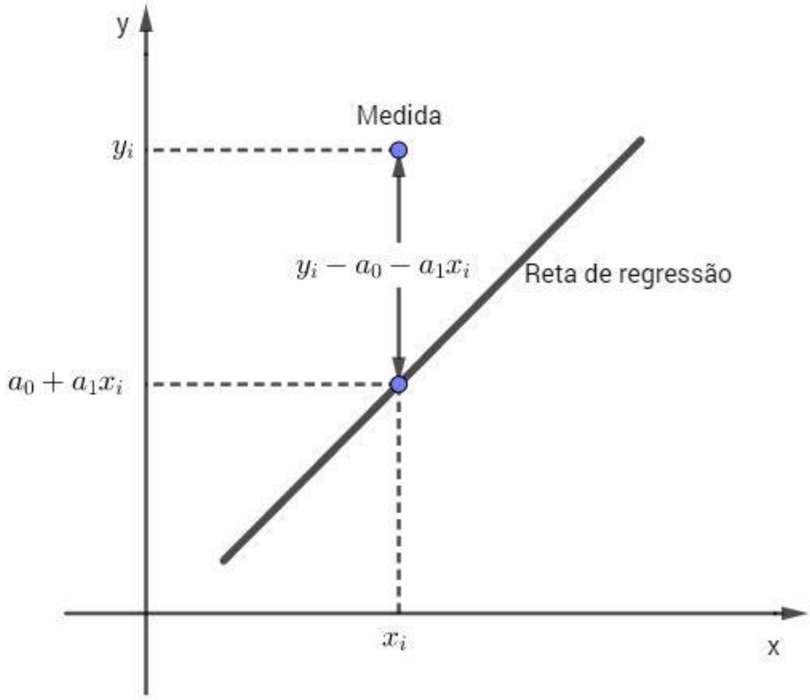
$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x} \tag{3.18}$$

A equação que representa a soma dos quadrados dos resíduos entre os pontos dados e a sua média aritmética, é dada por:

$$S_t = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 \tag{3.19}$$

A Figura 12 ilustra gráfico de Regressão linear com os parâmetros necessários incluindo o resíduo.

Figure 12 - Resíduo na regressão.

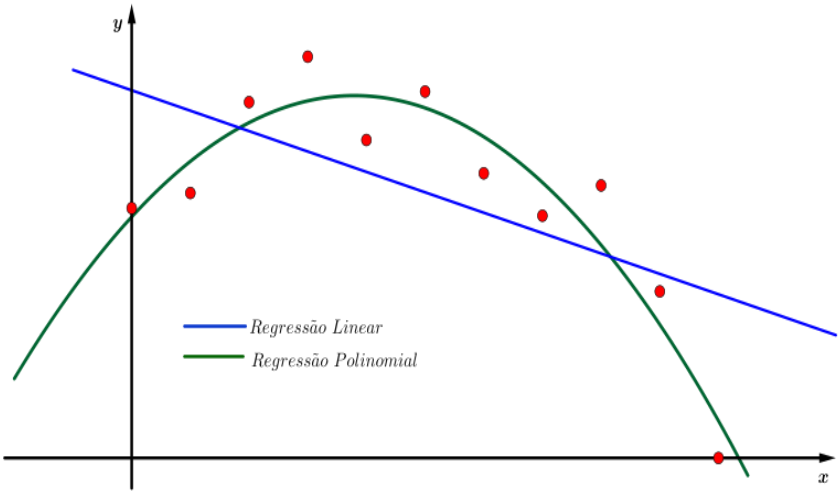


Fonte: Sousa Neto (2015).

3.3 Modelo de Regressão Polinomial

Partindo do pressuposto de que, o conjunto de dados a se ajustar nem sempre terá um comportamento linear, as vezes pode possuir um comportamento parabólica ou não linear. O que deixaria o modelo de Regressão Linear improvável de ser a melhor função que solucionaria o nosso problema. Neste caso, optamos para o modelo Regressão Polinomial, visto que, em muitos desses casos o modelo obedece a esse comportamento. De forma sintetizada, podemos dizer que, o modelo de Regressão Polinomial é uma generalização do modelo de Regressão Linear.

Figure 13 - Ajuste de curvas para dados não-lineares.



Fonte: ECT/UFRN (2018)

A Regressão Polinomial é uma forma de análise estatística cujo objetivo é modelar o valor esperado da variável dependente y em termos do valor de uma variável independente (ou vetor de variáveis independentes) x. A relação entre a vaiável independente e a variável dependente é modelada como um polinômio de enésimo grau em x , conforme a equação 3.20 (Gergonne, 1974 apud Garcia, 2021).

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_m x^n \tag{3.20}$$

O modelo Polinomial da equação 3.20 representa o ajuste de um conjunto de dados (x_i, y_i), em que $i = 1, 2, \dots, k$, partindo de MMQ e para $n < k$.

Nosso objetivo é minimizar no máximo o erro, sendo que para isso precisamos determinar os coeficientes $a_0, a_1, \dots, a_m$.

$$S_r(a_0, a_1, \dots, a_k) = \sum_{i=1}^{k} (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{3.21}$$

3.3.1 Modelo Quadrático

Neste trabalho vamos assumir que o y é um polinômio quadrático. Assim, teremos que a equação do modelo quadrático é dada por:

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + e \tag{3.22}$$

Aplicando o mesmo procedimento feito na seção 3.2 isolando o erro da equação 3.22 teremos:

$$\begin{aligned} e &= y - \hat{y} \\ e &= y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Assim, a soma quadrática dos erros será dada por:

$$S_r = \sum_{i=1}^{k} (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 {x_i}^2)^2 \tag{3.24}$$

Derivando a equação 3.24 em função dos coeficientes a_0, a_1, a_2 veremos que:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \displaystyle\sum_{i=1}^{k} (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 {x_i}^2) = 0 \\ \dfrac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \displaystyle\sum_{i=1}^{k} x_i (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 {x_i}^2) = 0 \\ \dfrac{\partial S_r}{\partial a_2} = -2 \displaystyle\sum_{i=1}^{k} {x_i}^2 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 {x_i}^2) = 0 \end{cases} \tag{3.25}$$

Reorganizando as equações para determinar o conjunto das equações normais, temos que:

$$\begin{cases} (n)a_0 + \left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)a_1 + \left(\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2\right)a_2 = \sum_{i=1}^{k} y_i \ , \\ \left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)a_0 + \left(\sum_{i=1}^{k} {x_i}^2\right)a_1 + \left(\sum_{i=1}^{k} {x_i}^3\right)a_2 = \sum_{i=1}^{k} y_i x_i \ , \\ \left(\sum_{i=1}^{k} {x_i}^2\right)a_0 + \left(\sum_{i=1}^{k} {x_i}^3\right)a_1 + \left(\sum_{i=1}^{k} {x_i}^4\right)a_2 = \sum_{i=1}^{k} y_i x_i \, . \end{cases} \tag{3.26}$$

As três equações não lineares contém três incógnitas $a_0, a_1 \ e \ a_2$. No entanto, vamos determinar os coeficientes rescreveremos o sistema na forma matricial.

$$Az = b \tag{3.27}$$

Em que:

$$A = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{k} x_i & \sum_{i=1}^{k} {x_i}^2 \\ \sum_{i=1}^{k} x_i & \sum_{i=1}^{k} {x_i}^2 & \sum_{i=1}^{k} {x_i}^3 \\ \sum_{i=1}^{k} {x_i}^2 & \sum_{i=1}^{k} {x_i}^3 & \sum_{i=1}^{n} {x_i}^4 \end{bmatrix} \quad z = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} y_i \\ \sum_{i=1}^{k} y_i x_i \\ \sum_{i=1}^{k} y_i {x_i}^2 \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

Verifique que:

$$A = X^T X \qquad \text{e} \qquad b = X^T y \tag{3.29}$$

Com,

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & {x_2}^2 \\ 1 & x_2 & {x_2}^2 \\ \vdots & & \\ 1 & x_n & {x_n}^2 \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad b = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

Assim, veremos que o sistema 3.27 é equivalente ao sistema

$$Xz = y$$

Em seguida apresentaremos o resultado do caso em que a solução do sistema é única.

O sistema 3.27 é possível e determinado, se e somente se, existem pelo menos três abscissas distintas entre os pontos dados. Ou seja, esse sistema é possível e determinado, se e somente se, o posto da matriz A e da matriz ampliada do sistema é 3. Porém

$$posto(A) = posto(X^T X) = posto(X) = 3,$$

Isso nos proporciona pelo menos três abscissas diferentes.

Partindo desse pressuposto, podemos afirmar que o sistema 3.23 é possível e determinado, se $\sigma \neq 0$, podemos obter o σ apartir da equações (3.10 e 3.11) da seção 3.2.

Para determinar as expressões dos coeficientes a_0, a_1, a_2 , vamos considerar a matriz ampliada $[A|b]$ escalonada.

Para deixarmos a matriz mais nítida, vamos simplificar algumas variável reescrevendo-as como:

$$\beta = k\sum_{i=1}^{k} {x_i}^3 - \sum_{i=1}^{k} x_i \sum_{i=1}^{k} {x_i}^2 , \qquad \varphi = k\sum_{i=1}^{k} {x_i}^4 - \left(\sum_{i=1}^{k} {x_i}^2\right)^2 , \tag{3.31}$$

$$\propto = \sum_{i=1}^{k} x_i y_i - \sum_{i=1}^{k} x_i \sum_{i=1}^{k} y_i \qquad e \qquad \omega = k\sum_{i=1}^{k} {x_i}^2 y_i - \sum_{i=1}^{k} {x_i}^2 \sum_{i=1}^{k} y_i \tag{3.32}$$

Com todas as manipulações feitas, podemos ver que a matriz ampliada possui a seguinte estrutura:

$$\frac{1}{k}\left[\begin{array}{ccc:c} k & \sum_{i=1}^{k} x_i & \sum_{i=1}^{k} {x_i}^2 & \sum_{i=1}^{k} y_i \\ 0 & 1 & \frac{\beta}{\sigma} & \frac{\alpha}{\sigma} \\ 0 & 0 & \varphi - \frac{\beta^2}{\sigma} & \omega - \frac{\alpha\beta}{\sigma} \end{array}\right] \tag{3.33}$$

Assim, podemos afirmar que temos a condição de determinar os coeficientes a_0, a_1, a_2, respectivamente. Onde as expressões ficam como:

$$a_0 = k\sum_{i=1}^{k} y_i - \frac{k\alpha}{\sigma}\sum_{i=1}^{k} x_i - a_2\left(\sum_{i=1}^{k} {x_i}^2 - \frac{\beta}{\sigma}\sum_{i=1}^{k} x_i\right)$$

$$a_1 = \frac{\sigma\omega - \alpha\beta}{\sigma\varphi - \beta^2} \tag{3.34}$$

$$a_2 = \frac{\alpha - a_2\beta}{\sigma}$$

3.3.2 Coeficiente de Determinação

Huang e Chen (2008) propuseram formas de calcular o coeficiente de determinação R^2 tanto para casos com apenas uma variável preditora quanto para casos com várias variáveis preditoras (Gomes, 2010). A forma de calcular o R^2 é lustrada pela equação 5.1.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=0}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=0}^{n}(y_i - \bar{y}_i)^2} \tag{3.35}$$

Onde:

R^2 é o coeficiente de determinação;

y_i representa os dados observados;

$\hat{y}_i$ representa os dados estimados pelo modelo;

$\bar{y}_i$ represnta a média dos dados observados.

Segundo Martins (2018), um valor de $R^2 \approx 1$ significa que, em princípio, a nuvem de pontos apresentada no diagrama de dispersão está próxima da reta de regressão, considerada para o modelo de regressão.

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

No entanto, não podemos dizer que, se $R^2 = 1$ o resultado é 100% confiável, porém, de acordo com Montgomery (2003, p.397), conforme citado por Martins (2018), esta medida deve ser usada com precaução, pois nem sempre um valor de R^2 grande (próximo de 1) é sinal de que um modelo esteja a ajustar bem os dados. Do mesmo modo, um valor baixo de R^2, pode ser provocado por um *outlier*, enquanto a maior parte dos dados se ajustam razoavelmente bem a uma reta (De Veaux, 2004 , p.148 apud Martins, 2018).

3.4 Erro quadrático médio

O erro quadrático médio MSE (do inglês, Mean Square Error), é um estimador imparcial da variância σ^2 do termo de erro aleatório (Ostertagová, 2012). E é definido como:

$$MSE(i) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{3.36}$$

Em que L representa o número de dados observados.

Para um ajuste satisfatório, espera-se que o valor de MSE e S_r sejam iguais a zero e o $R^2 = 1$. Se o S_r for igual a S_T ($S_r = S_T$) e $R^2 = 0$, implica que o ajuste não propõe nenhuma melhoria.

O erro quadrático médio é muito útil na comparação de estimadores, principalmente se um deles for viciado. Se os dois estimadores são não viciados, o estimador mais eficaz é simplesmente aquele com a menor variância, ou seja, o menor valor de MSE.

Na próxima seção será apresentada outra técnica utilizada no presente trabalho para a modelagem e melhoria dos resultados dos capacitores em estudo.

4 FILTRO DE KALMAN

4.1 Introdução ao Filtro de Kalman

Os problemas teóricos e práticas em comunicação e controle , tais como: predição de sinais aleatórios; separação de sinais aleatórios de ruídos aleatórios e deteção de sinais de forma conhecida (pulso, senoides) na presença de ruídos aleatórios, foram inicialmente previstas suas soluções de filtragem pelo Wiener. Em 1960, R.E. Kalman descreveu no seu famoso artigo uma solução recursiva para o problema de filtragem linear dos dados discretos (Kalman, 1960). Graças ao avanço tecnológico dos computadores digitais, o filtro de Kalman e suas extensões a problemas não lineares representam o produto mais largamente utilizado dentro da moderna teoria de controle (Aiube, 2005).

4.2 O Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é um conjunto de equações matemáticas que constitui um processo recursivo eficiente de estimação, uma vez que o erro quadrático é minimizado. Através da observação da variável denominada "variável de observação" outra variável, não observável, denominada "variável de estado" pode ser estimada eficientemente. Podem ser estimados os estados passados, o estado presente e mesmo previstos os estados futuros(Aiube, 2005).

Conforme Thrum (2005), o filtro de Kalman pode produzir estimativas dos valores reais das medições e os seus valores calculados associados ao prever um valor, estimar a incerteza do valor previsto, bem como o cálculo de uma média ponderada do valor previsto e o valor medido. O maior peso é dado para o valor com o menor grau de incerteza(apud Cruz, 2013).

- **O Processo a ser estimado**

A equação que governa a estimação do estado de um processo controlado em tempo discreto é dada como:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_k + w_{k-1} \tag{4.1}$$

A equação de medição é:

$$z_k = Ax_k + v_k \tag{4.2}$$

Onde:

A é o modelo de transição de estados, aplicado no estado anterior x_{k-1} .

B é o modelo das entradas de controle, aplicado no vetor de entradas de controle u_k .

w_k e v_k são ruídos do processo e de medição, respectivamente, assumido que são independentes entre si, brancos, com uma distribuição normal de médias zero de covariâncias do processo Q e covariâncias de medições R, consequentemente.

$$p(w) \sim N(0, Q) \tag{4.3}$$

$$p(v) \sim N(0, G) \tag{4.4}$$

Considerando que, $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}n$, $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}l$ e $\boldsymbol{z} \in \mathbb{R}m$, a dimensão de cada matriz anterior é: $\boldsymbol{A}$ (nxn), $\boldsymbol{B}$ (nxl), $\boldsymbol{H}$ (mxn), $\boldsymbol{w}$ $(nx1)$, $\boldsymbol{v}$ $(mx1)$, $\boldsymbol{x}$ $(nx1)$, $\boldsymbol{z}$ $(mx1)$, $\boldsymbol{Q}$ (nxn) e $\mathbf{G}$ (mxm). Observe que, a matriz $\boldsymbol{A}$ (nxn) na equação de diferença (4.1) relaciona o estado no passo de tempo anterior $(k-1)$ ao estado no passo atual k, na ausência de uma função motriz ou ruído de processo; A matriz $\boldsymbol{B}(nxl)$ relaciona a entrada de controle opcional $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}l$ ao estado x; A matriz $\boldsymbol{H}(mxn)$ na equação de medição (4.2) relaciona o estado à medição z_k. Visto que, na prática, A e B ambos os matrizes podem mudar a cada intervalo de tempo, mas aqui assumimos que são constantes.

A matriz de covariância de erro é definida como:

$$e_k^- = x_k - \hat{x}_k^- \tag{4.5}$$

$$e_k^+ = x_k - \hat{x}_k^+ \tag{4.6}$$

Onde $\hat{x}_k^-$ é a estimação a priori e $\hat{x}_k^+$ é a estimação a posteriori, dada a medição z_k. E as matrizes de covariância de erro do erros a priori e a **posteriori** são:

$$P_k^- = E[e_k^- e_k^{-T}] \tag{4.7}$$

$$P_k^+ = E[e_k^+ e_k^T] \tag{4.8}$$

A matriz P_k^+ simboliza uma certa incerteza nos valores dos estados do sistema estimados. Este processo de estimação dos estados do sistema, no algorítmo do FK acontece em apenas duas etápas: Predição e Correção.

- ***Predição***

Previsão do estado (Estimativa *a priori*)

$$\hat{x}_k^- = Ax_{k-1} - Bu_{k-1} \quad (4.9)$$

Previsão da Covariância (Estimativa *a priori*)

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (4.10)$$

- ***Correção***

Resíduo de covariância:

$$S_k = HP_kH^T + G_k \quad (4.11)$$

Resíduo de medição:

$$\tilde{y}_k = z_k - H\hat{x}_k^- \quad (4.12)$$

Ganho de Kalman:

$$K_k = \frac{P_k^- H^T}{S_k} \quad (4.13)$$

$$K_k = \frac{P_k^- H^T}{HP_k^- H^T + G} \quad (4.14)$$

Estado atualizado(Estimativa *a Posteriori*):

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k\tilde{y}_k \quad (4.15)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (4.16)$$

Covariância estimada (Estimativa a *Posteriori*):

$$P_k = (I - K_k z_k)\, P_k^- \quad (4.17)$$

Table 1 - Equações discretas de atualização do tempo e medição do FK.

Predição:	
$\hat{x}_k^- = Ax_{k-1} - Bu_{k-1}$	(4.9)
$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q$	(4.10)
Correção:	
$K_k = \dfrac{P_k^- H^T}{HP_k^- H^T + G}$	(4.14)
$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-)$	(4.16)
$P_k = (I - K_k z_k)\, P_k^-$	(4.17)

Fonte: O Autor

No quadro abaixo é mostrado uma representação esquemática do ciclo do FK em execução. A exigência que o algorítmo faz é que a matriz do resíduo de covariância seja inversa de modo a conseguir a obtenção do ganho de Kalman.

Quadro 1 - Representação esquemática do FK.

Equações de Atualização do Tempo (**Predição**)

- Projeta o estado futuro:

$$\hat{x}_k^- = Ax_{k-1} - Bu_{k-1}$$

- Projeta a covariância do erro futuro:

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q$$

Equações de Atualizações das Medições (**Correção**)

- Calcule o ganho de Kalman

$$K_k = \frac{P_k^- H^T}{HP_k^- H^T + G}$$

- Atualize a estimativa com medição z_k.

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-)$$

- Atualiza a covariânça do erro.

$$P_k = (I - K_k z_k)\, P_k^-$$

Estimativas Iniciais: $\hat{x}_{k-1}$ e P_{k-1}

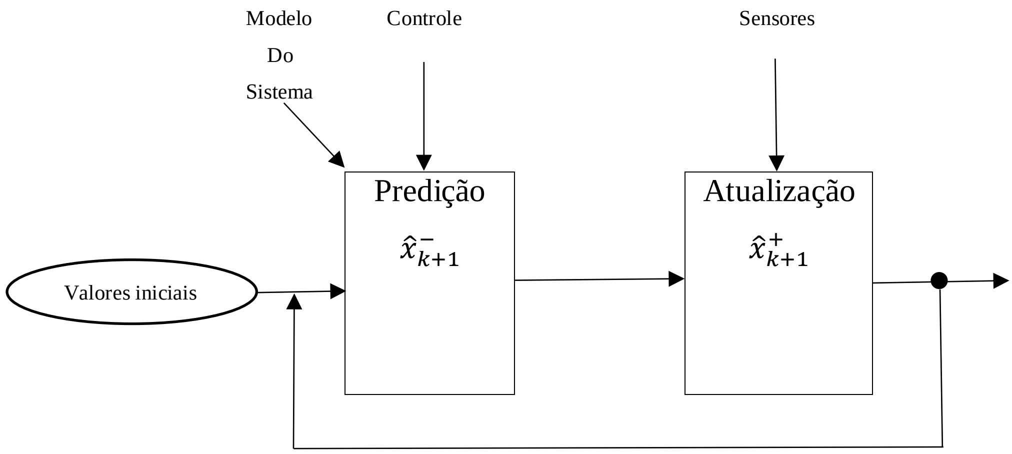
Fonte: O Autor.

4.2.1 O Filtro de Kalman Estendido (EKF)

Distintamente dos filtros de Kalman estacionário contínuo e recursivo discreto definidas na seção 4.1, o filtro de Kalman estendido, é o modelo adotado para estimação de estados quando o processo a ser estimado e (ou) a relação de medição com o processo não é linear. Segundo Julier e Uhlmann (1996), é importante notar que uma falha fundamental do EKF é que as distribuições (ou densidades no caso contínuo) das diversas variáveis aleatórias deixam de ser normais após sofrerem suas respectivas transformações não lineares. O EKF é simplesmente um estimador de estado ad hoc que apenas aproxima a otimalidade da regra de Bayes por linearização (apud Bishop et al., 2001).

A estimativa produzida pelo método tende a estar mais perto dos valores reais do que as medições iniciais, dado que a média ponderada tem uma incerteza de estimativa melhor do que qualquer um dos valores individuais que realizam essa mesma média (Thrum, 2005 apud Cruz, 2013). A Figura 14 mostra a estrutura geral do Filtro de Kalman e suas duas fases: predição e correção. A filtragem de Kalman tem muitas aplicações na tecnologia e as respectivas extensões e generalizações do método também foram desenvolvidas, por exemplo estendida (EKF) e unscented (UKF, do inglês Unscented Kalman Filter).

Figure 14 - Estrutura geral do FK.



Fonte: O Autor.

É importante notar que uma falha fundamental do EKF é que as distribuições (ou densidades no caso contínuo) das diversas variáveis aleatórias deixam de ser normais após sofrerem suas respectivas transformações não lineares. O EKF é simplesmente um estimador de estado ad hoc que apenas aproxima a otimalidade da regra de Bayes por linearização. Alguns trabalhos interessantes foram feitos por Julier et al. no desenvolvimento de uma variação para o EKF, usando métodos que preservam as distribuições normais ao longo das transformações não lineares (Julier e Uhlmann, 1996).

- **O processo a ser estendido**

Tal como abordado na seção 4.1, a equação que governa o processo de estimação do estado é a equação de diferença estocástica, desde que o nosso processo possui um vetor de estado $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}n$, respectivamente. Porém, nesta seção o processo é governado pela equação de diferença estocástica não linear. Que é definida como:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k, w_{k-1}) \tag{4.18}$$

Com a equação de medição dada por:

$$z_k = h(x_k, v_k) \tag{4.19}$$

Sendo as variáveis aleatórias w_k e v_k novamente representam o ruído do processo e da medição como na equação 4.3 e na equação 4.4 da seção anterior. A função não linear f na equação 4.18 relaciona o estado no passo de tempo anterior $k-1$ ao estado no passo de tempo atual k, incluindo como parâmetros qualquer função motriz u_k, e o ruído de processo de média zero w_k. A função não linear h na equação da equação de medição 4.18 relaciona o estado x_k, com a medição z_k. Assim,

$$\tilde{x}_k = f(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \tag{4.20}$$

e,

$$\tilde{z}_k = h(\tilde{x}_k, 0) \tag{4.21}$$

- **Origens Computacionais**

Sejam,

$$x_k \approx \tilde{x}_k + A(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + W w_{k-1} \tag{4.22}$$

$$z_k \approx \tilde{z}_k + H(x_{k-1} - \tilde{x}_{k-1}) + V v_{k-1} \tag{4.23}$$

Onde:

x_k são vetores de estado de medição;

$\tilde{x}_k$ são os fatores de estado e medição aproximados de equação 4.20 e 4.21;

$\hat{x}_k$ é uma estimativa a posteriori do estado na etapa k ;

As variáveis aleatórias w_k e v_k representam o processo e o ruído de medição nós na equação 4.3 e na equação 4.4.

A é a matriz jacobiana de derivadas parciais de f em relação a x, ou seja

$$A_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \tag{4.24}$$

W é a matriz jacobiana de derivadas parciais de f em relação a w.

$$W_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial w_{[j]}}(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \tag{4.25}$$

H é a matriz jacobiana de derivadas parciais de h em relação a x.

$$H_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \tag{4.26}$$

V é a matriz jacobiana de derivadas parciais de h em relação a v

$$V_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial v_{[j]}}(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \tag{4.27}$$

O erro de predição para o EKF é:

$$\tilde{e}_{x_k} \equiv (x_k - \tilde{x}_k) \tag{4.28}$$

O residual de medição é:

$$\tilde{e}_{z_k} \equiv (z_k - \tilde{z}_k) \tag{4.29}$$

Utilizando as equações (4.30) e (4.31), podemos escrever as equações que governam o processo de erro. Com,

$$\tilde{e}_{x_k} \approx A(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + \varepsilon_k \tag{4.30}$$

$$\tilde{e}_{z_k} \approx H\tilde{e}_k + \eta_k \tag{4.31}$$

Onde:

ε_k e η_k representam novas variáveis aleatórias independentes com média zero e matrizes de covariância WQW^T e VGV^T, com Q e G definidas nas equaçoes 4.3 e 4.4.

A estimativa de estado a posteriori para o processo não linear original é dada por:

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + \hat{e}_k \tag{4.32}$$

As distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias das equações 4.30 e 4.31 são:

$$p(\tilde{e}_{x_k}) \sim N(0, E(\tilde{e}_{x_k}\tilde{e}_{x_k}^T)$$

$$p(\varepsilon_k) \sim N(0, WQ_kW^T)$$

$$p(\eta_k) \sim N(0, VG_kV^T)$$

A partir dessas aproximações, supondo que o valor previsto de $\hat{e}_k$ seja zero, a estimação de $\hat{e}_k$ seria dada pela seguinte equação:

$$\hat{e}_k = K_k\tilde{e}_k \tag{4.35}$$

Substituindo a equação (4.31) na (4.35), e a equação (4.35) na (4.34) tem-se a equação (4.36).

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + K_k\tilde{e}_k$$

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + K_k(z_k - \tilde{z}_k) \tag{4.36}$$

Em seguida mostraremos o conjunto das equações referentes ao filtro de Kalman estendido em suas duas etapas Predição e Correção. Vale salientar que, substituímos $\tilde{x}_k$ por $\hat{x}_k^-$ para permanecer com a anotação anterior (Estimativa a priori). Por outro lado, em jeito de facilitar a compreensão anexamos um subscríto k às matrizes Jacobianos A, W, V e H, pois esses matrizes são variáveis e isso nos concede a obrigação de recalculá-los a cada passo k.

- ***Predição***

Previsão do estado (Estimativa *a priori*)

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \tag{4.39}$$

Previsão da Covariância (Estimativa *a priori*)

$$P_k^- = A_kP_{k-1}A_k^T + W_kQ_{k-1}W_k^T \tag{4.40}$$

- ***Correção***

Resíduo de covariância:

$$S_k = H_kP_k^-H^T + V_kG_kV_k^T \tag{4.41}$$

Resíduo de medição:

$$\tilde{y}_k = z_k - h(\hat{x}_k^-, 0) \tag{4.42}$$

Ganho de Kalman:

$$K_k = \frac{P_k^- H^T}{S_k} \tag{4.43}$$

$$K_k = \frac{P_k^- H^T}{H_k P_k^- H^T + V_k G_k V_k^T} \tag{4.44}$$

Estado atualizado(Estimativa *a Posteriori*):

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \tilde{y}_k \tag{4.45}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - h(\hat{x}_k^-, 0)) \tag{4.46}$$

Covariância estimada (Estimativa a *Posteriori*):

$$P_k = (I - K_k H_k)\, P_k^- \tag{4.47}$$

Agora podemos mostrar as equações de EKF em uma forma mais resumida na Tabela 4.2.

Table 2 - Equações de atualização de medição do EKF.

Predição:	
$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0)$	(4.9)
$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T$	(4.10)
Correção:	
$K_k = \dfrac{P_k^- H^T}{H_k P_k^- H^T + V_k G_k V_k^T}$	(4.14)
$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - h(\hat{x}_k^-, 0))$	(4.16)
$P_k = (I - K_k H_k)\, P_k^-$	(4.17)

Fonte: O Autor.

O modelo da execução do filtro de Kalman estendido que apresentaremos em seguida no quadro 2 abaixo, é equivalente ao modelo do filtro de Kalman discreto apresentado no quadro 1. Porém, com algumas discrepâncias nas equações pois respondendo as normas de não linearização do processo que rege o EKF.

Quadro 2 - Representação esquemática do EKF.

Equações de Atualização do Tempo (Predição)	Equações de Atualizações das Medições (Correção)
• Projete o estado futuro: $\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0)$ • Projete a covariância do erro futuro: $P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T$	• Calcule o ganho de Kalman $K_k = \frac{P_k^- H^T}{H_k P_k^- H^T + V_k G_k V_k^T}$ • Atualize a estimativa com medição z_k. $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - h(\hat{x}_k^-, 0))$ • Atualize a covariânça do erro. $P_k = (I - K_k H_k)\, P_k^-$

Estimativas Iniciais:

$\hat{x}_{k-1}$ e P_{k-1}

Fonte: O Autor.

Uma característica importante do EKF é que o Jacobiano H_k, na equação para o ganho de Kalman K_k, serve para propagar corretamente ou "ampliar" apenas o componente relevante da informação de medição. Por exemplo, se não houver um mapeamento um-para-um entre a medição z_k e o estado via h, o Jacobiano H_k, afeta o ganho de Kalman de forma que ele apenas amplie a parte do residual $z_k - h(\hat{x}_k^-, 0)$ que não afetam o estado. É claro que, se em todas as medições não houver um mapeamento um-para-um entre a medição z_k e o estado via h, então, como podemos esperar, o filtro divergirá rapidamente. Neste caso, o processo não é observável (Bishop & Welch, 2001).

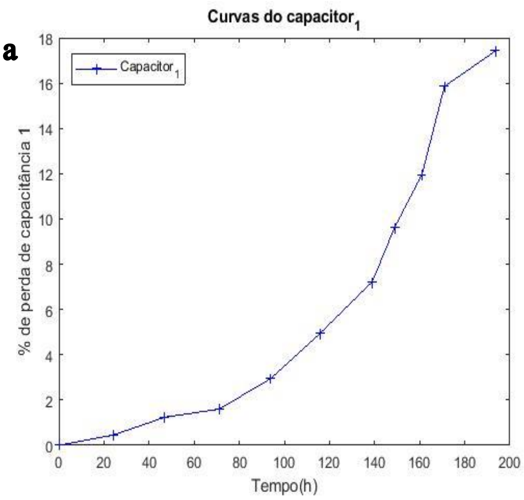
5 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

Neste capítulo, apresentaremos as simulações feitas ao longo deste trabalho, com base nos dados dos capcitores utilizados no experimeto de envelhecimento acelerrado feita pelo (Celeya, Kulkarni, Biswas, Goebel) disponível no respositório da NASA como citado na seção 2.5. E, os métodos utilizados para que isso se torne possível foram o método da Regressão Polinomial e o Filtro de Kalman, respectivamente. Todas as simulações foram feitas no software MATLAB R2020a, utilizando os métodos de regressão linear simples e múltiplos e o filtro de Kalman.

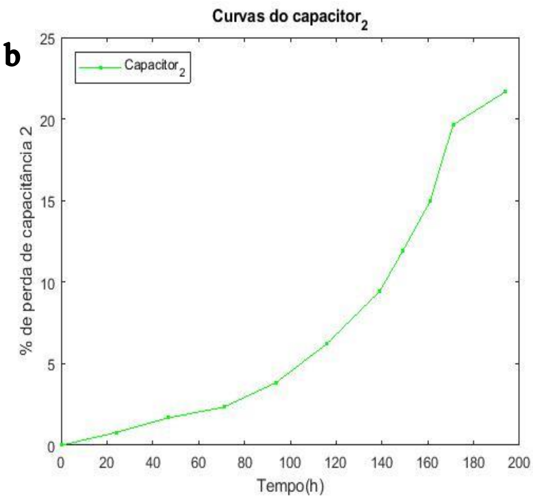
A simulação foi feita para todos os capacitores utilizando as duas técnicas para ajustar as curvas e comparar dentre as duas a melhor. As Figuras abaixo ilustram as curvas originais dos seis capacitores estudados.

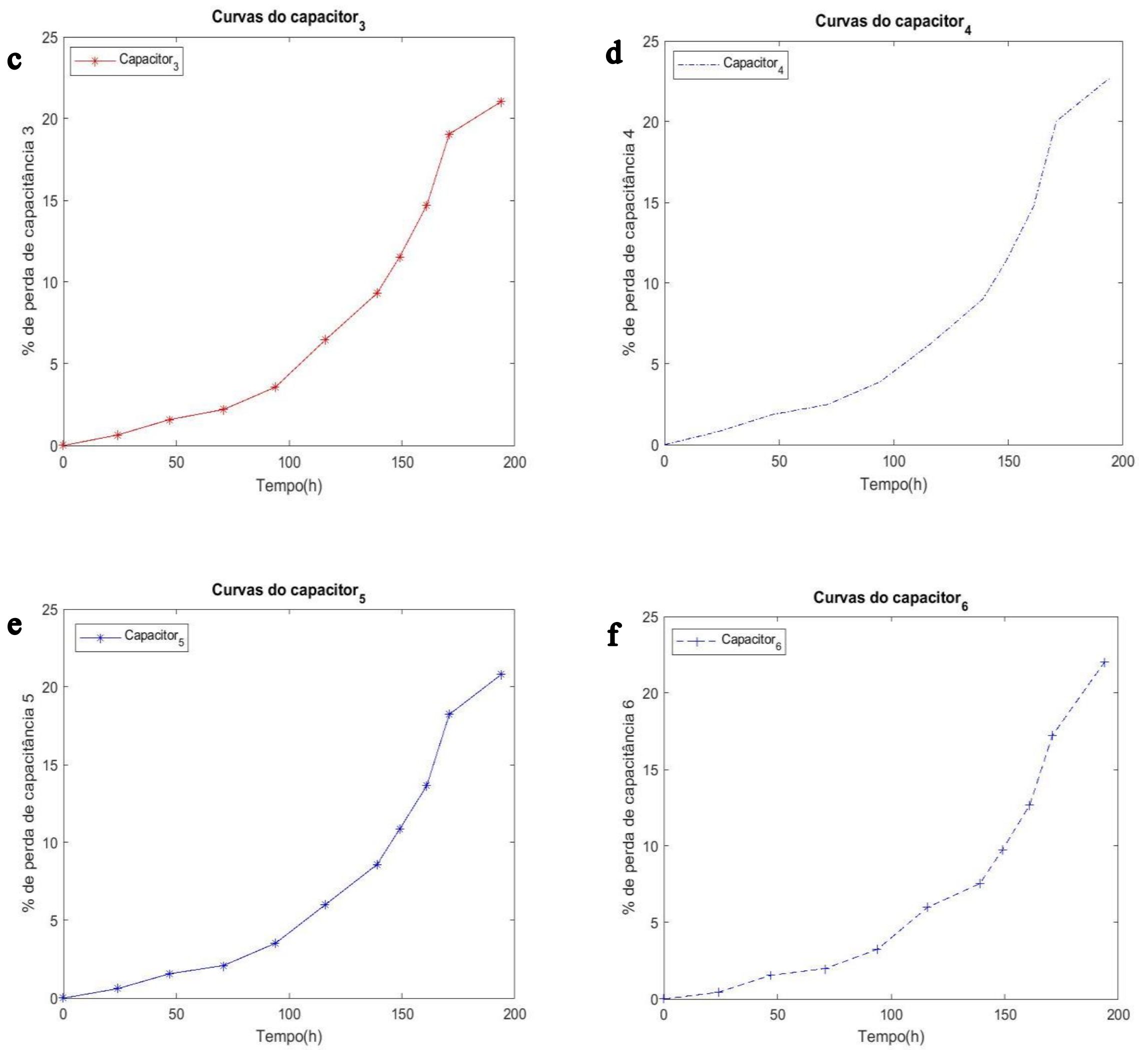
Figure 15 {a, b ,c, d, e, f} - Projeção de dados originais de todos os capacitores.

a



b



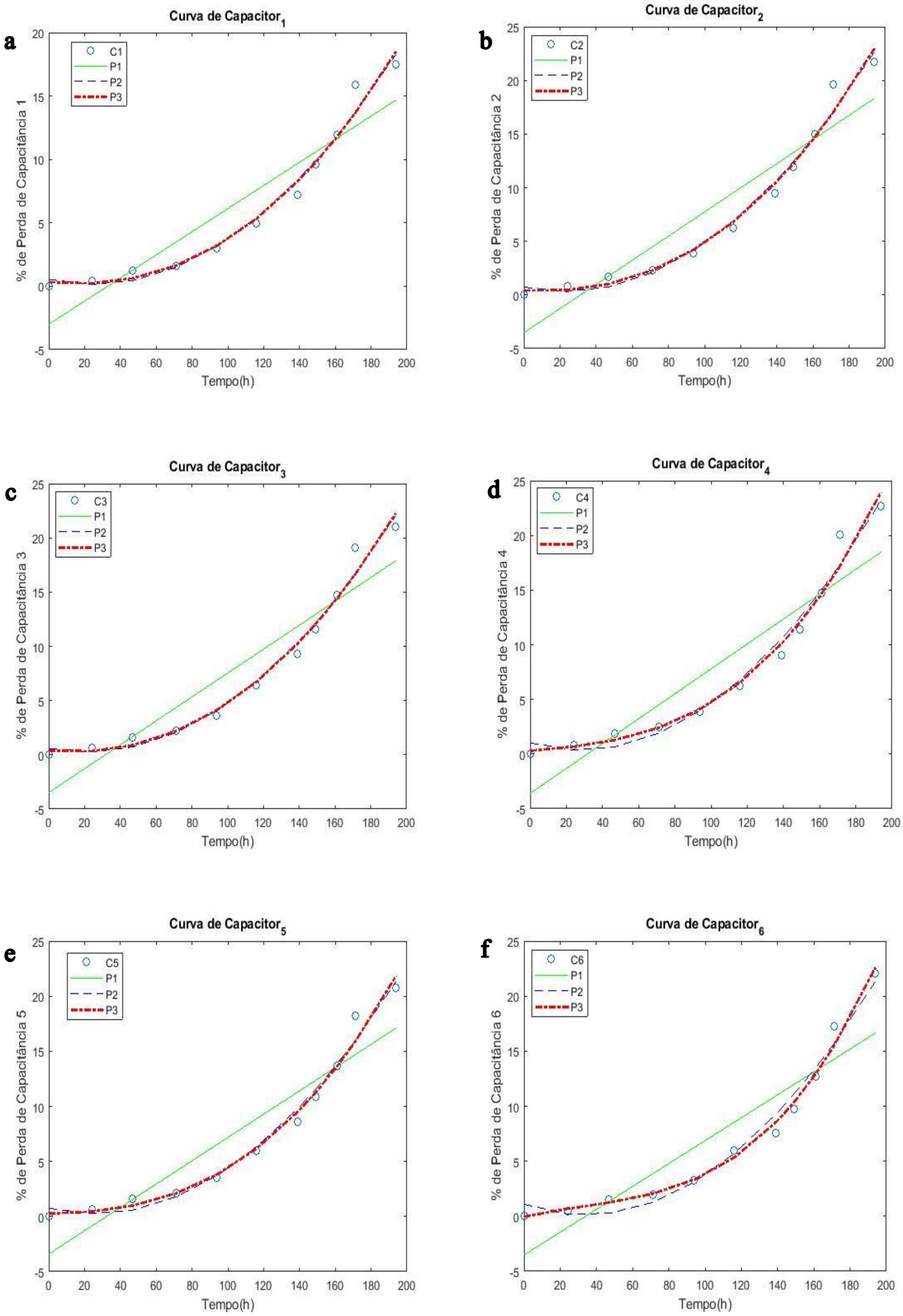


Fonte: O Autor

5.1 Resultados da RP

Para o modelo de regressão polinomial, ou seja, múltipla foi feita um ajuste que apresentou três curvas além da curva real do capacitor. As três curvas são referentes a regressão linear simples (Equação da Reta – P1), polinômio de 2ª ordem (P2) e o polinômio de 3a ordem (P3). As Figuras abaixo mostram os resultados da simulação de todos os capacitores.

Figure 16 {a, b, c, d, e, f} – Simulação da RP. a) – gráfico capacitor_1; b) – gráfico capacitor_2; c) – gráfico capacitor_3; d) – gráfico capacitor_4; e) – gráfico capacitor_5; f) – gráfico capacitor_6.



Fonte: O Autor

Nos ajustes feitos pelo método de regressão polinomial, foram obtidos diversos resultados de curvas e valores de R^2 e MSE para cada capacitor. Os valores dos indicadores de desempenho R^2 e MSE para todos os capacitores constam na Tabela 3, começando por R^2 e MSE da equação da reta, R^2 e MSE do polinômio de ordem p2 e R^2 MSE do polinômio de ordem p3.

Table 3 - Indicadores de desempenho para a RP.

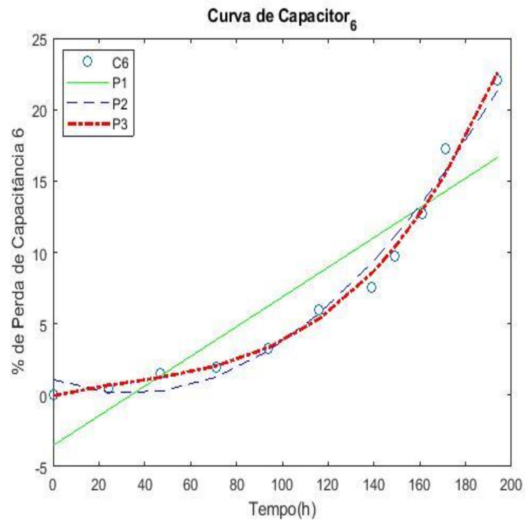
Capacitores	**R^2 Equação da Reta**	**MSE**	**R^2 Pol.2ª Ordem**	**MSE**	**R^2 Pol. 3ª Ordem**	**MSE**
Capacitor_1	0.86511	4.8176	0.97937	0.73681	0.97992	0.71712
Capacitor_2	0.87129	6.9587	0.98052	1.0529	0.98129	1.0113
Capacitor_3	0.87642	6.3579	0.9822	0.91568	0.98254	0.89846
Capacitor_4	0.85358	8.2447	0.97614	1.3436	0.9802	1.1152
Capacitor_5	0.86583	6.4326	0.98235	0.84634	0.98439	0.74831
Capacitor_6	0.83371	8.0152	0.97776	1.0718	0.98963	0.49995

Fonte: O Autor.

De acordo com estes resultados, pode-se notar que, para cada capacitor obteve-se valores ajustados de R^2 e MSE, respectivamente. Entretanto, para a equação da reta os resultados não eram vantajosos. Visto que, os valores da MSE eram altos, porém, em contrapartida os valores de R^2 eram consideráveis. Os valores dos dois indicadores de desempenho foram se melhorando conforme o aumento de graus do polinômio.

Os melhores ajustes, ou seja, os melhores valores do R^2 e o MSE foram param o polinômio de 3ª ordem e, o capacitor com o melhor ajuste foi o capacitor_6. Onde o R^2 = 0.98963 aproximadamente 0.99 ou 99%, porém, com o MSE = 0.49995 aproximadamente 0.5, ou seja, 50%. A Figura 17 ilustra o gráfico do capacitor com melhor ajuste.

Figure 17 - Modelagem do capacir_6 para RP.

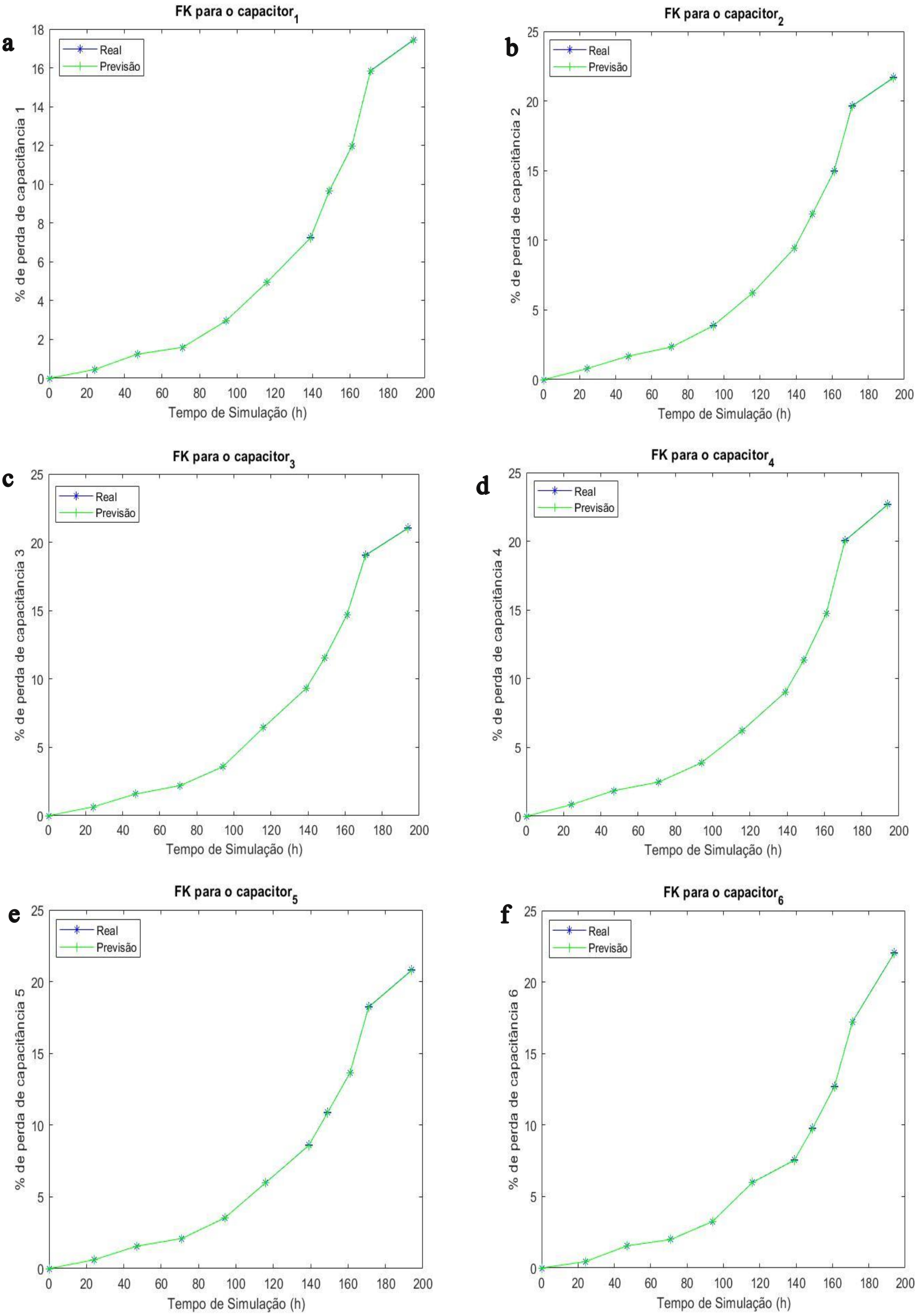


Fonte: O Autor.

5.2 Resultados do FK

Após diversas tentativas feitas ao executar o algorítmo criado para os dados dos capacitores neste método, percebeu-se que, ao colocar o valor de **Q** (Covariância do Processo – Valores dos estados) muito baixo em relação a $\boldsymbol{G}$(Covariância de medição-Valores de saída), se encontravam resultados totalmente desvantajosos. No entanto, com esses resultados não estavam melhoradas as curvas dos capacitores em análise. Perante este fato, foi-se alterando os resultados do G várias vezes, mantendo constante o valor de Q até perceber-se que, para a obtenção de melhores resultados no método de FK, seria necessário um valor mais alto de Q, e um valor de G baixo. Diminuindo esse valor de R cada vez mais nos proporcionou uma boa direção até conseguirmos resultados que condizem com o proposito do trabalho.Os gráficos de todos os capacitores estão mostrados abaixo para o Q>G (Q=0.5 e R=0.001) e $P_{(1)}^{-}$=80.

Figure 18 - {a, b, c, d, e, f} – Melhor resultados da simulação pelo o FK para G<Q. a) – Ajustes capacitor_1; b) – Ajustes capacitor_2; c) – Ajustes capacitor_3; d) – Ajustes capacitor_4; e) – Ajustes capacitor_5; f) – Ajustes capacitor_6.



Essa técnica nos concedeu um bom ajuste das curvas e, consequentemente, melhores resultados para os indicadores de desempenho. Porém, para isso foi suposto 7 valores distintos para G, além do primeiro valor experimental feito supondo que (G=10.000), resultados mostrados em anexo A. Nesses 7 valores escolheu-se 3 valores foram altos (maiores que 1), um valor mediana (igual a 1) e três valores baixos (menores que 1) a fim de enfatizar a conclusão chegada. Observou-se que, para os três valores mais altos os resultados foram insatisfatórios, em compensação, melhoraram bastante para os três valores mais baixos. Os valores dos indicadores de desempenho R^2 e MSE constam na Tabela 4 seguinte.

Table 4 - Indicadores do desempenho para o FK.

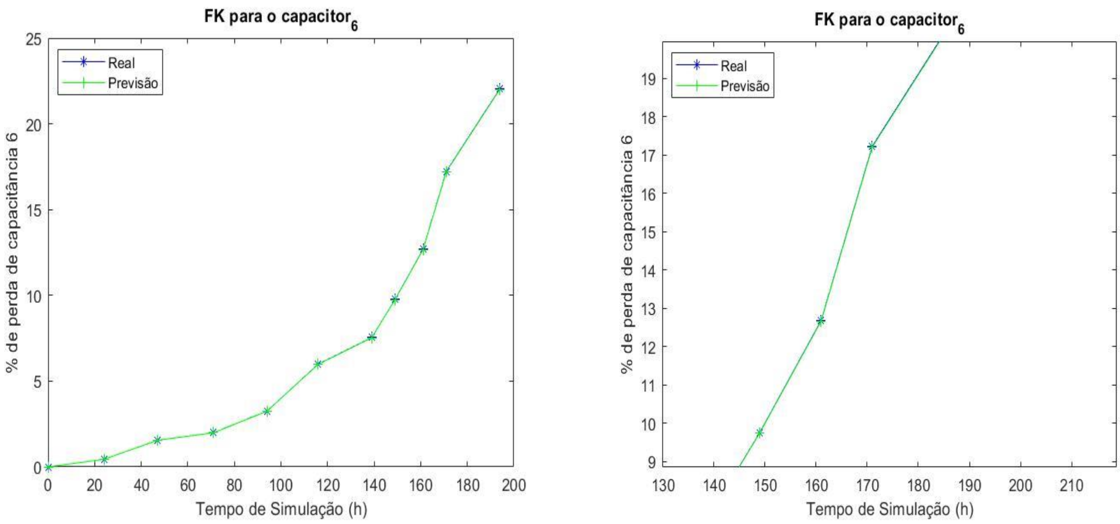
	Cap.1		Ca.2		Cap.3		Cap.4		Cap.5		Cap.6	
R	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE
10^3	-0.89	67.66	-0.94	105.2	-0.94	99.9	-0.9	108.2	-0.9	91.98	-0.84	88.52
10^2	-0.48	52.97	-0.52	82.17	-0.52	78	-0.5	84.79	-0.5	72.02	-0.45	69.94
10	-0.06	37.94	-0.09	58.81	-0.08	55.8	-0.1	60.77	-0.1	51.61	-0.04	50.34
1	0.68	11.34	0.67	17.58	0.68	16.7	0.68	18.26	0.68	15.49	0.68	15.33
10^{-1}	0.98	0.69	0.98	1.07	0.98	1.02	0.98	1.12	0.98	0.95	0.98	0.96
10^{-2}	0.99	0.01	0.99	0.01	0.99	0.01	0.99	0.01	0.99	0.01	0.99	0.01
10^{-3}	1	0.00	1	0.00	1	0.00	1	0.00	1	0.00	1	0.00

Fonte: O Autor.

Conforme a Tabela 4, constata-se que, nos resultados derivados do método FK, o ajuste melhora-se a medida que se diminui o valor de G, mantendo constante ou aumentando o valor de Q. Visto que, ao diminuir o valor de G faz com que o valor de $\hat{x}_k$ (Etapa de Correção ou Estimação a Posteriori) aumente e consequentemente isso gera uma boa aproximação nos valores de R^2 e MSE. E, se aumentar o valor de G faz com que, diminuam os valores de $\hat{x}_k$, ao passo que R^2 e MSE aumentam respectivamente, o que não seria viável.

Posto isto, pode-se notar que, nesse método, os resultados obtidos para G=1000, 100, 10, e G=1 são completamentamente não viáveis, porém, todas as outras previsões apresentam ótimos resultados, onde todos os valores de R^2 são maiores de 0.9 e menores ou igual a 1 ($0.9 \leq R^2 \leq 1$), e MSE obteve resultados no intervalo de 0 à 0.99 ($0 < MSE \leq 0.99$) com exceção para o capacitor 2, 3 e 4 quando G=0.1. Os resultados mais eficazes foram obtidos para G=0.01 e G=0.001. É apresentado abaixo o gráfico do capacitor_6 com mais detalhes sendo o que apresentou o melhor ajuste.

Figure 19 - {a, b} - Ajustes de curva do capacitor_6 para o FK. – a) Gráfico da curva do capacitor_06; b) Gráfico da curva do capacitor_06 com imagem ampliada.

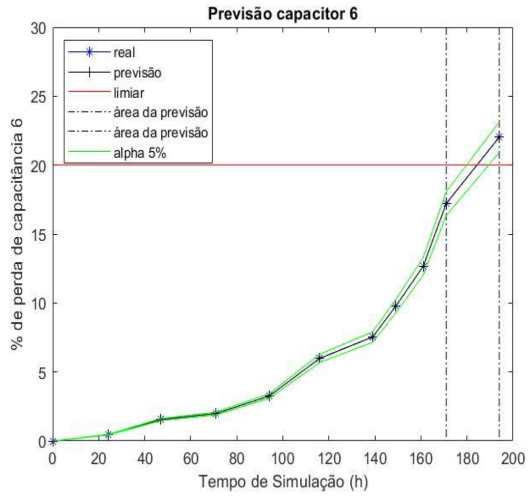


Fonte: O Autor.

5.3 Previsão de Falha do capacitor_6 utilizando o FK

O resultado da previsão da falha dos capacitores, pelo metodo de FK, é represendo pela Figura 5.4, este reusltado que pertence ao capacitor_6 por ter apresentado melhores ajustes durante o percurso deste trabalho. Onde a linha azul com uma estrela representa os valores reais do capacitor, a linha preta com uma barra reta representa os valores da previsão, a linha vermelha representa o limiar de falha (*threshold*) fixado em 20% e a linha verde representa o intervalo de confiança de 95%.

Figure 20 - previsão de falha no capacitor_6 utilizando o FK no tempo de 171h.



Fonte: O Autor.

No gráfico da figura acima, pode-se constatar o momento em que a previsão obtém o valor de threshold, definido em 20%, e, está contido no intervalo de confiança de 95%. Os resultados da simulação da previsão de falha dos demais capacitores se encontram nos anexo deste trabalho.

5.4 Comparação dos resultados de RP e FK

De acordo com os resultados vistos nas seções anteriores, é bem notório que, para a técnica de RP para o P3, o valor do indicador de desempenho R^2 mais baixo em relação aos demais foi do capacitor_1, todavia, o capacitor_4 apresentou o maior valor de MSE. Podemos dizer que isto se deve a discrepância dos dados outlier. E o melhor resultado encontrado de R^2 e MSE para RP foi para o capacitor_06 como já haviamos mencionado na seção (5.1). Ao passo que, para o FK, os menores valores de R^2 foram dos capacitor_2 e capacitor_3 que foram praticamente iguais, contudo, o maior valor de MSE foi do capacitor _4. De forma análoga, pode-se dizer que isto foi devido a discrepância dos dados outlier. No entanto, na técnica do FK, todos os capacitores apresentaram resultados 100% satifatórios para $G<<Q$,porém, continuando com o resultado do capicitor_6 como o melhor.

Diante isso, podemos concluir que o método do FK apresenta melhores condições para a execução destes ajustes (de acordo com o propósito do trabalho), em relação ao método de

RP. A Figura abaixo ilustra uma tabela comparativa das duas técnicas com os valores dos capcitores destacados nesta seção.

Table 5 - Resultados comparativos dos melhores resultados dos métodos RP vs FK.

	RP				**FK**			
	Regressão Pol. P3				**G<<Q (G=0.001 e Q=0.5)**			
	R^2		**MSE**		**R^2**		**MSE**	
Capacitores	**Maior Valor**	**Menor Valor**	**Maior Valor**	**Menor Valor**	**Maior Valor**	**Menor Valor**	**Maior Valor**	**Menor Valor**
C_1	--	0.97992	--	--	1	--	--	0.00
C_2	--	--	--	--	1	--	--	0.00
C_3	--	--	--	--	1	--	--	0.00
C_4	--	--	1.1152	--	1	--	--	0.00
C_5	--	--	--	--	1	--	--	0.00
C_6	0.98963	--	--	0.4999	1	--	--	0.00

Fonte: O Autor.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Visto que, a engenharia preza-se para a melhora constante da eficiência, ou seja, mais rendimento e menos custo, sempre haverá a necessidade de um bom gerenciamento dos equipamentos em busca de melhores resultados com menores custos de manutenção. E assim, vai ampliando a paixão pelo conhecimento de novas ideias referentes a manutenção preditiva e de vida útil dos equipamentos.

No entanto, neste trabalho foi apresentada uma breve explanação sobre os conceitos de prognóstico e gestão de saúde dos equipamentos, tratando assim especificamente do componente eletrônico, o capacitor eletrolítico. Para isso, foram implementadas duas técnicas para a predição, que são: a da Regressão Polinomial e do Filtro de Kalman. Entre as duas técnicas foi feita uma comparação para o estudo do modelo de degradação.

Foram urilizados seis capacitores eletrolíticos com dados provinientes do repositório da NASA Cuja finalidade dos dois métodos utilizados a predição da degradação da capacitância e melhoria das curvas dos capacitores, ou seja, RUL. Nestes métodos os critérios de avaliações adotados são: R^2 e o MSE. Vale salientar que, a previsão de falha só foi feita para o capacitor com o melhor resultado apresentado ao lungo do estudo que é o capacitor_06 e para o método do FK sendo também o método com melhores resultados neste processo. Também pelo tamanho do intervalos de confiança do momento de falha, foi definido um limiar de falha de 20% da degradação de capacitância e foi utilizado um intervalo de confiança de 95% afim de medir a confiança da predição prevista.

Os melhores resultados encontrados no método de Regressão Polinomial e o método de Filtro de Kalman são do capacitor_06. Eis que, para o método de Regressão Polinomial os valores dos coeficientes de determinação R^2 e o MSE não foram 100% satisfatórias principalmente para a equação da reta, porém, melhoradas. A medida que sobe a ordem do polinômio foram se melhorando os resultados aos valores mais ou menos consideráveis. É importante constar uma situação que foi constatada na tabela 3 dos indicares de desempenho, que ilustra uma descrepância dos resultados do capacitor_06, tendo o pior resultado na equação da reta(Polinômio de Primeiro Ordem) e o melhor restado para o polinômio de terceira ordem, consequentemente.

Para o método do Filtro de Kalman, viu-se que os piores resultados foram constatados quando o G (Covariância de medição) foi maior que o Q (Covariância do Processo) (G>Q), em caso oposto, com Q maior que o G (Q>G), as simulações de todos os modelos de degradação apresentaram resultados satisfatórios. Entretanto, observa-se que o métode de Filtro de Kalman se recebe todo o crédito por obter de forma mais precisa os resultados que satisfazem o objetivo do trabalho ou estudo.x

7 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 5462: **Confiabilidade e mantenabilidade**. Rio de Janeiro: ABNT, 1994.

OTANI, Mario; MACHADO, Waltair Vieira. **A proposta de desenvolvimento de gestão da manutenção industrial na busca da excelência ou classe mundial**. *Revista Gestão Industrial*, v. 4, n. 2, 2008.

MENG, Huixing; LI, Yan-Fu. **A review on prognostics and health management (PHM) methods of lithium-ion batteries**. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 116, p. 109405, 2019.

KALGREN, Patrick W. et al. **Defining PHM, a lexical evolution of maintenance and logistics.** *In: 2006 IEEE autotestcon*. IEEE, 2006. p. 353-358.

MESQUITA, Acélio Luna. **Previsão e Deteção de Falhas em Capacitores Eletrolíticos.** 2021.

BIZZARRIA, C.O. **Prognóstico de falhas no atuador do leme da aeronave EMBRAER-190**. *Dissertação de Mestrado em Engenharia Aeronáutica*, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 98f, 2009.

ALVES, Alan Persico. **Projeto de capacitores eletrolíticos de alumínio para aplicação industriais**. 2019.

SILVA, Fernanda Trombetta da. **Eletrólitos à base de líquido iônico tetrafluoroborato de 1-butil-3-metilimidazólio para a aplicação em capacitores eletrolíticos de alumínio**. 2010.

MEHL, Ewaldo LM. **Capacitores Eletrolíticos de Alumínio: Alguns cuidados e considerações práticas.** ***Internal publication of Federal University of Paraná***, 2000.

BOYLESTAD, Robert L. **Introducción al análisis de circuitos**. Pearson Educación, 2004. p.272.

DUARTE, Luiz Henrique Silva; ALVES, M. F. **Degradação dos Capacitores de Potência sob Influência dos Componentes Harmônicos**. XVI SNPTEE. Campinas, 2001.

BOYLESTAD, R. L. BOYLESTAD. **de Introducción al análisis de circuitos, México,** PEARSON, p. 339 - 342, 2011.

ELIAS, Igor da Silva et al. **Estudo de falhas em capacitores de inversores de frequência**. *Dissertação de Mestrado*. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. 2018.

PARLER, Sam G**. Improved spice models of aluminum electrolytic capacitors for inverter applications.** In: *Conference Record of the 2002 IEEE Industry Applications Conference*. 37th IAS Annual Meeting (Cat. No. 02CH37344). IEEE, 2002. p. 2411-2418.

Flávio R. Garcia / Fernando E. L. Linhares / Alexandre C. Naves Área de Compensação Reativa - Inepar S/A Indústria e Construções (2000)- **(Aplicação de Capacitores na Conservação de Energia de Sistemas Industriais).**

DE OLIVEIRA, Fernando Cláudio et al. **Previsibilidade de falhas em capacitores do barramento cc de inversores de frequência**. 2012.

FOUREAUX, NICOLE C. et al. **Viabilidade de recuperação de energia local utilizando supercapacitores em conversor de frequências industrial padrão**, 2014.

OLIVEIRA, Felipe Ferreira. **Utilização de conceitos de confiabilidade com a aplicação de ferramentas da qualidade: melhoria da ferramenta do robô de entrada**. 2018. (Ainda nao utl. 21/12) .

KUCHENBECKER, Walter. **Critérios para avaliação do sistema de isolação de máquinas elétricas girantes para a realização de serviços**. *Artigo técnico WEG, Artigo técnico WEG*, 2020.

FIDES Group. **A Reliability Methodology for Electronic Systems**. FIDES Guide Issue A, 2004.

ALVES, Alan Persico. **Projeto de capacitores eletrolíticos de alumínio para aplicação industriais**. 2019.

ECT/UFRN. **Método dos Mínimos Quadrados,** c2018**.** Disponível em: <https://cn.ect.ufrn.br/index.php?r=conteudo%2Fmmq#!> . Acesso em: 21/04/2023.

SPANIK, Pavol; FRIVALDSKY, Michal; KANOVSKY, Andrej. **Life time of the electrolytic capacitors in power applications**. In: 2014 ELEKTRO. IEEE, 2014. p. 233-238.

KULKARNI, Chetan et al. **Prognostic techniques for capacitor degradation and health monitoring.** In: *The Maintenance& Reliability Conference, MARCON*. 2011.

DUARTE, Luiz Henrique Silva; ALVES, M. F. **Degradação dos Capacitores de Potência sob Influência dos Componentes Harmônicos**. *XVI SNPTEE. Campinas*, 2001.

SOARES, Sérgio Aurélio Ferreira; LEAL, Brauliro Gonçalves; BACURAU, R. M. **Biblioteca em C para Regressão Polinomial Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados**. 2013.

RUGGIERO, M. A. G; LOPES, V. L. R. **Cálculo Numérico- Aspectos Teóricos e Computacionais**, *2a edição. São Paulo*, p.273, 1997.

AIUBE, F. A. L. **Modelagem dos preços futuros de commodities: abordagem pelo filtro de partículas.** *Maxuell*, 2005.

BISHOP, Gary et al. **An introduction to the kalman filter**. *Proc of SIGGRAPH, Course*, v. 8, n. 27599-23175, p. 41, 2001.

GOMES, Isabel Cristina. **Regressão polinomial local bivariada:** *estimação e aplicações*. 2010.

MARTINS, E. G. M. **Coeficiente de determinação.** ***Revista Ciência Elementar***, v. 6, n. 1, p. 24, 2018.

MATTEDE, Henrique . **Mundo da elétrica**, c2021. Disponível em: < https://www.mundodaeletrica.com.br/como-funcionam-os-capacitores/ >. Acesso em: 02/09/2022.

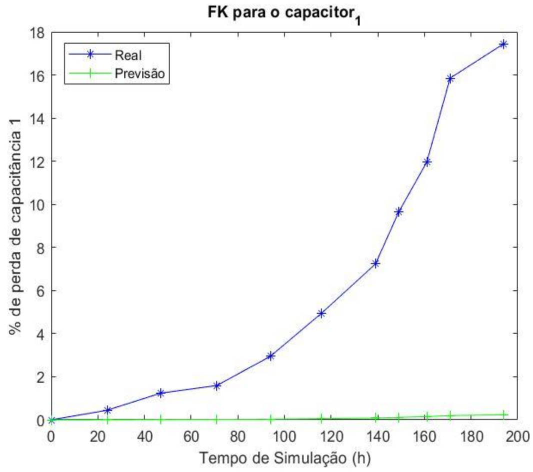
OSTERTAGOVÁ, Eva. **Modelling using polynomial regression**. *Procedia Engineering*, v. 48, p. 500-506, 2012.

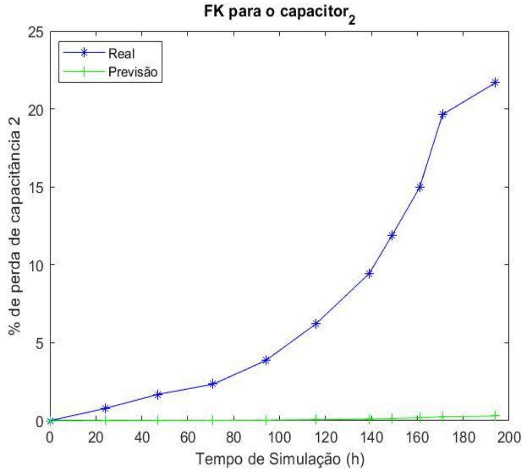
CELAYA, José R. et al. **Accelerated aging in electrolytic capacitors for prognostics**. In: *2012 Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium*. IEEE, 2012. p. 1-6.

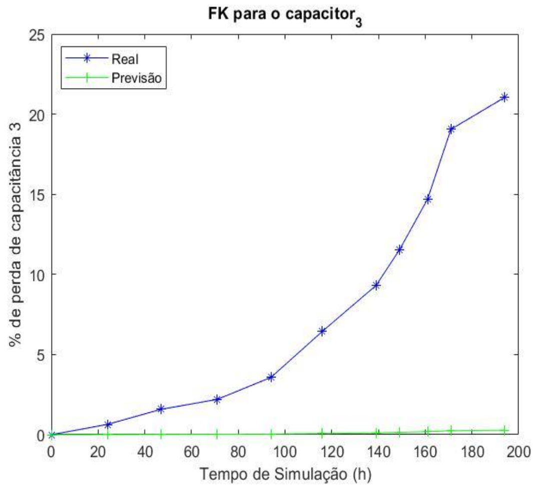
MIL-C-62F. **General specification for capacitors, fixed, electrolytic (dc. aluminum, dry electrolyte, polarized).** *Military Specification*. Department of Defense, 2008.

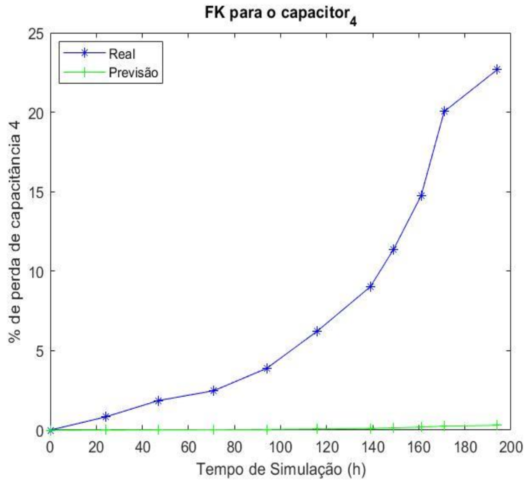
ANEXO A: RESULTADOS INICIAIS DA MODELAGEM PELO FK

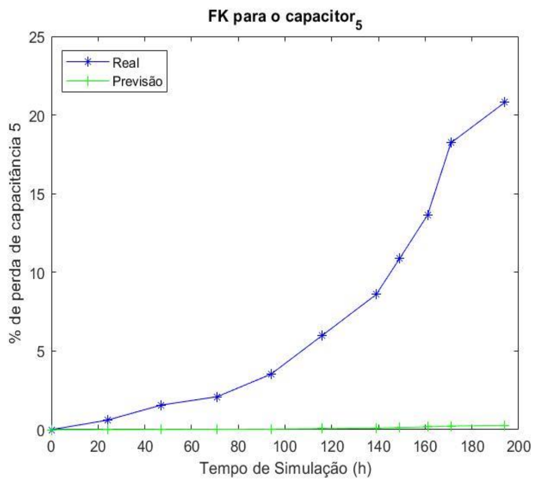
G=10.000

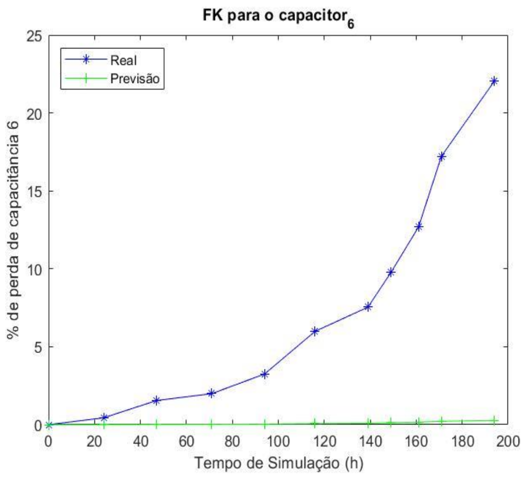






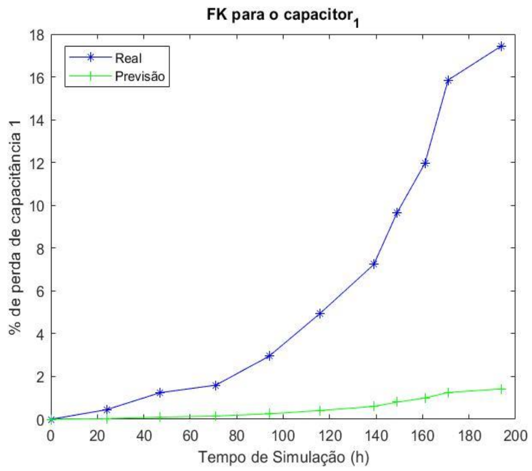


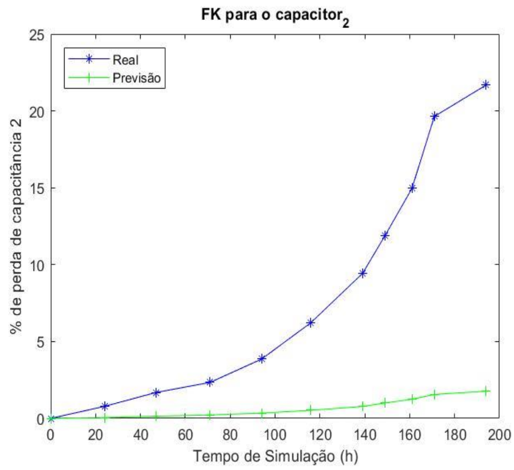


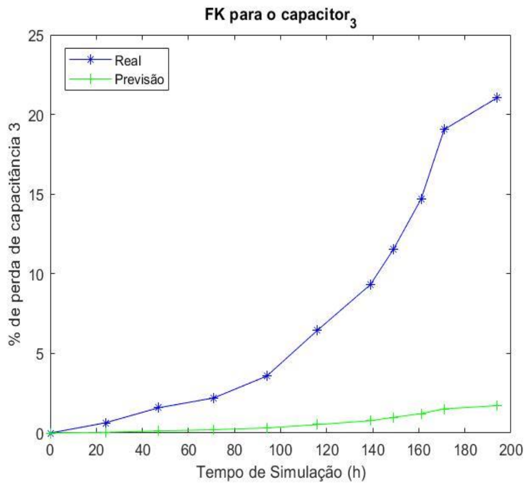


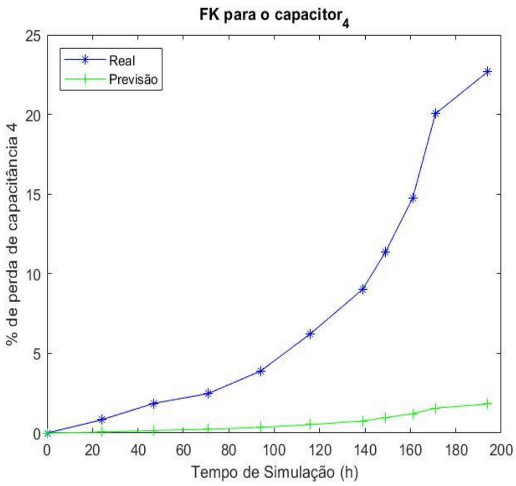
ANEXO B: RESULDOS DA MODELAGEM PELO FK

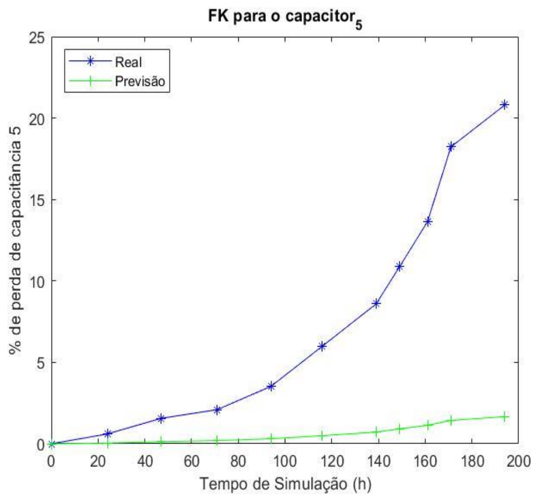
G=1000

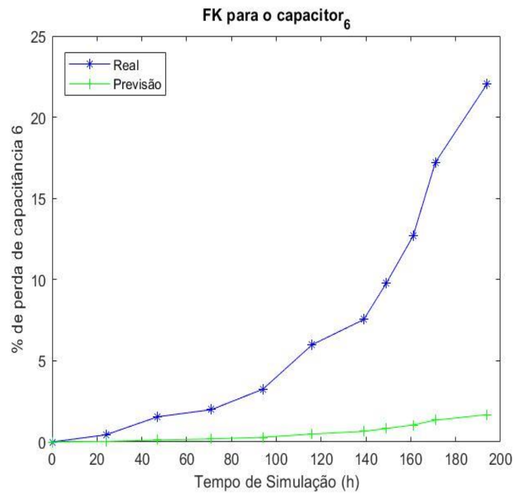




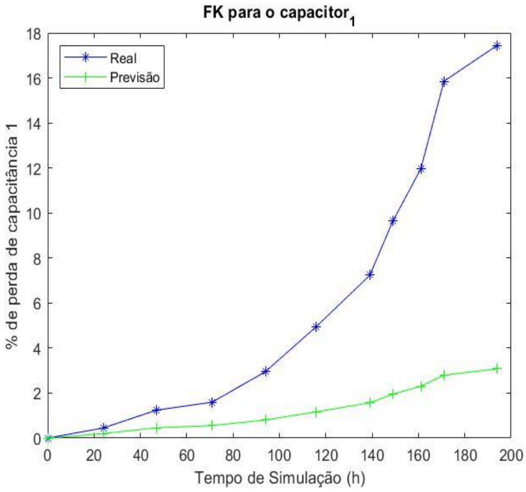


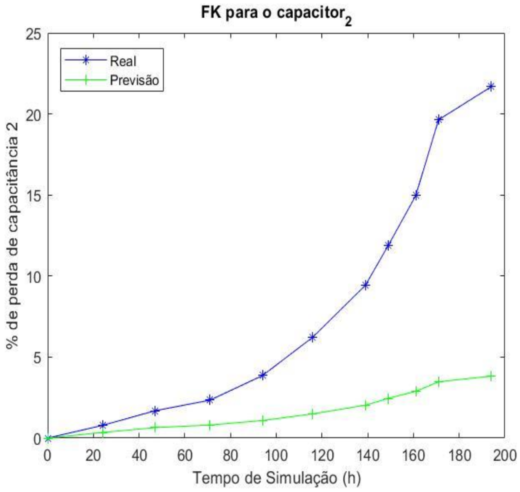


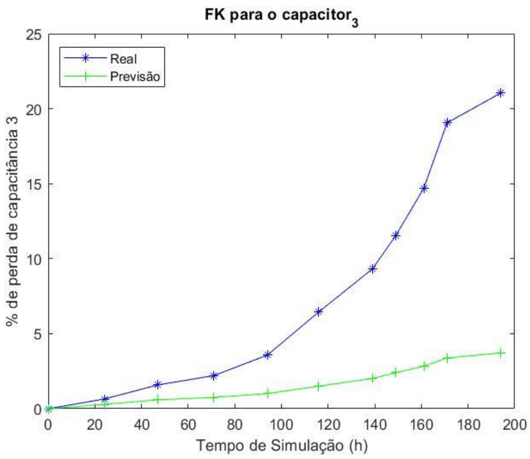


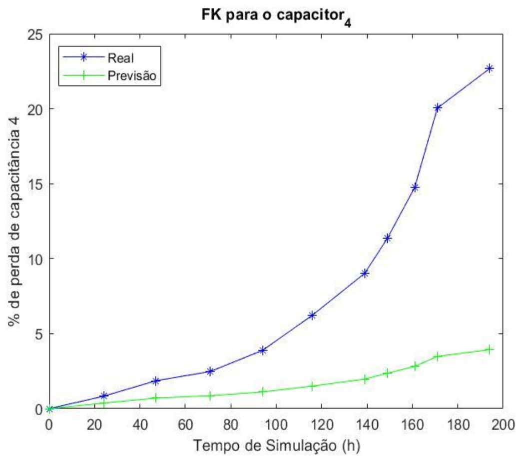


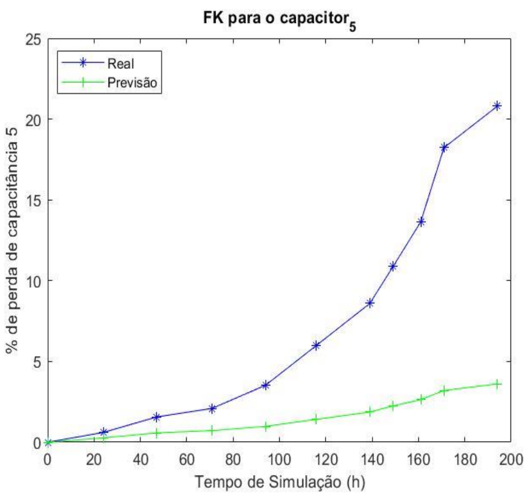
G=100

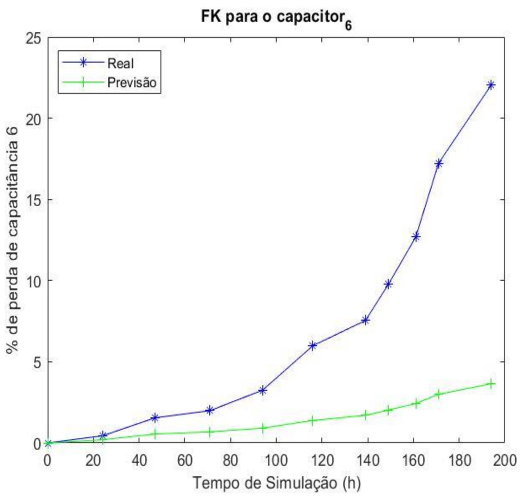

FK para o capacitor$_1$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 1
Tempo de Simulação (h)


FK para o capacitor$_2$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 2
Tempo de Simulação (h)

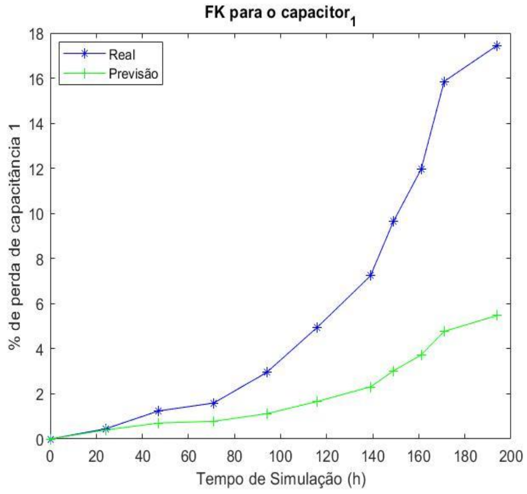

FK para o capacitor$_3$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 3
Tempo de Simulação (h)

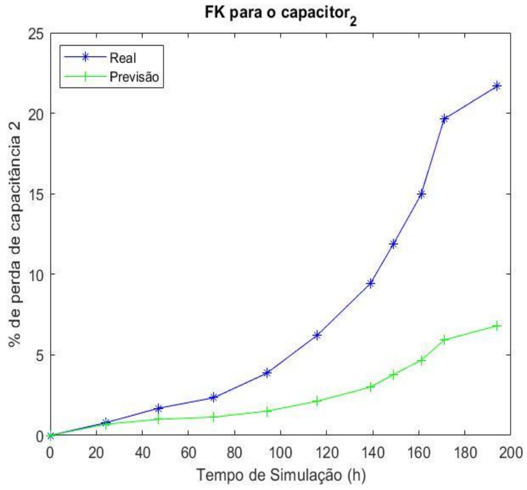

FK para o capacitor$_4$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 4
Tempo de Simulação (h)

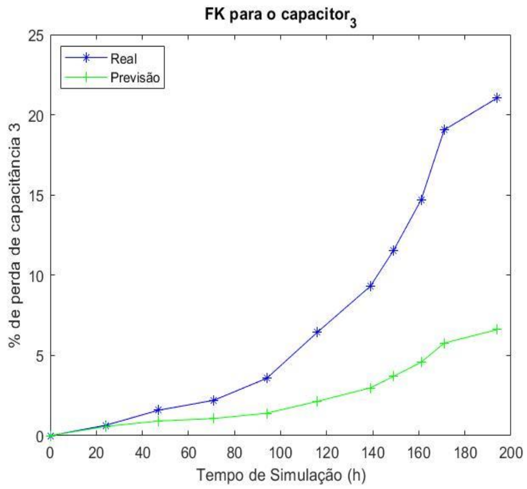

FK para o capacitor$_5$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 5
Tempo de Simulação (h)

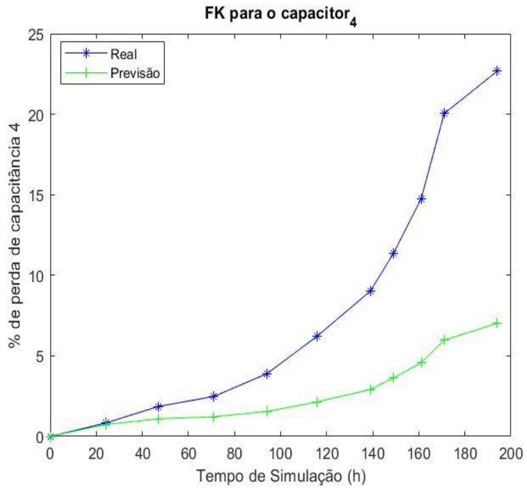

FK para o capacitor$_6$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 6
Tempo de Simulação (h)

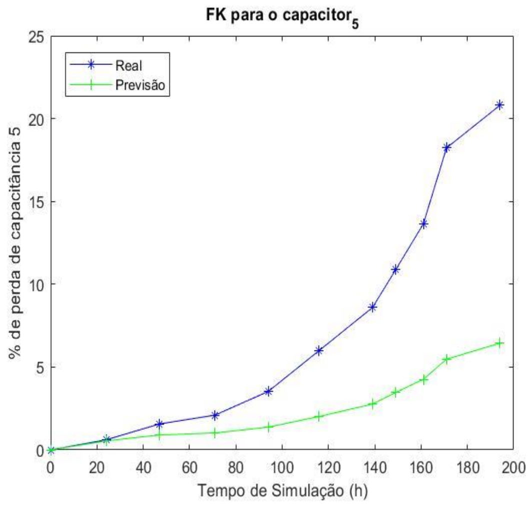
R=10

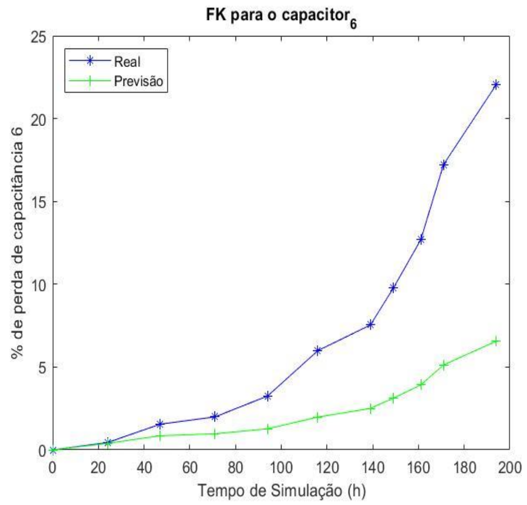

FK para o capacitor$_1$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 1
Tempo de Simulação (h)


FK para o capacitor$_2$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 2
Tempo de Simulação (h)

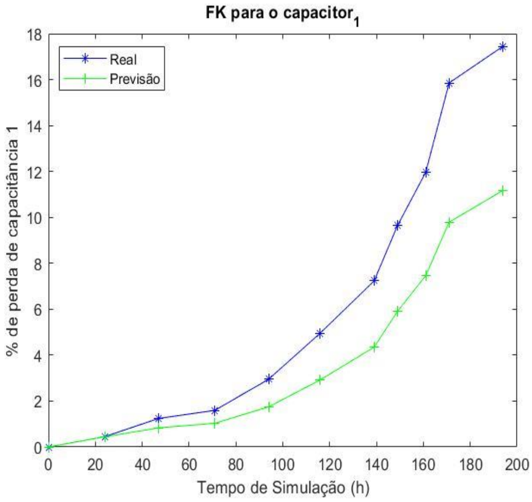

FK para o capacitor$_3$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 3
Tempo de Simulação (h)

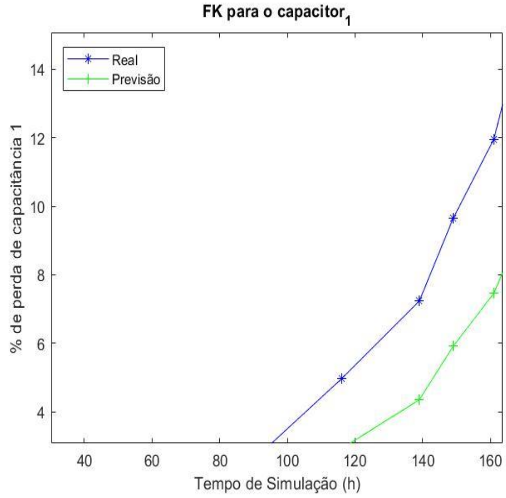

FK para o capacitor$_4$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 4
Tempo de Simulação (h)

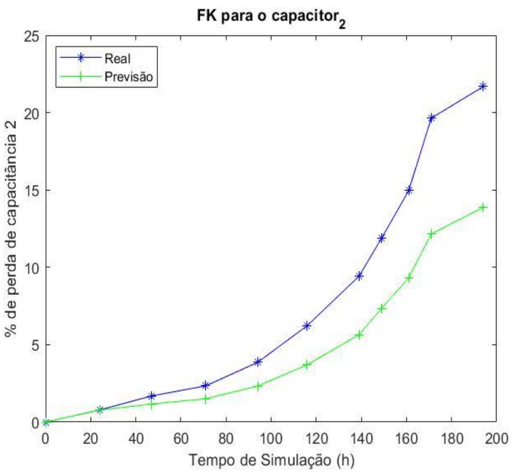

FK para o capacitor$_5$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 5
Tempo de Simulação (h)

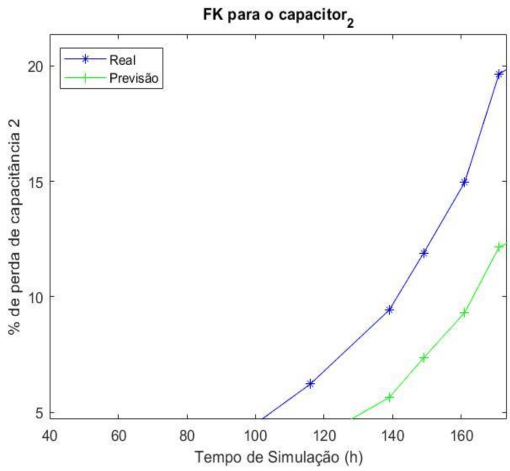

FK para o capacitor$_6$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 6
Tempo de Simulação (h)

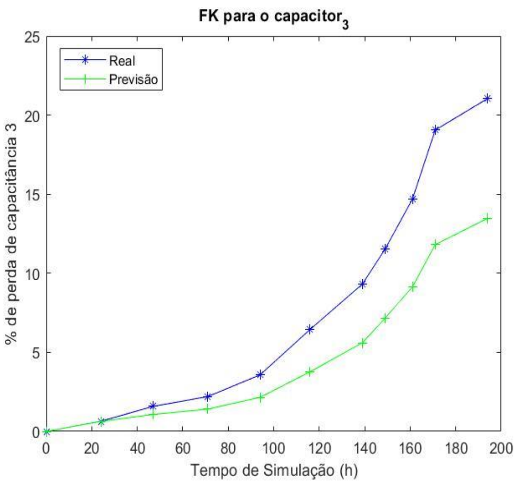
G=1

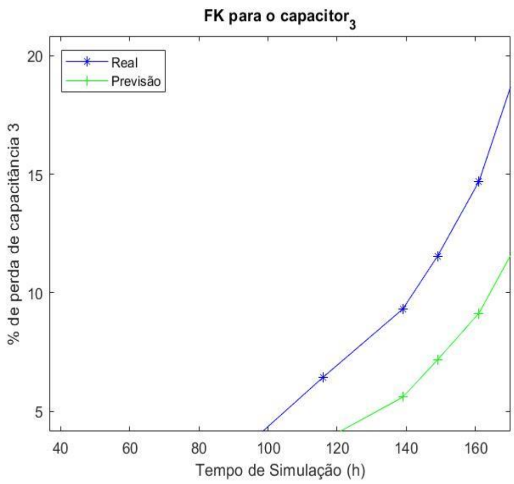

FK para o capacitor$_{1}$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 1
Tempo de Simulação (h)

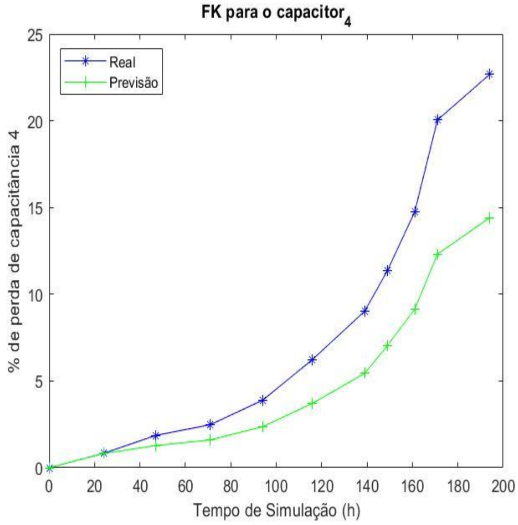

FK para o capacitor$_{1}$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 1
Tempo de Simulação (h)

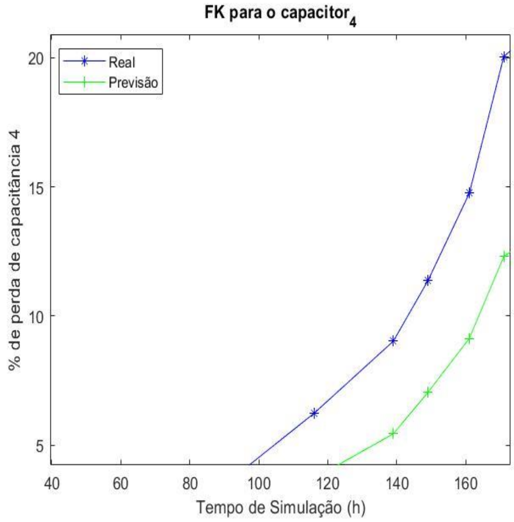

FK para o capacitor$_{2}$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 2
Tempo de Simulação (h)

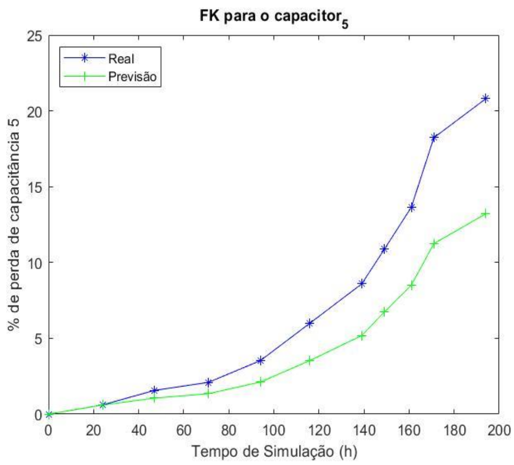

FK para o capacitor$_{2}$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 2
Tempo de Simulação (h)

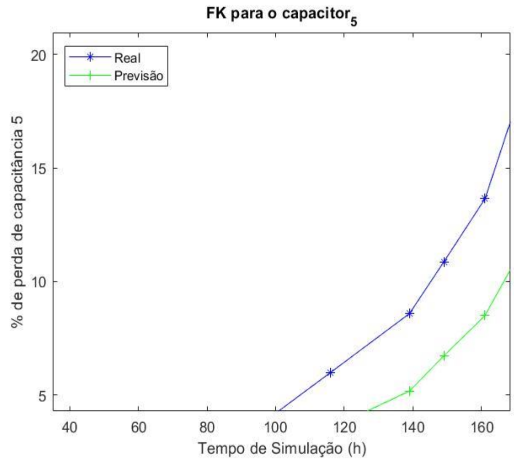

FK para o capacitor$_{3}$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 3
Tempo de Simulação (h)

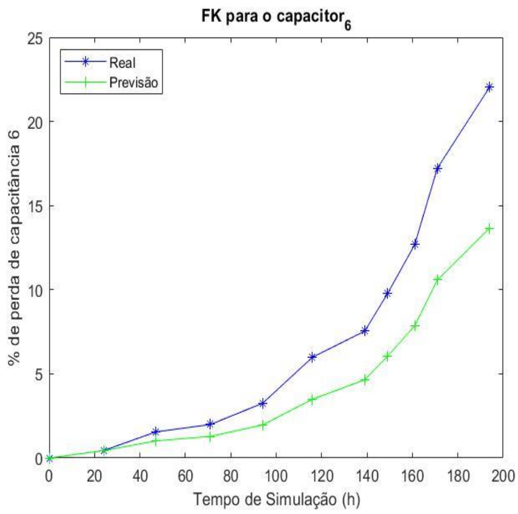

FK para o capacitor$_{3}$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 3
Tempo de Simulação (h)

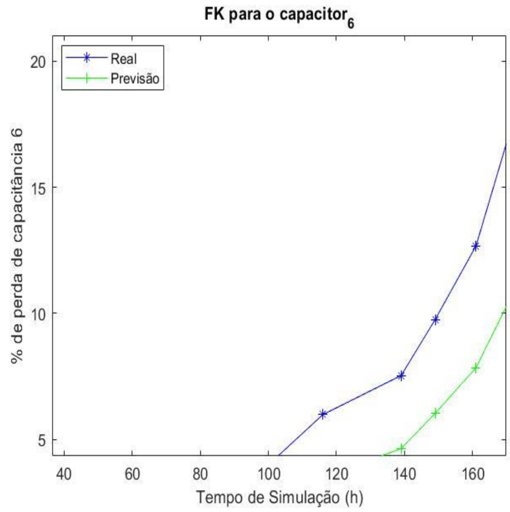

FK para o capacitor$_4$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 4
Tempo de Simulação (h)


FK para o capacitor$_4$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 4
Tempo de Simulação (h)

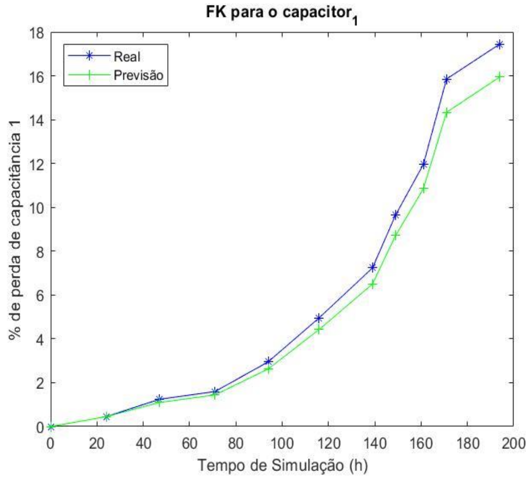

FK para o capacitor$_5$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 5
Tempo de Simulação (h)

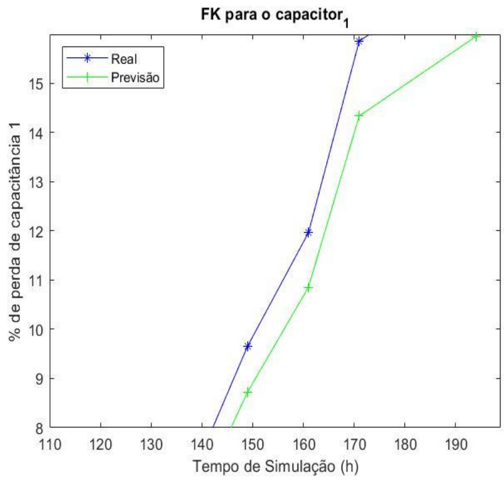

FK para o capacitor$_5$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 5
Tempo de Simulação (h)

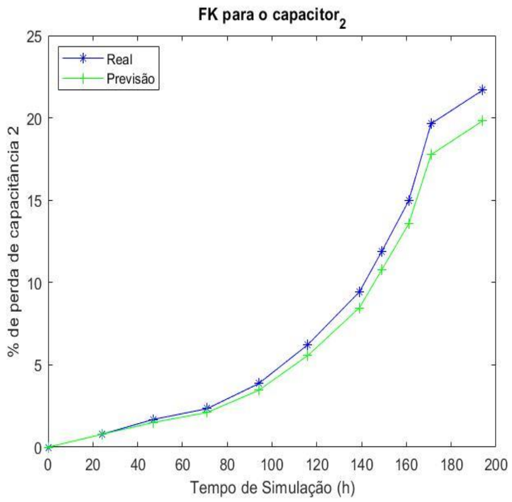

FK para o capacitor$_6$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 6
Tempo de Simulação (h)

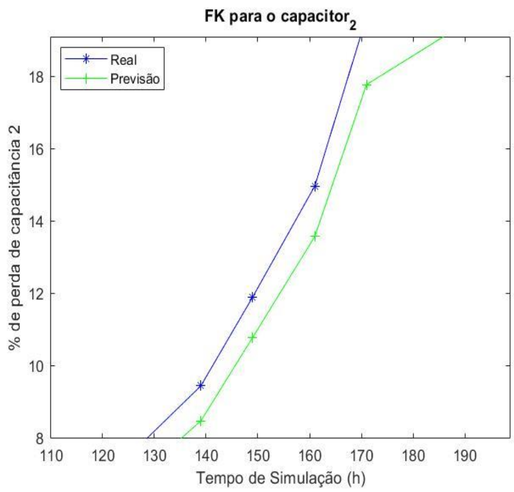

FK para o capacitor$_6$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 6
Tempo de Simulação (h)

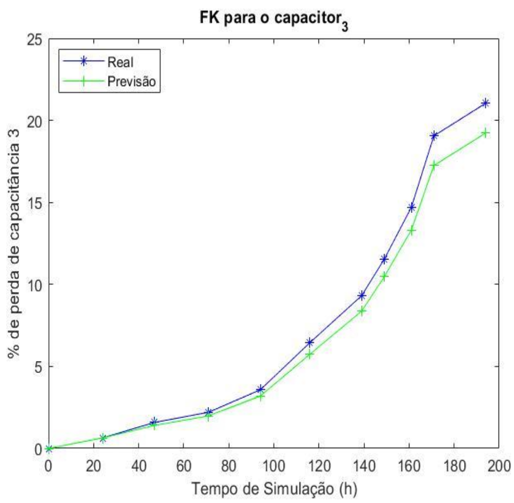
G=0.1

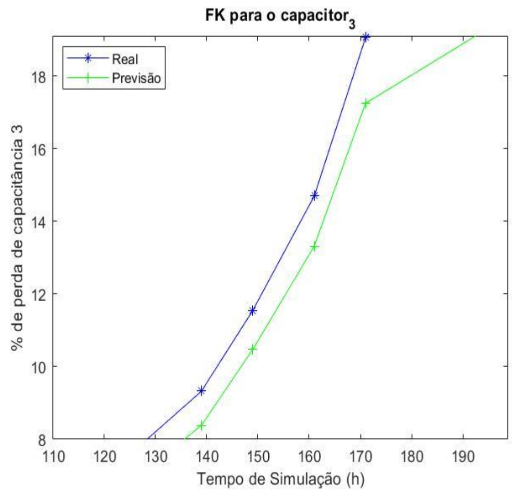

FK para o capacitor$_1$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 1
Tempo de Simulação (h)

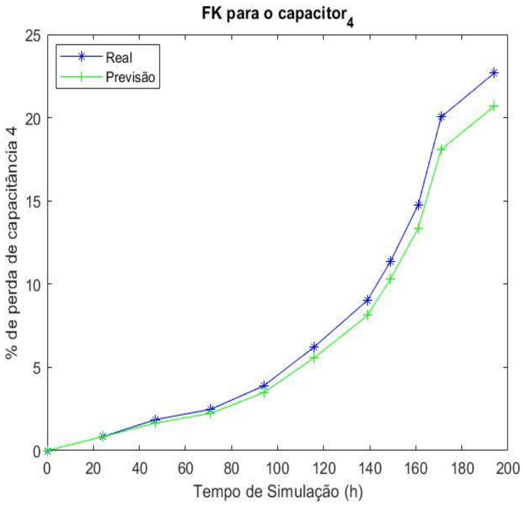

FK para o capacitor$_1$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 1
Tempo de Simulação (h)

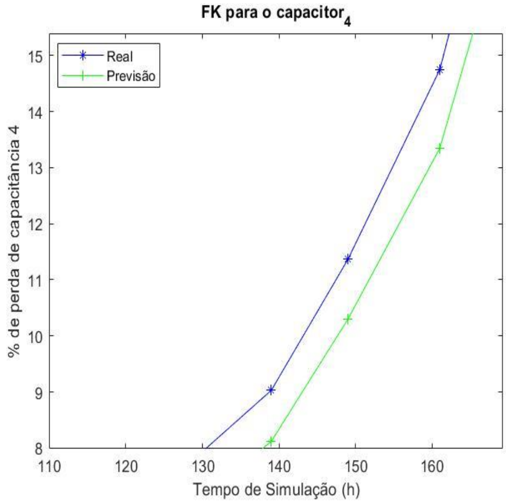

FK para o capacitor$_2$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 2
Tempo de Simulação (h)

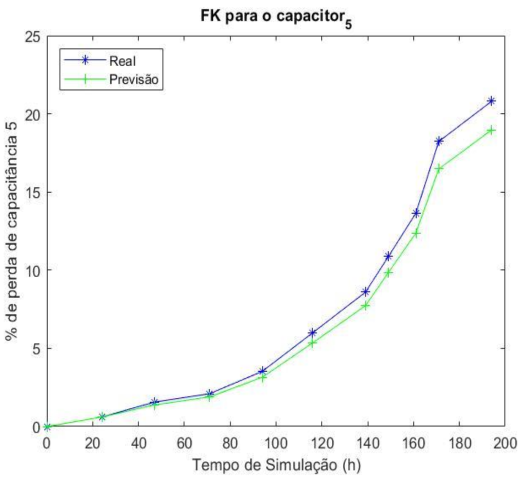

FK para o capacitor$_2$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 2
Tempo de Simulação (h)

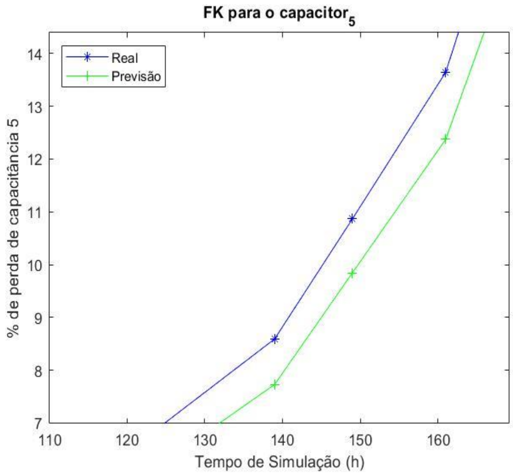

FK para o capacitor$_3$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 3
Tempo de Simulação (h)

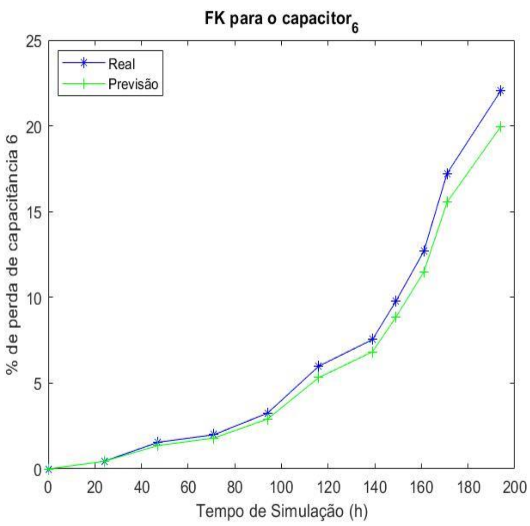

FK para o capacitor$_3$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 3
Tempo de Simulação (h)

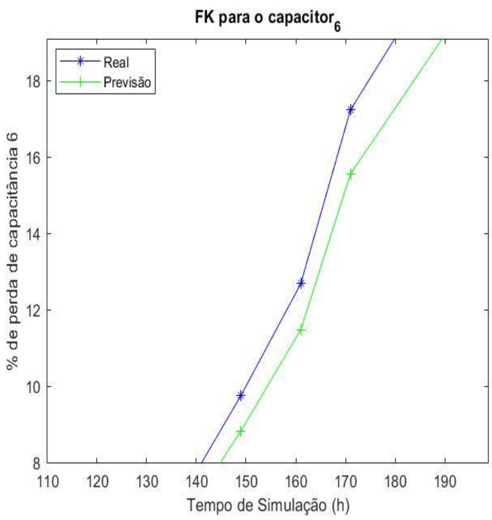

FK para o capacitor$_4$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 4
Tempo de Simulação (h)


FK para o capacitor$_4$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 4
Tempo de Simulação (h)

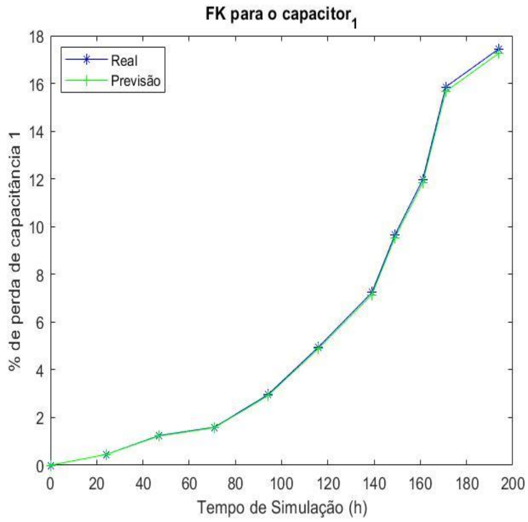

FK para o capacitor$_5$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 5
Tempo de Simulação (h)

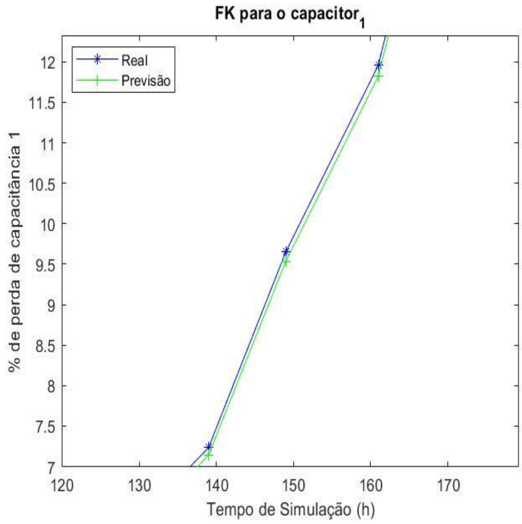

FK para o capacitor$_5$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 5
Tempo de Simulação (h)

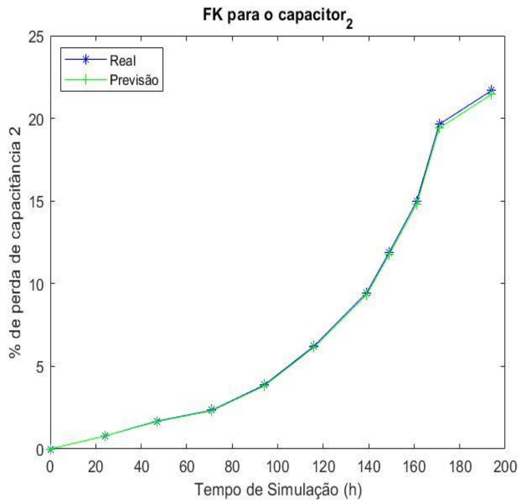

FK para o capacitor$_6$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 6
Tempo de Simulação (h)

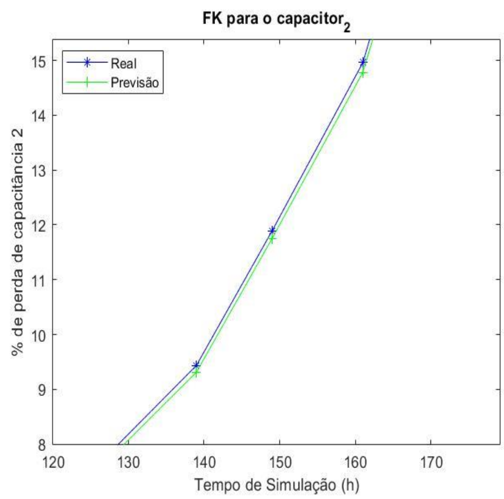

FK para o capacitor$_6$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 6
Tempo de Simulação (h)

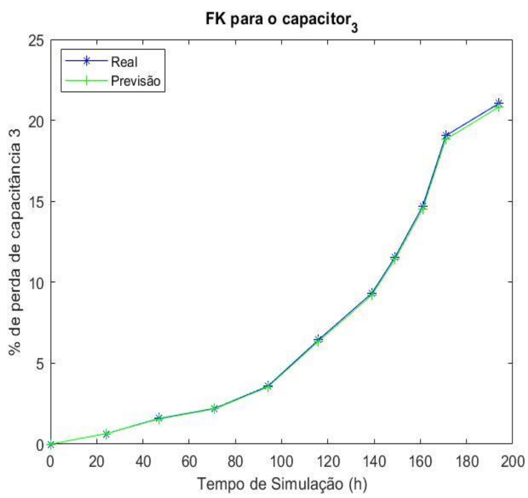
G=0.01

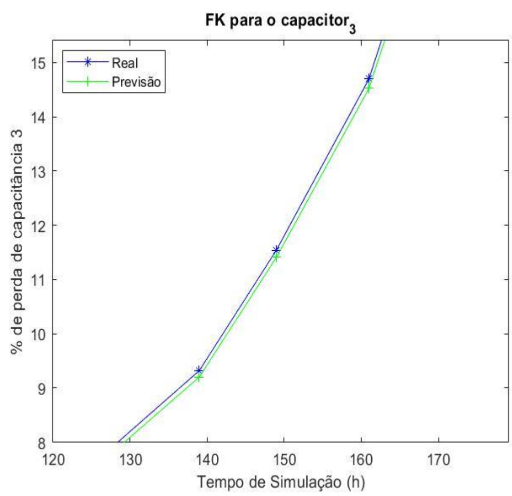

FK para o capacitor$_1$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 1
Tempo de Simulação (h)

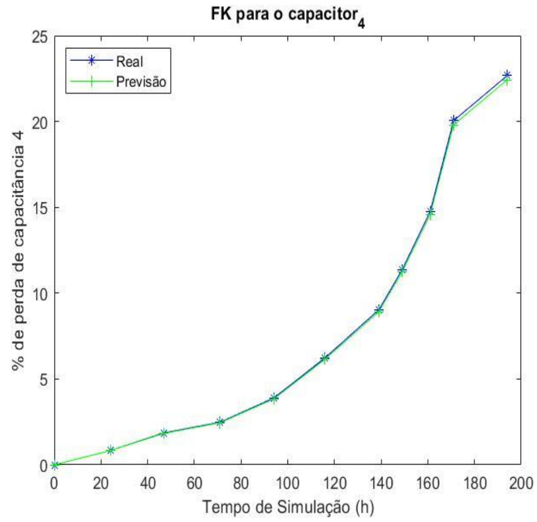

FK para o capacitor$_1$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 1
Tempo de Simulação (h)

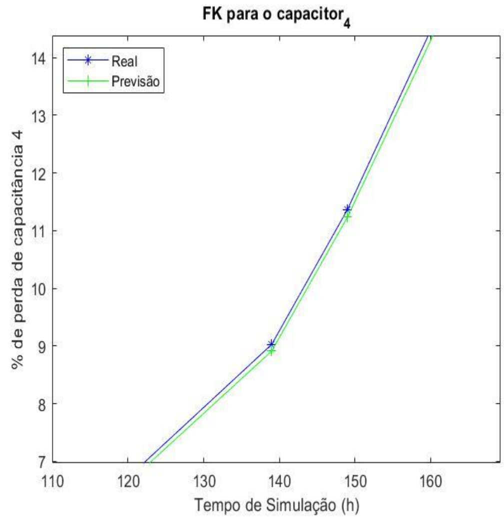

FK para o capacitor$_2$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 2
Tempo de Simulação (h)

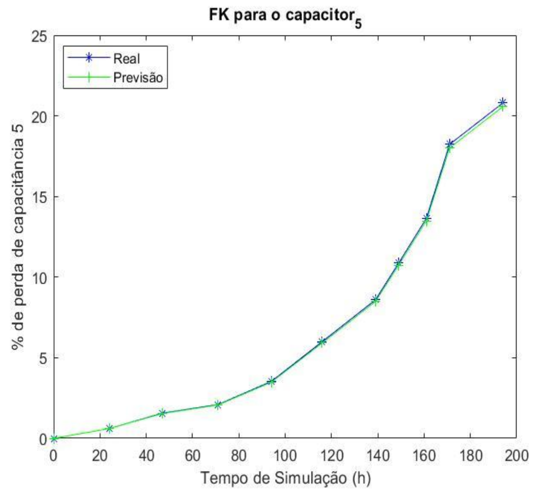

FK para o capacitor$_2$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 2
Tempo de Simulação (h)

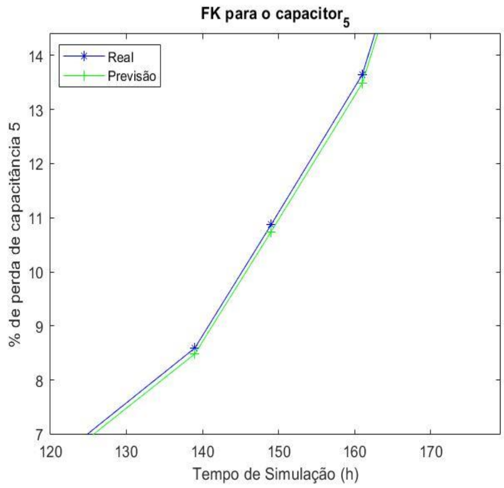

FK para o capacitor$_3$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 3
Tempo de Simulação (h)

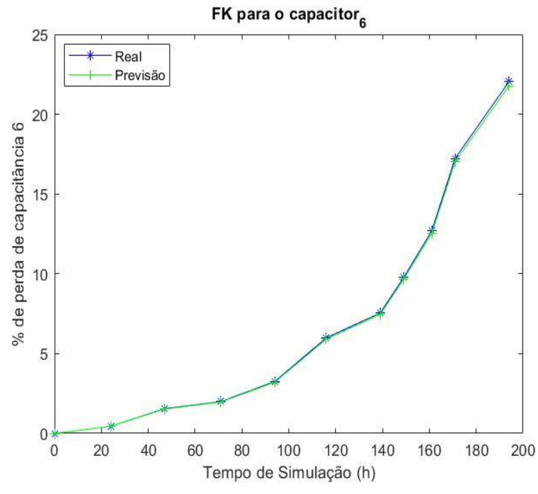

FK para o capacitor$_3$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 3
Tempo de Simulação (h)

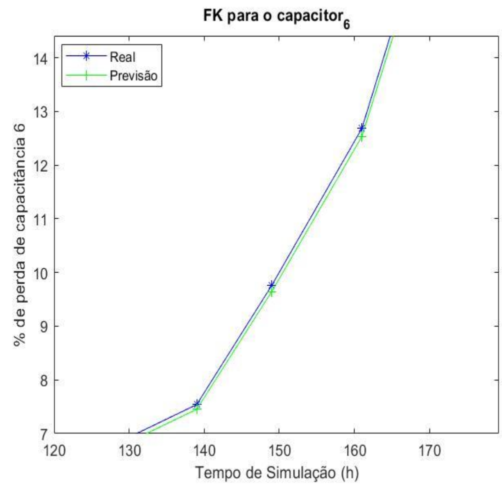

FK para o capacitor$_4$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 4
Tempo de Simulação (h)


FK para o capacitor$_4$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 4
Tempo de Simulação (h)

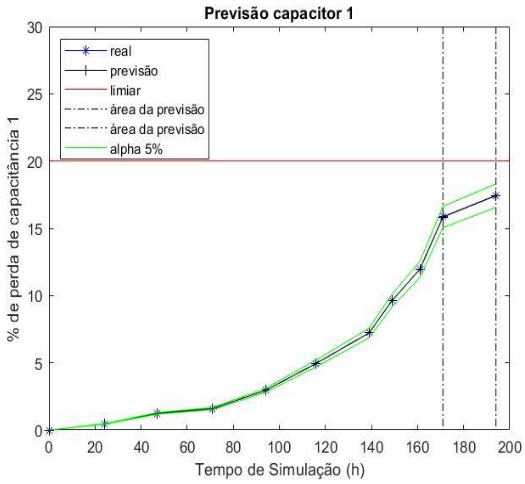

FK para o capacitor$_5$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 5
Tempo de Simulação (h)

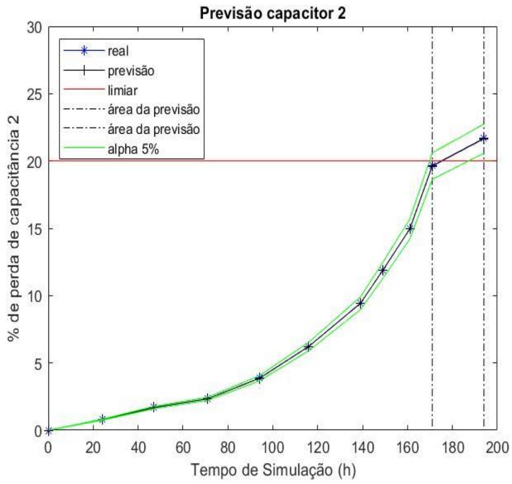

FK para o capacitor$_5$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 5
Tempo de Simulação (h)

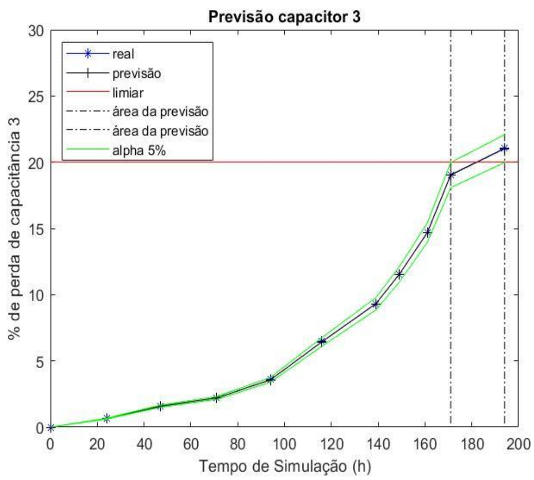

FK para o capacitor$_6$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 6
Tempo de Simulação (h)

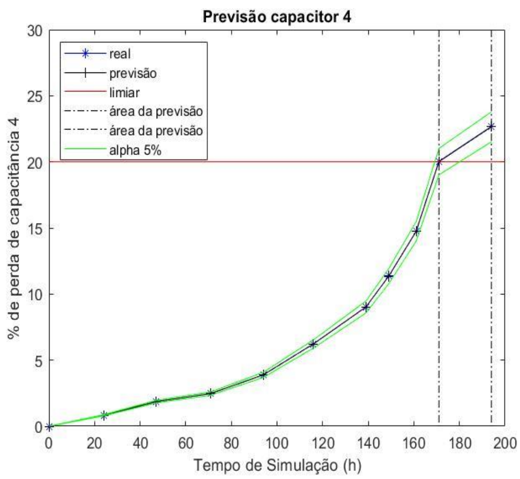

FK para o capacitor$_6$
Real
Previsão
% de perda de capacitância 6
Tempo de Simulação (h)

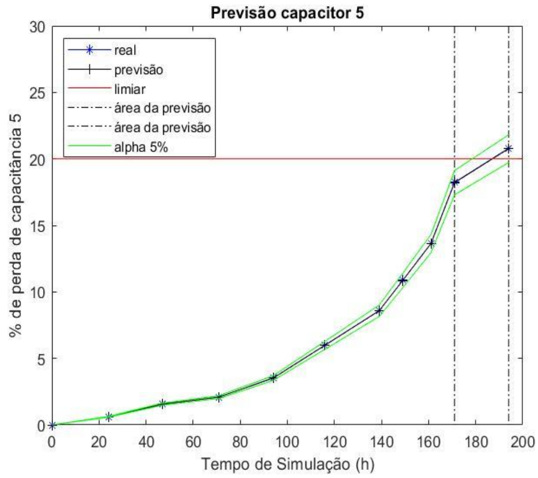
ANEXO C: IMAGEM DOS RESULTADOS DAS PREVISÕES DE FALHA NOS CAPACITORES UTILIZANDO O FK NO TEMPO 171H

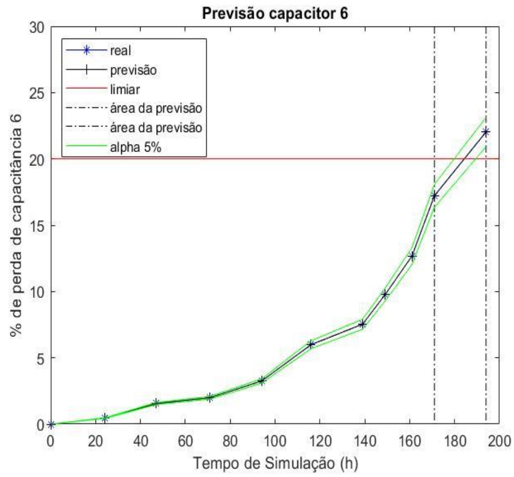









Previsão capacitor 5
real
previsão
limiar
área da previsão
área da previsão
alpha 5%
% de perda de capacitância 5
Tempo de Simulação (h)
0
5
10
15
20
25
30
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200


Previsão capacitor 6
real
previsão
limiar
área da previsão
área da previsão
alpha 5%
% de perda de capacitância 6
Tempo de Simulação (h)
0
5
10
15
20
25
30
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200