UNIVERSIDADE DA INTEGRAÇÃO INTERNACIONAL DA LUSOFONIA AFRO-BRASILEIRA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

TIAGO DOS SANTOS SILVA

GEOGEBRA E LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA PARA VISUALIZAÇÃO DE FIGURAS TRIDIMENSIONAIS: ÁREA, VOLUME E PLANIFICAÇÃO

REDENÇÃO
2025

TIAGO DOS SANTOS SILVA

GEOGEBRA E LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA PARA VISUALIZAÇÃO DE FIGURAS TRIDIMENSIONAIS: ÁREA, VOLUME E PLANIFICAÇÃO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Jorge Pontes Diógenes.

REDENÇÃO - CE

2025

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
Sistema de Bibliotecas da UNILAB
Catalogação de Publicação na Fonte.

Silva, Tiago Dos Santos.

S586s

Geogebra e laboratório de matemática para visualização de figuras tridimensionais: área , volume e planificação / Tiago Dos Santos Silva. - Redenção, 2025.
92f: il.

Dissertação - Curso de , Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Redenção, 2025.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Jorge Pontes Diógenes.

1. Geometria. 2. Matemática - Geogebra. 3. Par?ametros Curriculares Nacionais (PCN). I. Título

CE/UF/BSCA CDD 516

TIAGO DOS SANTOS SILVA

GEOGEBRA E LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA PARA INVESTIGAÇÃO DE FIGURAS TRIDIMENSIONAIS: ÁREA, VOLUME E PLANIFICAÇÃO

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática, na Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Unilab – Campus Auroras.

Aprovada em: 25/08/2025

BANCA EXAMINADORA

Dr. Rafael Jorge Pontes Diógenes (Orientador)
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira - UNILAB

Dra. Danila Fernandes Tavares
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira - UNILAB

Dr. Tiago Gadelha de Sousa
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE

Dedico este trabalho a todas as pessoas que contribuíram direta ou indiretamente com a sua realização.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que em sua infinita misericórdia e bondade me sustentou e concedeu o dom da vida, as bênçãos e a oportunidade de cursar o mestrado, um sonho que parecia distante e inatingível.

À minha amada esposa, Itamara Gomes de Sousa, por não me permitir desistir, por ser a calmaria em momentos tempestuosos e por ter sido um pilar fundamental na conclusão deste trabalho. Sem a sua ajuda, nada disso seria possível. A você, meu amor e eterna gratidão.

Aos meus pais, Francisco e Deisa, e meu irmão Diego por todo amor, carinho e incentivo. Eles foram meu suporte e se doaram incondicionalmente para me proporcionar bons valores e uma sólida educação.

Ao meu filho, Liam que está pra nascer e me deu forças pra continuar. Você é o meu tesouro mais precioso.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Rafael Pontes Diogenes, por toda a paciência, compreensão e serenidade durante o período de orientação, e por sua admirável conduta, profissionalismo e competência, que foram fundamentais para o sucesso deste trabalho.

Aos professores participantes da banca examinadora Profa. Dra. Danila Fernandes Tavares e Prof. Dr. Tiago Gadelha de Sousa pelo tempo, pelas valiosas colaborações e sugestões.

À UNILAB, e todos os professores do PROFMAT-UNILAB pelo apoio constante e por viabilizar os meios necessários para a realização deste sonho. Vocês foram a ponte para o meu conhecimento e desenvolvimento pessoal e profissional. Sinto-me honrado em fazer parte desta instituição de ensino.

"Há uma única ciência, a matemática, a qual ninguém se pode jactar de conhecer porque suas conquistas são, por natureza, infinitas; dela toda gente fala, sobretudo os que mais a ignoram..."

Malba Tahan

RESUMO

Nos últimos anos, o ensino de geometria no Brasil tem sido objeto de crescentes pesquisas, impulsionadas pela percepção de que, apesar das diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o tema ainda é pouco explorado nas escolas públicas. Essa lacuna decorre de diversos fatores, como a limitação de tempo no calendário escolar, a carência de laboratórios adequados e a escassez de professores especializados. Diante desse cenário, a presente dissertação propõe um estudo aprofundado, traçando um histórico da geometria desde suas origens e evolução até o desenvolvimento do seu ensino no Brasil contemporâneo. O objetivo é reafirmar a importância da geometria no currículo de matemática, ao mesmo tempo em que se apresenta uma ferramenta metodológica alternativa para o ensino de geometria plana e espacial. Esta ferramenta foca na inclusão de tecnologias, especificamente por meio da utilização do software dinâmico GeoGebra, e aborda a planificação e manipulação de sólidos geométricos. Nossa finalidade é minimizar as dificuldades enfrentadas pelos docentes ao trabalhar o assunto com os alunos, estimular o uso do laboratório de matemática e, consequentemente, tornar a matemática mais significativa e presente na sala de aula.

Palavras-chave: Geometria. Geogebra. PCN. BNCC.

ABSTRACT

In recent years, the teaching of geometry in Brazil has been the subject of increasing research, driven by the perception that, despite the guidelines of the National Curriculum Parameters (PCN) and the National Common Curricular Base (BNCC), the topic remains underexplored in public schools. This gap stems from various factors, such as limited time in the school calendar, a scarcity of adequate laboratories, and a shortage of specialized teachers. Given this scenario, the present dissertation proposes an in-depth study, tracing a history of geometry from its origins and evolution to the development of its teaching in contemporary Brazil. The objective is to reaffirm the importance of geometry in the mathematics curriculum, while also presenting an alternative methodological tool for teaching plane and spatial geometry. This tool focuses on the inclusion of technologies, specifically through the use of the dynamic software GeoGebra, and addresses the net and manipulation of geometric solids. Our aim is to minimize the difficulties faced by teachers when working with students on the subject, encourage the use of the mathematics laboratory, and consequently, make mathematics more meaningful and present in the classroom.

Keywords: Geometry. GeoGebra. PCN. BNCC.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
MMM	Movimento da Matemática Moderna
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SARESP	Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento
LEM	Laboratório de Ensino de Matemática
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
SAEP	Sistema de Avaliação do Ensino Público
ANEB	Avaliação Nacional da Educação Básica
ANRESC	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
ANA	Avaliação Nacional da Alfabetização
SPAECE	Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
MDF	Medium Density Fiberboard

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Geometria é uma área da matemática que exerce um papel de grande importância frente a esta ciência, assim como diversas outras áreas de conhecimento. Os conceitos presentes na geometria, como grandezas e medidas, contribuem para a formação e ampliação do conhecimento geométrico do estudante. No entanto, desde o movimento da matemática moderna no Brasil, houve um certo abandono dessa área, pois as escolas tinham liberdade ao escolher os temas que gostariam de trabalhar, deixando o ensino de geometria para o final do ano letivo, o que se uniu à falta de capacitação dos professores. Esse esquecimento perdurou até a criação dos currículos padronizados pela BNCC. Apesar de ser um conteúdo de grande importância no ensino, quando consultamos e analisamos os dados das principais avaliações de desempenho educacional, percebemos que os alunos possuem dificuldades de aprendizagem em geometria. Essas dificuldades são ocasionadas, muitas vezes, pela forma mecânica em que a geometria é trabalhada em sala.

A sociedade contemporânea tem sofrido diversas transformações decorrentes do avanço tecnológico. Com isso, os alunos buscam por aulas mais atrativas que supram as necessidades como estudantes; segundo Prensky (2001), esses alunos são chamados de "Nativos Digitais" e, por isso, faz-se necessária a busca por mudanças na forma de ensinar. As dificuldades de ensinar, muitas vezes, passam pela relação do professor com o saber matemático; Perez (1991) e Pavanello (1993) apontam que, em diversas situações, o professor não possui conhecimentos necessários de geometria, além da falta de recursos didáticos, o que contribui para o fracasso da geometria, assim como para o desempenho dos alunos.

Nesse contexto, buscamos trabalhar a geometria de forma dinâmica com a utilização do *software* Geogebra que permite a criação de objetos geométricos virtuais; aulas expositivas, por meio do data show, a fim de incorporar recursos digitais na educação; a criação e manipulação de sólidos para uma melhor visualização dos objetos em sua forma planificada real e tridimensional; além de incentivar o uso e criação do laboratório de matemática. Essa forma diferente de ensinar se dá através da criação de uma oficina como ferramenta metodológica, que visa auxiliar os professores, com o objetivo de minimizar as dificuldades ao ensinar e proporcionar uma aprendizagem mais significativa para os alunos, tornando a geometria mais presente em sala.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo será dividido em quatro sessões. Na primeira sessão, será apresentada a trajetória da geometria, desde suas primeiras descobertas e conceitos fundamentais até a implantação do ensino no Brasil, suas transformações e os desafios enfrentados ao longo do tempo, além de sua influência no ensino contemporâneo. A apresentação da origem e evolução da geometria servirá como base para entendermos o contexto em que se insere o ensino brasileiro, e com isso, a importância de apresentar alternativas que contribuam para a melhoria do ensino. Na segunda sessão, o foco será expor a importância dos laboratórios de matemática, com ênfase em geometria, considerando as dificuldades enfrentadas no ensino e a necessidade de novas metodologias. Na terceira sessão, discutiremos a apresentação de um *software* dinâmico como proposta de ferramenta aliada ao ensino e por último, na sessão quatro, as orientações curriculares presentes nos PCN e na BNCC documentos-base dessa pesquisa, bem como as matrizes de referências de provas externas, que servem como sistema de avaliação do ensino.

2.1 ASPECTOS HISTÓRICOS DA GEOMETRIA

2.1.1 Origem e evolução

As primeiras considerações que o homem fez sobre a geometria parecem ter se originado de simples observações cotidianas, como a noção de distância, a necessidade de delimitar terras que levou à noção de figuras geométricas simples, a concepção de círculos com o contorno do sol e da lua, a ideia de volume em considerar recipientes para armazenar líquidos. Essa geometria empregada pelo homem primitivo é chamada por Eves (2011) de "Geometria subconsciente".

A palavra geometria tem origem no grego *Geometrein*, da união de "geo", que significa Terra, mais *metron* que significa "medição" ou "para medir", ou, em outras palavras, é a ciência de medir terrenos (Santana, 2020). Historicamente, as primeiras ideias geométricas parecem nos levar a concluir que seu desenvolvimento se deu ante a necessidade do homem de resolver problemas de mensuração (construções, mensuração de terrenos, entre outros) (Oliveira, 2014).

As geometrias babilônica e egípcia parecem fortalecer essas afirmações. Embora exista abundância em registros quanto à matemática na Mesopotâmia, grande parte desse material encontrado nas tabletas descobertas se refere a álgebra e aritmética. Os babilônios possuíam um poder computacional robusto e com precisão que os permitia calcular, por exemplo, a raiz quadrada de 2 como 1,414222 com erro aproximado de 0,000008 do valor correto. Tal precisão, posteriormente, só viria a ser melhorada séculos depois, no período renascentista (Boyer, 1974).

Os babilônios pareciam ter, no entanto, conhecimentos das regras para cálculo de áreas de figuras planas como o retângulo, os triângulos retângulos e isósceles. Com a descoberta e estudo da tableta Plimpton 322, que apresenta termos pitagóricos, também há evidência de que conheciam alguma versão do teorema de Pitágoras (Eves, 2011).

Os egípcios com os papiros Moscou e Rhind (ou Ahmes), datados de cerca de 1850 a.C. e 1650 a.C., respectivamente, trazem boa parte dos registros de sua matemática. Juntos, os dois compõem uma lista de 110 problemas dos quais 26 são geométricos e ilustram como a matemática era usada para resolver problemas do seu cotidiano. Ahmes aproxima a área do círculo como a área de um quadrado de lado igual a 8/9 do diâmetro. Fornecem também, por exemplo, para π a aproximação de 3,166..., com margem de erro respeitável (Eves, 2011).

A matemática egípcia é, por vezes, admirada e valorizada por conta de suas realizações arquitetônicas, mas carece de séria avaliação e cuidado quanto a relações aproximadas e exatas (Oliveira, 2014). Boyer (1974) relata que Ahmes não fazia qualquer separação clara a respeito disso, talvez por falta de conhecimento, resultando em cálculos imprecisos e grosseiros, como, por exemplo, calcular a área de um quadrilátero qualquer como o produto das médias aritméticas dos lados opostos. Não há qualquer documento que ateste a existência de algum teorema ou demonstração formal na matemática egípcia (Boyer, 1974).

2.1.2 Geometria demonstrativa

Com o declínio do poder dos impérios babilônico e egípcio nos últimos séculos do segundo milênio a.C, novas civilizações se formaram e ganharam espaço, como os fenícios, assírios e gregos. Pela primeira vez, surgiu a preocupação de não apenas explicar as técnicas, mas os porquês por trás delas, substituindo o antigo processo empírico e formulando questões, sobretudo na matemática (Oliveira, 2014)

Os primeiros nomes geralmente mencionados na geometria demonstrativa são Tales de Mileto (624-548 a.C. aproximadamente) e Pitágoras de Samos (580-500 a.C. aproximadamente). À Tales, são associados os primeiros resultados em geometria dedutiva, pois é possível que, em alguma de suas viagens à Babilônia, tenha tomado conhecimento da proposição que afirma que “um ângulo inscrito numa semicircunferência é um ângulo reto”, agora conhecida como teorema de Tales, e tenha fornecido algum esboço de demonstração do teorema (Boyer, 1974).

A Pitágoras, é associada a proposição que leva seu nome, o teorema de Pitágoras, que afirma que “num triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa”. Tal atribuição se deve ao fato de que talvez tenha sido Pitágoras quem deu a primeira demonstração do teorema. No entanto, assim como Tales, não há qualquer prova documental de que foi de fato Pitágoras que deu essa demonstração. Além disso, existem evidências de que os babilônios já conheciam este teorema séculos antes de

Pitágoras, pela descoberta da tableta Plimpton 322 (Oliveira, 2014).

Os poucos detalhes que se sabem a respeito da vida de Pitágoras provém de relatos dos seus seguidores. Proclus foi um dos seguidores de Pitágoras, e no seu Sumário Eudemiano, nome dado em homenagem a seu criador, Eudemo de Rodes, o menciona, cujo conteúdo é um resumo da obra original então perdida, incorporada às páginas iniciais do seu livro Comentários sobre Euclides, Livro I.

Pouco se conhece, também, a respeito de Euclides de Alexandria. Assim como Pitágoras, os detalhes conhecidos também se devem a Proclus no livro supracitado. Sua obra de 13 volumes reunia todo o conhecimento matemático até então na forma de geometria dedutiva, em particular, "Os Elementos", que é tida como a obra matemática mais relevante e bem-sucedida de todos os tempos e serviu de base para o ensino de geometria por mais de dois mil anos (Oliveira, 2014)

2.1.3 Geometria não-euclidiana

Euclides usou vários postulados para construir e fundamentar sua teoria dedutiva, mas o postulado das paralelas foi o que mais deu trabalho para os matemáticos. Segundo Eves (2011, p. 180):

> [...] P5 Se uma reta intercepta duas retas formando ângulos interiores de um mesmo lado menores do que dois retos, prolongando-se essas duas retas indefinidamente, elas se encontrarão no lado em que os dois ângulos são menores do que dois ângulos retos.

As tentativas de deduzir o postulado ocuparam os geômetras por quase dois milênios, primeiro porque Euclides definiu retas paralelas como retas num plano comum que nunca se intersectam, mesmo que prolongadas indefinidamente e, além disso, seu enunciado era complexo e de difícil compreensão, comparativamente aos outros quatro. Como Euclides só usou na Proposição I 29, surgiu a curiosidade de saber se, na verdade, o postulado não seria uma proposição.

O primeiro a apresentar um trabalho científico a respeito do postulado das paralelas foi Girolamo Saccheri (1667 - 1733), por meio da técnica *reductio ad absurdum* (redução ao absurdo, em latim) cujos resultados foram publicados em seu livro *Euclides ab omni naevo vindicatus* (Euclides Livre de Toda Imperfeição, em latim) em 1733, poucos meses após sua morte (Eves, 2011). Ao confrontar o problema, Girolamo acabou obtendo vários teoremas da área que hoje é conhecida como geometria não-euclidiana.

Muitas "provas" do postulado foram dadas ao longo do tempo, mas sem sucesso até que matemáticos como Carl F. Gauss, Janos Bolyai e Nicolai Lobachevsky passaram a trabalhar com três possibilidades, a saber, que "dada uma reta r e um ponto P fora dela, existe mais do que uma, exatamente uma ou nenhuma paralela à reta r e que passa por P" (Eves, 2011, p. 541). Algum tempo depois, Bernhard Riemann, orientando de

Gauss, passou a trabalhar a respeito da segunda possibilidade.

As três possibilidades, desenvolvidas por Bolyai e Lobachevsky, Euclides e Riemann, descrevem três geometrias bem conhecidas e consolidadas que foram batizadas por Felix Klein, em 1871, como: geometria hiperbólica, geometria Euclidiana e geometria elíptica, respectivamente (Eves, 2011). Ainda sobre Eves (2011) foi preciso muita imaginação para considerar uma geometria além daquela de Euclides, pois por milênios os matemáticos estiveram limitados ao preconceito da tradição e certos de que o sistema de Euclides era a única maneira de descrever termos geométricos.

2.2 GEOMETRIA NO BRASIL

2.2.1 Início do ensino no Brasil

De 1548 a 1759, a única ideia de ensino no Brasil foi a jesuítica, com a ideia de catequizar e aculturar os indígenas. Esse modelo de ensino permaneceu até a chegada da família real ao Brasil, a fim de explorar a colônia para aumentar os lucros de Portugal. D'Ambrosio (1999) fala que: "(...) a preocupação foi ensinar os poucos nativos e aos crioulos a língua portuguesa, o catecismo e a aritmética (ou arismética) vigentes em Portugal".

Até então percebe-se uma precarização no ensino de Matemática pois os jesuítas não abordavam a geometria ou a álgebra, seja por deficiência na formação profissional ou por considerarem uma ciência vã (Caldatto, Pavanello, 2015) ou até mesmo pela falta de espaço, pois a ideia de ensino jesuítica era baseada na Companhia de Jesus.

Com a chegada do Marquês de Pombal ao poder em Portugal, o pouco ensino até então responsabilizado pelos jesuítas no Brasil foi excluído pois, a intenção do Marquês era reintroduzir Portugal às potências mundiais e concentrou seus esforços na exploração da colônia. Para que tudo ocorresse como o Marquês desejava, era necessário a retirada dos Jesuítas, pois, de acordo com Ribeiro (2003), eles educavam a serviço da ordem religiosa e não dos interesses do país.

Em 1772, o Marquês de Pombal criou aulas régias que consistiam em disciplinas isoladas com aulas avulsas contendo, além de grego, filosofia e retórica, os campos da matemática - aritmética, álgebra e geometria. Apesar de poucos professores aptos para ministrar as aulas e sem planejamentos de aulas, foi por meio delas que os conteúdos escolares começaram a ser modificados, especialmente no caso da matemática (Miorim, 1998).

2.2.2 Formação militar e o ensino de geometria

Após a independência do domínio espanhol, o governo português se concentrou na reestruturação militar e econômica do país. Como todo o desenvolvimento é associado às necessidades humanas, para Monteiro (2015), o início do ensino de geometria no Brasil fica atrelado às necessidades da guerra.

No século XVII, Portugal enviou especialistas em assuntos militares para o Brasil a fim de capacitar os habitantes para operações militares, dando origem às aulas de fortificações em 1699. Apesar do ensino de matemática ser restrito a um público específico, foi a partir daí que o ensino de matemática, especificamente da geometria, se efetivou no Brasil.

A falta de livros didáticos para auxiliar o ensino no Brasil levou José Fernandes Pinto Alpoim a escrever o primeiro livro escrito em português, o Exame de Artilheiros (1744), com foco principal no ensino de Geometria. O segundo livro, O Exame de Bombeiros (1748), era composto por tratados, todos envolvendo a Geometria e a Trigonometria.

Em 1792, foi criada a Academia de Artilharia, Fortificações e Desenho, que mais tarde, em 1810, foi substituída pela Academia Real Militar, que foi fundamental para a organização de conteúdos matemáticos e a separação dos níveis de ensino, o que contribuiu para a formação da escola secundária.

2.2.3 Estabelecimento do ensino secundário e a primeira reforma do ensino de matemática

Após a independência do Brasil em 1822, o estabelecimento do ensino secundário ganha força, assim como o estabelecimento de cursos superiores, inicialmente nas áreas de direito, medicina e engenharia (Caldatto, Pavanello, 2015).

A Geometria sempre teve, historicamente, um espaço de destaque e, a partir desse momento, passou a ser muito valorizada no cenário brasileiro, pois era pré-requisito para o ingresso nos cursos jurídicos e, posteriormente, em 1832, passou a ser também pré-requisito para o ingresso nos cursos das Academias Médico-Cirúrgicas e nas escolas Politécnicas (Monteiro 2015, p. 10).

Com o impulso industrial nos séculos XVIII e XIX, originou-se uma grande discussão com relação à qualidade do ensino de matemática e, então, foi criado o primeiro Movimento de Reforma do Ensino de matemática. O IV Congresso Internacional de Matemáticos tinha como objetivo inicial coletar informações sobre o ensino de diversos países e depois mudou para a elaboração de métodos para o ensino secundário. Apesar do Brasil possuir um representante no Congresso, nada foi trazido para o Brasil, pois existia uma certa resistência ao novo ensino e uma conservação do rigor da escola tradicional. Só após a entrada de Euclides Roxo no Colégio Pedro II houve uma reforma no ensino de matemática.

Carvalho (2004) afirma que, em 1931, a Reforma Campos "fixou a duração de 7 anos para o ensino secundário, 5 dos quais constituíam o ciclo fundamental e os 2 últimos o complementar; estes destinados à preparação para cursos superiores, tendo 3 subdivisões, de acordo com a futura área profissional do aluno".

Com relação ao ensino de geometria, as recomendações eram que o ensino não fosse apenas baseado em raciocínio lógico, mas também que introduzisse instruções pedagógicas.

Mas, como toda mudança, essa também sofreu críticas por parte dos professores, pois não tinham cursos preparatórios para ministrar as aulas, sem contar que a maioria não possuía formação.

2.2.4 A Matemática moderna e o modelo de ensino dos dias atuais

A introdução da matemática moderna no Brasil sofreu grande influência da França, pois tinha aulas nas universidades ministradas por matemáticos que faziam parte do grupo Bourbaki, que tinha como objetivo reconstruir a matemática, unificando teorias. Influenciados pelas ideias do grupo Bourbaki, foi criado o Movimento da Matemática Moderna (MMM) e, com ele, a criação de grupos de estudos como o GEEM, o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, que contribuíram para a reforma do currículo de matemática.

A partir de então, os professores passaram a trabalhar com a teoria dos conjuntos, mas a abordagem de geometria ainda sofria certa resistência, mesmo com a utilização dos livros didáticos, pois tratava das estruturas feitas por planos vetoriais ou por transformações geométricas. Por isso, muitos professores deixaram de abordar geometria nas aulas e, por consequência, houve uma diminuição na abordagem de conteúdos de geometria em sala.

Apesar do MMM ter grande influência no abandono do ensino da geometria após a criação da Lei Federal 5.692/71, que dava às escolas liberdade para escolher o conteúdo do seu currículo, possibilitou aos professores de matemática abandonarem ou deixarem o conteúdo de geometria para o fim do ano letivo, "se houvesse tempo".

Em 1988, foi criada a Constituição da República Federativa do Brasil e, quanto à educação, o Art. 205 menciona que "A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho" (Brasil, 1988, p. 137). Já em 1996, foi criada a Lei Nº 9.394, que institui a educação básica como obrigatória e gratuita dos 4 (quatro) aos 17 (dezessete) anos de idade.

E em 1998, foram editados, em consonância com a Lei Nº 9.394/96, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática, em vigor no país até o momento, e que indicam a abordagem da geometria euclidiana a partir da exploração visual e tátil por meio de atividades experimentais (Caldatto, Pavanello, 2015).

Os PCN do Ensino Médio refletem a solução de problemas com o uso das formas e propriedades geométricas, desenvolvidas a partir de habilidades de visualização, desenho, argumentação, lógica e de aplicação. "Essas competências são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento." (Brasil, 1998, p. 44).

A criação dos PCN trouxe mudanças para o ensino não apenas da geometria, mas da matemática, e reforça a importância da ligação do cotidiano do aluno com o ensino em sala, para que ocorra uma aprendizagem significativa.

2.3 LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

O ensino de matemática, na maioria das vezes, é transmitido em ambientes de aulas tradicionais, onde o professor apresenta o conteúdo de forma mecânica, mostra conceitos, fórmulas, propõe atividades de aplicação e são raras as oportunidades de apresentar conceitos de forma dinâmica ou lúdica. Muitos alunos apresentam dificuldades na disciplina devido à sua aplicação ser muitas vezes um tanto abstrata.

Lopes e Araújo (2007) reforçam que as mudanças no ensino de matemática são motivadas pelos resultados de pesquisas nacionais e internacionais como as do SAEB, SPAECE, PISA, que mostram que alunos do Ensino Fundamental e Médio apresentam um desempenho insuficiente em tarefas matemáticas. Em 2022, por exemplo, "numa lista de 81 países, 38 deles pertencentes à Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), o Brasil ficou nas últimas posições no ranking de aprendizado de Matemática" (g1, 2022).

Quando se trata da geometria especificamente, como vimos anteriormente, por muitos anos nem mesmo fez parte da educação brasileira. Na melhor das alternativas, fazia parte dos capítulos finais dos livros didáticos e do ano letivo, o que não significa que compunha o planejamento das aulas de matemática.

Brito e Correia (2022) relata que os conhecimentos geométricos podem ser observados em todos os momentos da nossa vida, seja nos formatos dos pequenos objetos que nos cercam, seja nas grandiosas construções das civilizações humanas, e com isso a necessidade e a importância de incluir seus conteúdos nos espaços escolares de maneira criativa e dinâmica.

Com o desenvolvimento da sociedade e o avanço da tecnologia, o ensino tradicional já não é mais suficiente para um ensino-aprendizagem satisfatório dos alunos e muito menos atrativo; dessa forma, é necessária a busca por novos métodos de ensino que chamem a atenção dos alunos. Diversas pesquisas, nos últimos 10 anos, buscam teóricos e pesquisadores que apresentem formas e procedimentos de estabelecer recursos didáticos que possibilitem uma melhor compreensão em toda a esfera do conhecimento matemático (Silva, 2004).

Para Pereira, Santos e Pinheiro (2022) a dificuldade dos alunos em compreender conteúdos das ciências exatas pode ser superada e minimizada através da utilização de aulas experimentais, que o auxiliam no entendimento dos temas abordados e em suas aplicações no cotidiano, já que proporcionam uma relação entre a teoria e a prática. Ele relata que a realidade do aluno deve ser levada em consideração, discutida e associada ao conteúdo que será abordado.

Tendo em vista a necessidade de novas metodologias, o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) é uma opção de ensino em que o aluno percebe a relação entre o conteúdo teórico e a vida, além de estimular a criatividade, a observação e a investigação. Filho, Oliveira e Cabral (2019) falam que o LEM surge com a proposta de tornar o ensino de Matemática mais atraente e compreensível em seus princípios, sendo imprescindível na formação de futuros professores de Matemática, proporcionando aos alunos a demonstração de conceitos e teoremas matemáticos por meio da utilização de materiais concretos, servindo também como espaço de ensino-aprendizagem contínuo.

Lorenzato (2006) reafirma a importância benéfica da utilização dos materiais concretos, típicos de um laboratório de educação matemática, no processo de aprendizagem; ele argumenta que esses materiais estão para o processo de aprendizagem assim como o bisturi está para o médico ou um botição está para o dentista. Já Perez (1993 apud Turrioni, 2004) afirma que um LEM pode ser contemplado com diferentes tipos de materiais considerados didáticos, desde os mais comuns como giz, quadro-negro, régua, compasso, esquadro, caderno, lápis, caneta, gráficos, livros, fichários, filmes, *softwares*, modelos manipuláveis, enciclopédias, figuras geométricas planas ou espaciais, calculadoras, televisão, vídeo, filmadora, computador. Nesta relação inclui-se também o material industrializado (por exemplo: o material dourado, a torre de Hanói, blocos padrão).

Filho, Oliveira e Cabral (2019) comentam que o Laboratório de Ensino de Matemática não necessariamente precisa ocupar um espaço físico; ele pode iniciar com equipamentos em um armário ou numa caixa e, estes serem transportados para as salas de aula quando vierem a ser utilizados. Entretanto, há necessidade de um espaço próprio para o LEM. De acordo com Lorenzato (2006), o LEM é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e ainda reforça:

> Se for verdadeiro que ninguém "ama o que não conhece", então fica explicado por que tantos alunos não gostam de matemática, pois se a eles não foi dado conhecer a matemática, como podem vir a admirá-la? No entanto, com o auxílio de material didático, o professor pode, se empregá-lo corretamente, conseguir uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno, diminuindo, assim, o risco de serem criadas ou reforçadas falsas crenças referentes à matemática, como a de ser ela uma disciplina "só para poucos privilegiados", "pronta", "muito difícil", e outras semelhantes. Outra consequência provável se refere ao ambiente predominante durante as aulas de matemática, onde o temor, a ansiedade ou a indiferença serão substituídos pela satisfação, pela alegria ou pelo prazer. Mas, talvez, o mais importante efeito será o aumento da autoconfiança e a melhoria da autoimagem do aluno. (Lorenzato, 2006, p.34)

Os materiais concretos são recursos didáticos que interferem fortemente no processo de ensino. Para Lopes e Araújo (2007), é necessário, portanto, capacitar os professores com o conhecimento de metodologias que, utilizando os mais diversos materiais manipulativos, possam constituir ambientes de aprendizagem alternativos para o ensino dos mais diversos conteúdos da Matemática. Nesse mesmo contexto, para Lorenzato (2006), o professor tem um papel muito importante no sucesso ou fracasso escolar do aluno. Para ele, não basta o professor dispor de um bom material didático para que se tenha a garantia de uma aprendizagem significativa. Mais importante do que isso é saber utilizar corretamente esses materiais em sala de aula (Lorenzato, 2006).

Diante das dificuldades enfrentadas no ensino de matemática e as possíveis soluções propostas, é possível concluir que o Laboratório de Ensino de Matemática associado a materiais didáticos manipuláveis pode interferir fortemente na aprendizagem dos alunos.

2.4 GEOGEBRA

O GeoGebra é um *software* que apresenta a possibilidade de trabalhar Geometria, Álgebra e Cálculo de forma dinâmica. Foi criado em 2001 pelo professor Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, Áustria, desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do ensino básico ao universitário). Segundo o idealizador Hohenwarter, o GeoGebra permite fazer construções com pontos, segmentos, vetores, retas e funções, que podem ser alteradas de forma dinâmica. Atualmente, é utilizado em 190 países e traduzido para 58 idiomas, com mais de 300 mil downloads mensais e 62 institutos em 44 países apoiando seu uso. Esses institutos são formados por professores e pesquisadores que colaboram para melhorar o ensino da Matemática, desenvolvendo materiais e promovendo a formação de uma comunidade de usuários.

Além dos aspectos didáticos, o GeoGebra é uma excelente ferramenta para criar ilustrações profissionais para serem usadas no Microsoft Word, no Open Office ou no LaTeX. Escrito em JAVA e disponível em português, o GeoGebra é multiplataforma e, portanto, ele pode ser instalado em computadores com Windows, Linux ou Mac OS e dispositivos móveis com diferentes sistemas operacionais (Nascimento, 2012). É um *software* gratuito, a versão mais recente, 6.0, pode ser baixada em:

`https://www.geogebra.org/download`.

A proposta do uso de *softwares* de geometria, no processo de ensino-aprendizagem, pode contribuir em muitos fatores, especificamente na visualização geométrica. A habilidade de visualizar pode ser desenvolvida, à medida que se forneça ao aluno materiais de apoio didático baseados em elementos concretos representativos do objeto geométrico. Segundo Montenegro (2005), no ensino fundamental e médio, os alunos devem trabalhar com modelos sólidos e com material visual. Os Parâmetros Curriculares Nacionais já enfatizam a importância dos recursos tecnológicos para a educação, visando a melhoria da qualidade do ensino. Afirmam que a informática na educação "permite criar ambientes de aprendizagem que fazem sugerir novas formas de pensar e aprender" (Brasil, 1998, p. 147).

Com o aumento dos recursos tecnológicos e o grande acesso à informação, tem-se elevado a discussão a respeito do uso de tecnologias com a finalidade de auxiliar o processo de ensino-aprendizagem. Para Martins, essa discussão:

> ...está presente em diferentes encontros científicos que buscam novos caminhos para a educação, em particular, para a educação matemática do século XXI. Está também nos jornais, revistas, periódicos, na internet, nos blogs, nas redes sociais e nos livros. (Martins et.al., 2015, p. 2).

D´Ambrosio (1986) chama atenção para o fato de que, em muitas situações, o aluno se mostra mais confortável com o uso de tecnologias, como a utilização do computador e *softwares* do próprio professor, visto que, nos últimos tempos, as crianças e jovens fazem uso dessa tecnologia em jogos e brincadeiras que são dispostas aos mesmos por meio da tecnologia.

Pacheco (2019) relata que com o uso do GeoGebra é possível dinamizar e enriquecer as atividades no processo de ensino-aprendizagem, pois enquadra uma variedade de conteúdos e vem contribuindo bastante com a aprendizagem dos alunos. Alguns outros autores também enfatizam o estudo por intermédio do Geogebra para colaborar de forma significativa, como por exemplo, Rêgo:

> As principais vantagens dos recursos tecnológicos seriam, além do impacto positivo na motivação dos alunos, sua eficiência como ferramenta de manipulação simbólica, no traçado de gráficos e como instrumento facilitador das tarefas de resolução de problemas. A utilização de computadores no ensino provocaria, a médio e longo prazo, mudanças curriculares e de atitudes profundas, uma vez que, com o uso da tecnologia, os professores tenderiam a se concentrar mais nas ideias e conceitos e menos nos algoritmos. (Rêgo, 2000, p. 76).

O GeoGebra torna a matemática mais agradável e atrativa para os alunos conforme as metodologias utilizadas pelos professores. Diante disso, compreende-se a importância de se trabalhar com ferramentas tecnológicas em sala. É importante sempre ministrar aulas com o auxílio de um recurso que possa contribuir para que os alunos aprendam de maneira prazerosa e dinâmica, pois conforme Marchetti e Klaus (2014, p. 11): "O Geogebra, quando utilizado de maneira planejada, favorece o desenvolvimento de diversas habilidades por parte dos alunos, permitindo que construam, experimentem e conjecturem". É fácil perceber que o Geogebra só tem a contribuir com a aprendizagem do aluno, pois leva o discente a pensar e a compreender o conteúdo abordado e o leva à construção do próprio objeto de estudo.

2.5 O ENSINO DE GEOMETRIA E AS MATRIZES DE REFERÊNCIA DE PROVAS EXTERNAS

O acesso à escola pública garantiu a matrícula a todos, independente da sua etnia ou classe social, mas não garantiu a aprendizagem e a permanência desses alunos na escola. Há alguns anos, a qualidade da educação estava diretamente relacionada aos indicadores de aprovação, reprovação e evasão (Castro, 2009). Assim, a aprovação era sinônimo de aprendizagem, portanto, as escolas que possuíam maior número de aprovações eram consideradas escolas de boa qualidade. Com isso, veio a necessidade de implementar novos sistemas de avaliações educacionais que proporcionassem o acesso à informação sobre o rendimento escolar dos alunos e a qualidade de ensino de modo que auxiliasse na definição de novas políticas públicas e ações estratégicas para a melhoria da qualidade da educação conforme a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei nº 9.394 artigo 9º incisos V e VI:

> V - Coletar, analisar e disseminar informações sobre a educação. VI - Assegurar processo nacional de avaliação do rendimento escolar no ensino fundamental, médio e superior, em colaboração com os sistemas de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade do ensino. (Brasil, 1996, p. 13).

A partir do reconhecimento da inexistência de estudos que mostrassem a qualidade da educação ofertada, o Ministério da Educação instituiu avaliações educacionais de larga escala para os alunos, as quais foram propulsoras para os estados instituírem suas próprias avaliações (Santos, 2010).

2.5.1 A implementação de avaliações de larga escala no ensino brasileiro

A implementação do sistema de avaliação de provas externas ou avaliações de larga escala teve início no final dos anos 1980, e em 1990 teve sua primeira experiência com o SAEP, Sistema de Avaliação do Ensino Público, que mais tarde, no ano de 1995, foi ampliado e passou a ser chamado de Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB, onde envolvia as escolas públicas e privadas nos níveis fundamental e médio de ensino. (Santos; Ortigão, 2016).

O SAEB é uma avaliação de desempenho educacional e de fatores associados ao rendimento escolar, realizada a cada dois anos, em larga escala, aplicada em amostras de escolas e alunos de 5° e 9° anos do ensino fundamental e de 3° ano do ensino médio, representativas de todas as Unidades da Federação, redes de ensino e regiões do país (Castro, 2009). Após a implementação, passou a ser composto por dois sistemas avaliativos: Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB) e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC), conhecida como Prova Brasil, e mais recentemente, foi criada a Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA).

Com este cenário, o estado do Ceará cria o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE) no ano de 1992 e passa a ser o primeiro estado a criar um modelo de sistema de avaliação. Pode-se dizer que o SPAECE é um sistema de avaliação externa local que contempla as escolas públicas das redes estadual e municipais do estado do Ceará, para avaliar os alunos da Educação Básica, desde a Alfabetização até o Ensino Médio, nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática.

Em 2005, o governo brasileiro amplia a atuação das provas externas com a criação da Prova Brasil, uma avaliação mais detalhada do desenvolvimento da educação. A Prova Brasil avalia todos os estudantes da rede pública de ensino, de 5° e 9° anos do ensino fundamental, com foco em Língua Portuguesa e Matemática. Seus resultados são divulgados amplamente a todos os estados e municípios do país, com boletins divulgados a cada uma das escolas participantes (Castro, 2009). A implementação da Prova Brasil possibilitou a criação do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) que mede a relação entre os resultados médios dos estudantes do exame nacional e a taxa de aprovação nas escolas. Uma vez que a Prova Brasil e SAEB possuem as mesmas metodologias, elas passaram a ser operacionadas em conjunto desde 2007.

O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) criado em 2007 pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), avalia dois conceitos igualmente importantes: o censo escolar e o desempenho no SAEB. O Índice varia de 0 a 10 e busca equilibrar essas duas variáveis. Se um sistema retém seus alunos para obter um melhor rendimento no SAEB, esse índice será alterado. Se o resultado for satisfatório, estará indicando melhoria do sistema, se não, haverá necessidade de melhoria.

Em 2021, o IDEB encerrou um ciclo de metas estabelecido em 2007, quando foi criado a previsão de que em 2022, o país deveria atingir a meta de 6 pontos, que é a meta dos países desenvolvidos. Em 2023, excepcionalmente, não teve metas estipuladas, pois em 2020, na pandemia, a taxa de abandono elevou-se bastante, principalmente no ensino médio, que é uma etapa muito importante, pois, oferece a oportunidade dos jovens ingressarem no ensino superior ou técnico.

Fazendo uma análise, apenas da rede estadual, por conta da pandemia e de outros fatores, o Ceará não atingiu nenhuma das metas estipuladas em 2021, que era de 4,8 para a rede estadual, tendo resultado inferior em 2023, com nota de 4,4.

Com base nos resultados apresentados nos exames SAEB e SPAECE, é possível interpretar o que os alunos conhecem, compreendem e são capazes de fazer. Essas provas são elaboradas com uma certa quantidade de itens e abrangem uma ampla cobertura de conteúdos, habilidades e competências, tendo como base a Matriz de Referência Curricular do Saeb e a Matriz de Referência Curricular do SPAECE , que, a partir de uma consulta sobre os currículos estaduais, livros didáticos usados pelos professores e conteúdos praticados nas escolas brasileiras dos ensinos fundamental e médio, estabelecem as competências e habilidades que os alunos devem saber ao final das séries e ciclos avaliados.

2.5.2 Um comparativo do currículo proposto pela BNCC e as matrizes referência do SAEB e SPAECE

De acordo com Santos e Ortigão (2016), uma Matriz de Referência é composta por um conjunto de descritores que explicitam dois pontos básicos do que se pretende avaliar: o conteúdo programático a ser avaliado em cada período de escolarização e o nível de operação mental necessário para a realização de determinadas tarefas. É a Matriz Curricular referenciada pela BNCC que fundamenta os descritores, que, por sua vez, contribuem para associar os conteúdos tratados nos exames.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento normativo para as redes de ensino, utilizado como referência na elaboração de currículos escolares e traz em sua matriz várias áreas de conhecimento divididas em quatro grandes áreas: a área de Linguagens e suas Tecnologias, a área de Matemática e suas Tecnologias, a área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e a área de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas.

Cada habilidade é identificada por um código alfanumérico cuja composição é a seguinte:

EM13MAT103

- O primeiro par de letras indica a etapa de Ensino Médio.
- O primeiro par de números (13) indica que as habilidades descritas podem ser desenvolvidas em qualquer série do Ensino Médio, conforme definição dos currículos.
- A segunda sequência de letras indica a área (três letras) ou o componente curricular (duas letras):
  LGG = Linguagens e suas Tecnologias
  LP = Língua Portuguesa
  MAT = Matemática e suas Tecnologias
  CNT = Ciências da Natureza e suas Tecnologias
  CHS = Ciências Humanas e Sociais Aplicadas.
- Os números finais indicam a competência específica à qual se relaciona a habilidade (1º número) e a sua numeração no conjunto de habilidades relativas a cada competência (dois últimos números). Vale destacar que o uso de numeração sequencial para identificar as habilidades não representa uma ordem ou hierarquia esperada das aprendizagens. Cabe aos sistemas e escolas definir a progressão das aprendizagens, em função de seus contextos locais.

A ÁREA DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS é dividida em 5 COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS:

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

Tabela 1 – Habilidades da competência específica 1

CÓDIGO	HABILIDADE
EM13MAT101	Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT102	Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
EM13MAT103	Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.
EM13MAT104	Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
EM13MAT105	Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
EM13MAT106	Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

Fonte: Adaptado pelo autor a partir da BNCC

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2: Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

Tabela 2 – Habilidades da competência específica 2

CÓDIGO	HABILIDADE
EM13MAT201	Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
EM13MAT202	Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
EM13MAT203	Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Fonte: Adaptado pelo autor a partir da BNCC

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Tabela 3 – Habilidades da competência específica 3

CÓDIGO	HABILIDADE
EM13MAT301	Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT302	Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT303	Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

EM13MAT304	Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
EM13MAT305	Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
EM13MAT306	Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
EM13MAT307	Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT308	Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
EM13MAT309	Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT310	Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
EM13MAT311	Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
EM13MAT312	Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
EM13MAT313	Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.

EM13MAT314	Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).
EM13MAT315	Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.
EM13MAT316	Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

Fonte: Adaptado pelo autor a partir da BNCC

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

Tabela 4 – Habilidades da competência específica 4

CÓDIGO	HABILIDADE
EM13MAT401	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
EM13MAT402	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
EM13MAT403	Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
EM13MAT404	Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT405	Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.
EM13MAT406	Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de *softwares* que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
EM13MAT407	Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

Fonte: Adaptado pelo autor a partir da BNCC

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5: Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Tabela 5 – Habilidades da competência específica 5

CÓDIGO	HABILIDADE
EM13MAT501	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
EM13MAT502	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
EM13MAT503	Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT504	Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

EM13MAT505	Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
EM13MAT506	Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
EM13MAT507	Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
EM13MAT508	Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
EM13MAT509	Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.
EM13MAT510	Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.
EM13MAT511	Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: Adaptado pelo autor a partir da BNCC

Os conhecimentos de matemática são divididos em 43 habilidades, sendo a Geometria contemplada em 12 destas habilidades, 27,9% de todo aprendizado de matemática no ensino médio, ou seja, menos de um terço, o aluno tem contato com a geometria ao longo dos 3 anos.

Se considerarmos as competências correspondentes a cálculos de área, perímetro, volume e planificação, o número cai para apenas 6 habilidades, o que dá aproximadamente 13,95% de toda a grade, são elas:

EM13MAT201, EM13MAT307, EM13MAT309, EM13MAT504, EM13MAT505, EM13MAT506

A matriz SAEB traz em sua estrutura a matemática dividida em quatro temas separados por seus descritores:

Tabela 6 – SAEB: Espaço e forma

DESCRITORES	COMPETÊNCIAS
D1	Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade
D2	Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais
D3	Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas
D4	Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema
D5	Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente)
D6	Identificar a localização de pontos no plano cartesiano
D7	Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta
D8	Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação
D9	Relacionar a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas
D10	Reconhecer, dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências

Fonte: Adaptado pelo autor a partir do boletim do SAEB.

Tabela 7 – SAEB: Grandezas e medidas

DESCRITORES	COMPETÊNCIAS
D11	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
D12	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D13	Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Fonte: Adaptado pelo autor a partir do boletim do SAEB.

Tabela 8 – SAEB: Números e operações/Álgebra e funções

DESCRITORES	COMPETÊNCIAS
D14	Identificar a localização de números reais na reta numérica.
D15	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D16	Resolver problema que envolva porcentagem
D17	Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.
D18	Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.
D19	Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.
D20	Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.
D21	Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.
D22	Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral.
D23	Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.
D24	Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico.
D25	Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.
D26	Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.
D27	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.
D28	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.
D29	Resolver problema que envolva função exponencial.
D30	Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente) reconhecendo suas propriedades.
D31	Determinar a solução de um sistema linear associando-o à uma matriz.
D32	Resolver problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjo simples e/ou combinação simples.
D33	Calcular a probabilidade de um evento.

Fonte: Adaptado pelo autor a partir do boletim do SAEB.

Tabela 9 – SAEB: Tratamento da Informação

DESCRITORES	COMPETÊNCIAS
D34	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
D35	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

Fonte: Adaptado pelo autor a partir do boletim do SAEB.

Os quatro temas são divididos em 35 descritores, dos quais 13 são voltados para o tratamento da geometria, ou seja, 37,14%. E apenas cinco descritores trazem em sua composição o tratamento sobre área, perímetro, volume e planificação, 5 em 35 descritores, que dá aproximadamente 14,28%.

São eles:

D3, D4, D11, D12, D13.

A matriz SPAECE também traz seus conhecimentos divididos em 4 módulos:

Tabela 10 – SPAECE: Interagindo com Números e Funções

DESCRITORES	COMPETÊNCIAS
D16	Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais
D19	Resolver problema envolvendo juros simples.
D20	Resolver problema envolvendo juros compostos.
D24	Fatorar e simplificar expressões algébricas.
D28	Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial de 1º grau.
D40	Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.
D42	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo da probabilidade de um evento.

Fonte: Adaptado pelo autor a partir do boletim do SPAECE.

Tabela 11 – SPAECE: Convivendo com a Geometria

DESCRITORES	COMPETÊNCIAS
D49	Resolver problemas envolvendo semelhança de figuras planas.
D50	Resolver situação problema aplicando o Teorema de Pitágoras ou as demais relações métricas no triângulo retângulo.
D51	Resolver problemas usando as propriedades dos polígonos (soma dos ângulos internos, número de diagonais e cálculo do ângulo interno de polígonos regulares).
D52	Identificar planificações de alguns poliedros e/ou corpos redondos.
D53	Resolver situação-problema envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).
D54	Calcular a área de um triângulo pelas coordenadas de seus vértices.
D55	Determinar uma equação da reta a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
D56	Reconhecer, dentre as equações do 2°grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.
D57	Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.
D58	Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.

Fonte: Adaptado pelo autor a partir do boletim do SPAECE.

Tabela 12 – SPAECE: Vivenciando as Medidas

DESCRITORES	COMPETÊNCIAS
D64	Resolver problema utilizando as relações entre diferentes unidades de medidas de capacidade e de volume.
D65	Calcular o perímetro de figuras planas em uma situação problema.
D67	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D71	Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera.
D72	Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situação-problema.

Fonte: Adaptado pelo autor a partir do boletim do SPAECE.

Tabela 13 – SPAECE: Tratamento da Informação

DESCRITORES	COMPETÊNCIAS
D76	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas aos gráficos que as representam, e vice-versa.
D78	Resolver problemas envolvendo medidas de tendência central: média, moda ou mediana.

Fonte: Adaptado pelo autor a partir do boletim do SPAECE.

Apenas em seis destes descritores trata de área, perímetro, volume e planificação.

São eles:

D52, D64, D65, D67, D71, D72.

Fazendo uma análise da matriz SPAECE, duas destas modalidades trazem o tratamento da geometria, são elas: Convivendo com a geometria e Vivenciando as Medidas, que totalizam 15 modalidades em um total de 24 competências, ou seja, 62,5% de ênfase em geometria no ensino médio durante os 3 anos. Mas em termos de descritores com ênfase em área, perímetro, volume e planificação, são apenas 6, o que nos dá 25% das competências contidas na matriz SPAECE.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 PROBLEMATIZAÇÃO DO TEMA

O ensino e aprendizagem de geometria têm apresentado muitos problemas, principalmente no ensino médio, o qual é sustentado por aulas tradicionais com memorização de fórmulas, muitas vezes, padronizadas e mecânicas.

Analisando a história, percebemos os possíveis motivos que levaram ao abandono do ensino de geometria no Brasil. Como relata Caldatto e Pavanello (2015), após a promulgação da Lei 5692/71, que dava às escolas liberdade na escolha dos programas, possibilitando aos professores de matemática o abandono do ensino de geometria ou adiamento desse conteúdo para o final do ano (caso desse tempo) talvez por falta de capacitação e insegurança dos professores, o ensino de geometria foi ficando cada vez mais escasso. Porém, a situação é preocupante no sentido de que a geometria, durante a evolução das ciências, sempre foi considerada essencial para a formação intelectual e capacidade de raciocínio. Segundo Eves (2011), a geometria surgiu das observações cotidianas, a necessidade de delimitar terras, a movimentação dos astros e o armazenamento de líquidos com a ideia de volumes. A geometria está nas formas dos vidros de perfumes, numa embalagem, nas construções, nas propagandas, nos logotipos, nos computadores. Então fazemos a seguinte pergunta: Como um conteúdo tão importante pode simplesmente ser abandonado, privando os alunos ainda em formação de conhecer algo com que se deparam em todos os lugares da sua vida?

As formas podem ser vistas e apreciadas por qualquer ser humano, seja ele criança, adolescente ou adulto, mas, assim como aconteceu na história da humanidade, talvez não seja apenas pela observação que o aluno possa construir e dominar uma imensa teia de conceitos geométricos.

Outro fator importante que vale ressaltar quando analisamos o ensino brasileiro atual, são os currículos propostos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é um documento normativo para as redes de ensino usada como referência na elaboração de currículos escolares e, como vimos, aborda várias áreas de conhecimento em sua matriz. Ao analisar os currículos, percebemos que a geometria contempla 27,9% do aprendizado em matemática nos 3 anos do ensino médio, sendo que apenas 13,95% é relacionado à área, volume, perímetro e planificação, ou seja, ao longo dos 3 anos do ensino médio, menos de um terço do conteúdo matemático é destinado à geometria - fato intrigante, pois, ao mesmo tempo que olhamos o currículo escolar podemos fazer um comparativo com as matrizes de referência do SAEB e SPAECE, que são provas externas que avaliam e quantificam a qualidade do ensino. 37,14% das matrizes de referência do SAEB são destinadas ao conteúdo de geometria e quanto ao SPAECE, 62,5% ao conteúdo de geometria e 25% destes trata de área, volume, perímetro e planificação. O que nos leva a fazer mais uma pergunta: Como obter bons resultados em avaliações de larga escala quando o aluno estuda apenas um terço do conteúdo de geometria em 3 anos do ensino médio e quando uma das provas mais importantes para avaliar o ensino traz mais da metade deste mesmo conteúdo como referência em sua matriz? Será que podemos afirmar que mesmo depois de décadas após a implementação do ensino, ainda existe o abandono do ensino de geometria?

Além de ser de grande importância para o conhecimento matemático, formação intelectual e avaliações de provas externas, o ensino de geometria dá apoio a outras áreas de conhecimento, como o auxílio na interpretação de mapas, nos gráficos estatísticos e nos conceitos de medições.

Em 1998, a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) mudou em parte o modo de conceber o ensino. Percebeu-se que seria necessário complementar a educação com outros métodos, "como o uso das formas e propriedades geométricas, desenvolvidas a partir de habilidades de visualização, desenho, argumentação, lógica e de aplicação" (Brasil, 1998). A partir daí, vários trabalhos e pesquisas de diversos autores como: Pereira, Santos e Pinheiro (2022); Lorenzato (2006); Perez (1993 apud Turrioni, 2004); Ponte, Brocardo, e Oliveira (2009), reafirmam a importância de um método de ensino alternativo na aprendizagem dos alunos. Com o avanço tecnológico, o homem necessita de novas maneiras de explicar, lidar e atuar em seu ambiente. São outros fenômenos e questionamentos que estimulam o imaginário dos adolescentes e talvez as simples aulas tradicionais já não tenham tanto impacto na aprendizagem. Ao reconhecermos novas metodologias e materiais didáticos, estamos trazendo professores e alunos ao mundo como ele se apresenta hoje.

Com isso, ao trabalhar com geometria, consideramos também a possibilidade dos *softwares* educacionais. Após a pesquisa e leitura de vários artigos e trabalhos publicados nos últimos anos, percebemos que o uso do *software* Geogebra em sala de aula tem-se mostrado benéfico quanto ao ensino e aprendizagem. Pacheco (2019) traz o Geogebra como uma forma dinâmica de ensino e aprendizagem; Rêgo (2000) relata o impacto positivo na motivação dos alunos e Marchetti e Klaus (2014) falam que, quando o Geogebra é utilizado de maneira planejada, favorece o desenvolvimento de diversas habilidades. Diante dos fatores benéficos à educação, o *software* Geogebra foi escolhido para compor essa pesquisa.

3.1.1 Surgimento da ideia e metodologia adotada

A fim de propor uma ferramenta alternativa no ensino, se deu a criação de uma oficina que tem como objetivo melhorar e elevar o ensino de geometria. De acordo com Rêgo (2000), aulas em laboratórios e com a utilização de *softwares* têm impacto positivo na motivação dos alunos, tornando assim o ensino mais proveitoso, que é o objetivo desta oficina. Para melhor aproveitamento e deixar menos cansativo, a oficina é constituída por 4 etapas:

1. Avaliação Diagnóstica

Tendo em vista que a educação pós-pandemia está distante da que tínhamos antes, pois depois de 2019, tivemos um retrocesso na educação, de acordo com os índices usados para medir a qualidade do ensino da educação básica das escolas públicas, o IDEB. Portanto, não temos como saber ao certo o nível em que os alunos estão, por isso é importante uma investigação a respeito dos assuntos exigidos para a aplicação da oficina. É necessário que os alunos saibam e dominem assuntos básicos para o entendimento do que irá ser abordado, posteriormente haverá um aprofundamento. Portanto, na primeira etapa, temos uma atividade de caráter avaliativa para verificar o nível de conhecimentos dos alunos nos conteúdos abordados. Esta atividade avaliará se o aluno tem domínio sobre os assuntos de identificação e classificação de figuras planas e sólidos geométricos, identificação dos elementos das figuras planas e sólidos geométricos, como calcular áreas, perímetros e volumes, averiguar a visão tridimensional e as projeções de sólidos no plano, bem como a planificação dos sólidos.

Claramente a atividade não é parte obrigatória da oficina, é uma sugestão. O professor analisa se há a necessidade de aplicar ou não, como dito, a atividade é para conhecer e entender melhor o público-alvo da oficina. Não havendo a necessidade da aplicação da atividade diagnóstica, pode-se passar para a etapa 2 (Aula expositiva). Mas para um melhor resultado, é importante seguir todos os passos e etapas da oficina, visando o melhor aproveitamento do trabalho.

2. Aula expositiva

A segunda etapa conta com uma aula expositiva de intervenção, tomando como base a atividade da etapa 1. Podemos traçar estratégias baseadas nos resultados obtidos, se forem satisfatórios, o peso da etapa 2 é bem menor, já que esta etapa visa preencher as lacunas existentes sobre o assunto de geometria plana e espacial. Se não forem satisfatórios, será interessante um aprofundamento detalhado do que propõe a etapa 2 (Aula expositiva) que vem com a finalidade de conceituar e melhorar os conhecimentos geométricos. Como as aulas tradicionais não favorecem o ensino de geometria espacial, visto que há uma grande dificuldade de exibir os objetos tridimensionais em um quadro branco plano, foi elaborado um material em slides contendo todos os conteúdos necessários para a compreensão da oficina, que vão desde os conceitos básicos e definições, identificação de seus elementos, classificação, cálculos de áreas e volumes de todos os sólidos geométricos: cubo, tetraedro, octaedro, dodecaedro, icosaedro, paralelepípedo, prismas, pirâmides e dos corpos redondos: cone e cilindro. A fim de tentar minimizar as deficiências a respeito destes assuntos, a segunda etapa é muito importante, pois, teremos condições de saber se os alunos terão capacidade de prosseguir para as próximas etapas, nela todas as lacunas preenchidas, e o nível do aluno sobre esse assunto pode ser elevado e assim, cumprindo com o objetivo desta oficina, que é melhorar a qualidade de ensino e elevar os índices que avaliam a educação básica nas escolas públicas.

3. Comparativo do material concreto com o *software* Geogebra

Na terceira etapa o autor traz um comparativo dos sólidos tridimensionais e suas planificações observados pelo *software* Geogebra e a visualização através do material concreto. As imagens foram criadas do zero, com exceção dos corpos redondos, que foram usadas adaptações de trabalhos pré-prontos, utilizando as ferramentas do próprio *software*. Para a criação do cubo, tetraedro, octaedro, dodecaedro, icosaedro, paralelepípedo, prisma hexagonal, pirâmide de base quadrada, usamos um recurso para criar os sólidos de forma fácil e direta. Em seguida, utilizamos a ferramenta para fazer a planificação; que exibe suas faces no plano unidas por suas arestas.

Já no caso dos corpos redondos, cone e cilindro, não é possível exibir a planificação através de uma ferramenta do próprio *software*, já que a ferramenta permite a planificação de sólidos com faces planas e não superfícies curvas, necessitando de meios alternativos para exibir essa planificação. Por isso, utilizou-se trabalhos pré-prontos que estavam disponíveis no armazenamento do próprio site, (já que alguns trabalhos podem ser compartilhados por outros autores), para conseguir exibir a planificação dos corpos redondos de forma mais precisa.

De posse dessas imagens, a aula foi pensada para ser apresentada através de projetores com a exposição de slides, que ficarão disponíveis através de um link para que outros tenham acesso ao material. Com o intuito de inserir tecnologias digitais para atrair a atenção dos alunos, os slides serão apresentados com o auxílio de projetor.

4. Construção do material concreto.

A criação do material concreto tem como finalidade, disponibilizar sólidos manipuláveis para os alunos em sala de aula. A ideia é a construção de uma ferramenta que permita a visualização da transição entre o objeto tridimensional para o planificado, permitindo que os alunos tenham acesso a um material onde se possa comparar com os objetos apresentados em programas ou aplicativos de matemática dinâmica, como o Geogebra. Com esse material em mãos, por exemplo, o aluno conseguirá fazer a verificação da fórmula de Euler para poliedros convexos, uma equação que relaciona o número de faces, arestas e vértices existentes em cada sólido, podendo visualizar as quantidades de faces, a partir da sua planificação, e relacionar com a nomenclatura de cada sólido. Essas são algumas das potencialidades do material concreto. Ele deverá ser construído pelo professor para expor aos alunos. Visando a durabilidade e resistência, foi escolhido usar um material conhecido como MDF (material de fibra de densidade média), de 3 mm de espessura, para a confecção dos sólidos. Para que se tenha peças duráveis que possam ser aplicadas várias vezes durante as aulas sem a necessidade de uma nova confecção, já que demanda tempo e não é tão simples, pois há vários estágios a serem cumpridos para chegar ao produto final, apesar dos estágios do processo de fabricação, a escolha do material é justificável pela durabilidade do produto, experiência proveitosa e construção do conhecimento.

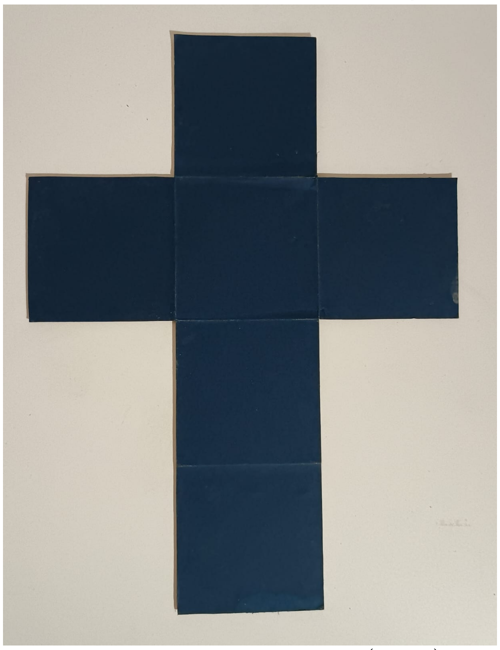
Inicialmente, o produto teve suas faces previamente cortadas a laser, por uma empresa que faz esse tipo de trabalho. Como o MDF possui uma espessura de 3 mm, impedindo a união de suas faces de forma precisa, foi necessário um acabamento nas bordas internas, um desgaste com uma angulação semelhante a 45°, formando uma espécie de "quina" nas bordas, garantindo um melhor acabamento. Elas foram unidas com fita adesiva transparente na parte de trás das faces, como podemos ver na **Figura 1**, que mostra as emendas feitas com a fita e o acabamento nas bordas em formato de "quina" feito para unir as faces.

Figura 1 – Parte posterior da planificação do cubo

Fonte: Própria do autor (2025).

Visando a resistência e a durabilidade, as faces do material receberam uma camada de cartolina na parte frontal dos sólidos, o que reforça a união e proporciona um acabamento mais uniforme, podendo ser utilizado outro material, como por exemplo tecido, ou até não utilizando nenhum material, deixando as faces com acabamento natural, não interferindo no resultado final, como pode ser visto na **Figura 2**.

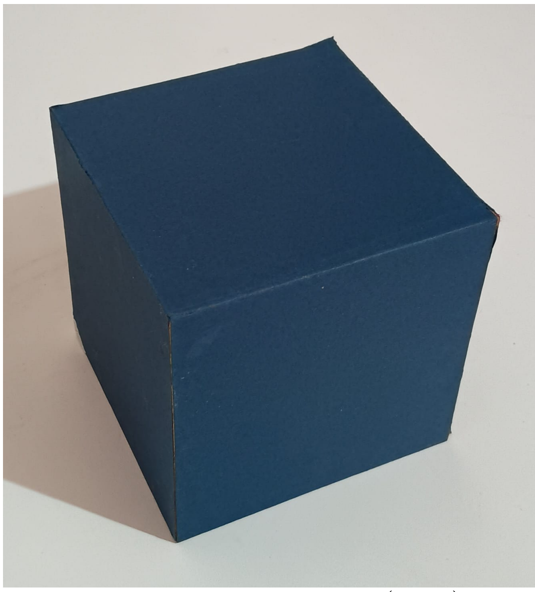
Figura 2 – Parte frontal da planificação do cubo



Fonte: Própria do autor (2025).

Seguindo todos os passos, o produto final estará pronto para uso, e deve ser mantido em ambiente livre de umidade, por se tratar de uma chapa de fibra de madeira, não deve ser molhado, podendo alterar suas capacidades e dimensões, comprometendo o uso do objeto, pois ele dilata e não será possível o fechamento de forma correta do sólido, que é a passagem da planificação para sua versão tridimensional. O material terá uma boa durabilidade se armazenado de forma correta, tendo em vista a resistência do MDF. Durante a utilização, percebeu-se que o sólido fica mais firme, dando mais apoio e auxiliando na montagem e desmontagem (planificação) do sólido, como podemos ver na **Figura 3**. As faces utilizadas para a montagem têm $10cm$ de aresta, e o cubo montado ficou com $10cm$ de altura também.

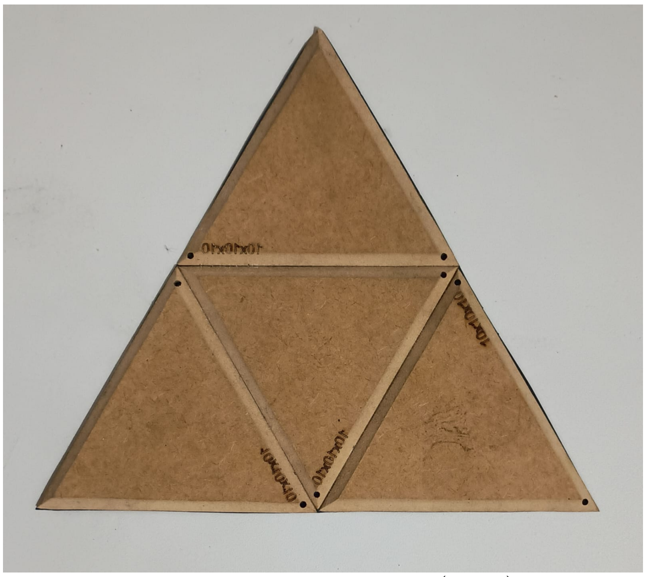
Figura 3 – Visualização tridimensional do cubo



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 4**, temos a visão do verso da planificação do tetraedro; como observado, as emendas ficam aparentes, mas nada que prejudique o resultado final, pois essa será a parte interna do sólido.

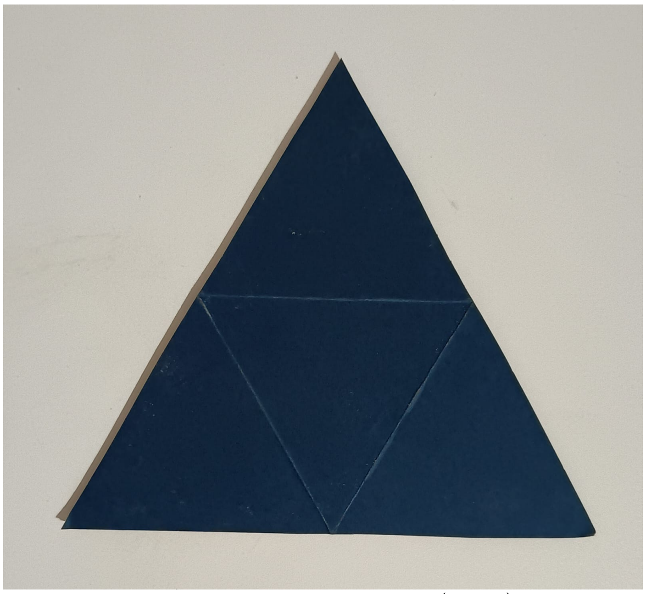
Figura 4 – Parte posterior da planificação do Tetraedro



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 5** observa-se a parte frontal da planificação do tetraedro, incluindo sua cobertura feita com cartolina.

Figura 5 – Parte frontal da planificação do Tetraedro



Fonte: Própria do autor (2025).

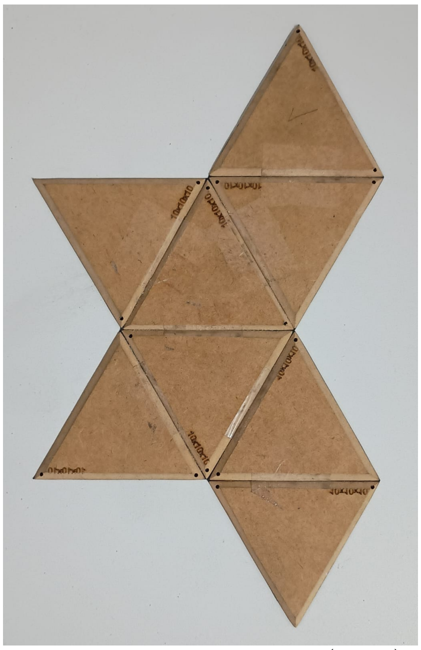
Na **Figura 6** observa-se o tetraedro montado, na sua versão tridimensional. No caso do tetraedro, é necessário um desgaste maior nas quinas que supere os 45°, pois os ângulos entre as faces do tetraedro é menor que 90°, assim seu complemento será maior que 90°, quando dividido para as duas faces, o ângulo de desgaste deve ser maior que 45°. As faces laterais usadas para montar o tetraedro têm $10cm$ de aresta, deixando com uma altura de $8,5cm$.

Figura 6 – Visualização tridimensional do Tetraedro

Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 7**, temos a visão do verso da planificação do octaedro; como observado, as emendas ficam aparentes, mas nada que prejudique o resultado final, pois essa será a parte interna do sólido.

Figura 7 – Parte posterior da planificação do Octaedro



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 8** observamos a parte frontal da planificação do octaedro, incluindo sua cobertura feita com cartolina.

Figura 8 – Parte frontal da planificação do Octaedro

Fonte: Própria do autor (2025).

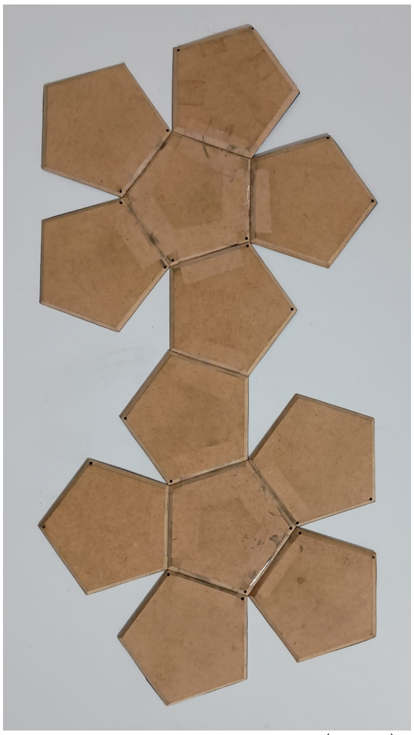
E na **Figura 9** vemos o octaedro montado, na sua versão tridimensional, com um pequeno apoio na base, feito de isopor, para permitir que o sólido ficasse alinhado e com melhor visualização. As faces utilizadas para formar o sólido tem arestas de $10cm$, permitindo que o octaedro ficasse com $14cm$ de altura depois de montado.

Figura 9 – Visualização tridimensional do Octaedro

Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 10** temos a visão do verso da planificação do dodecaedro, já feitas todas as emendas.

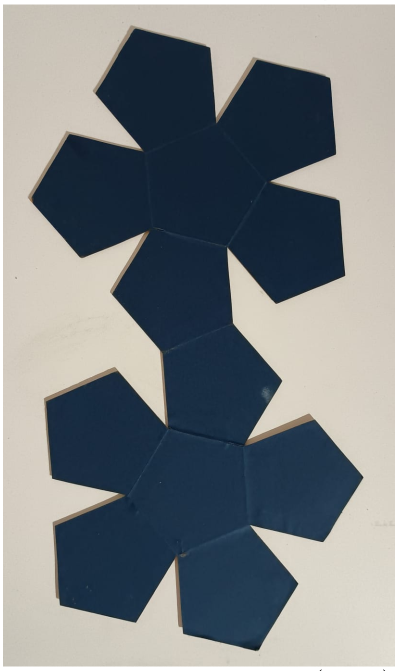
Figura 10 – Parte posterior da planificação do Dodecaedro



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 11** observamos a parte frontal da planificação do dodecaedro, como sua cobertura feita com cartolina.

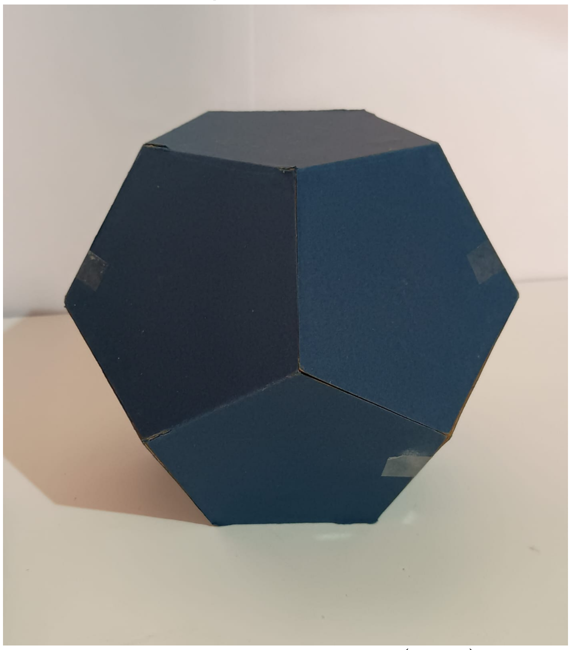
Figura 11 – Parte frontal da planificação do Dodecaedro



Fonte: Própria do autor (2025).

E na **Figura 12** vemos o dodecaedro montado, na sua versão tridimensional. Suas faces foram cortadas com arestas de $6cm$ e depois de montado ficou com uma altura de $13,5cm$

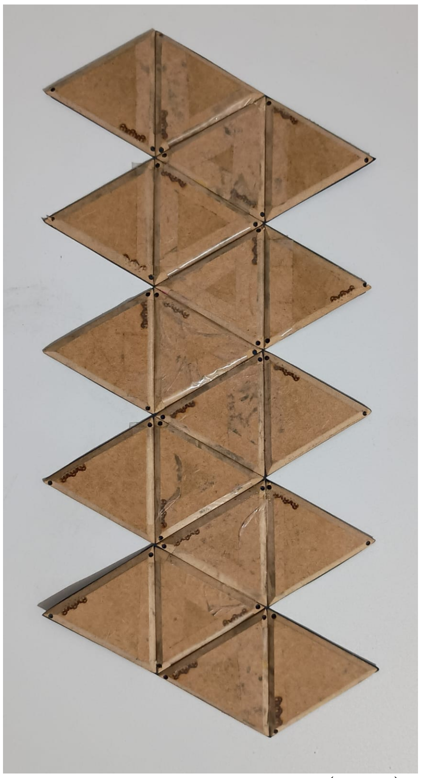
Figura 12 – Visualização tridimensional do Dodecaedro



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 13** temos a visão do verso da planificação do icosaedro; as emendas ficam aparentes, mas nada que prejudique o resultado final.

Figura 13 – Parte posterior da planificação do Icosaedro



Fonte: Própria do autor (2025).

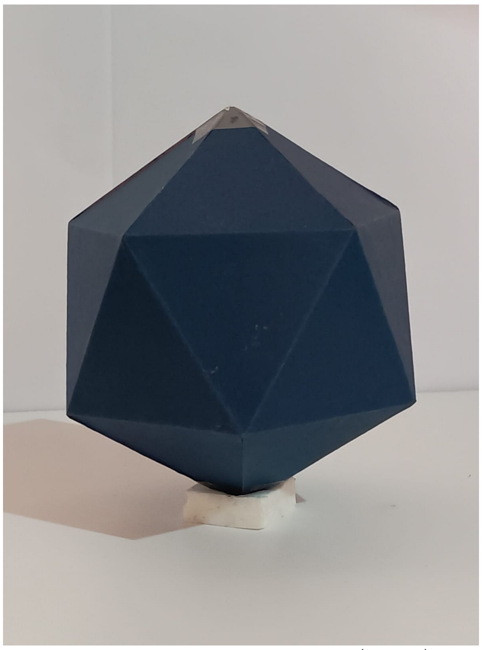
Na **Figura 14** observamos a parte frontal da planificação do icosaedro, como sua cobertura feita com cartolina.

Figura 14 – Parte Frontal da planificação do Icosaedro

Fonte: Própria do autor (2025).

E na **Figura 15** vemos o icosaedro montado, na sua versão tridimensional, com um pequeno apoio na base, feito de isopor, para permitir que o sólido ficasse alinhado e com melhor visualização. Ele teve suas faces cortadas com arestas de $6cm$, ficando com $11,5cm$ de altura depois de montado.

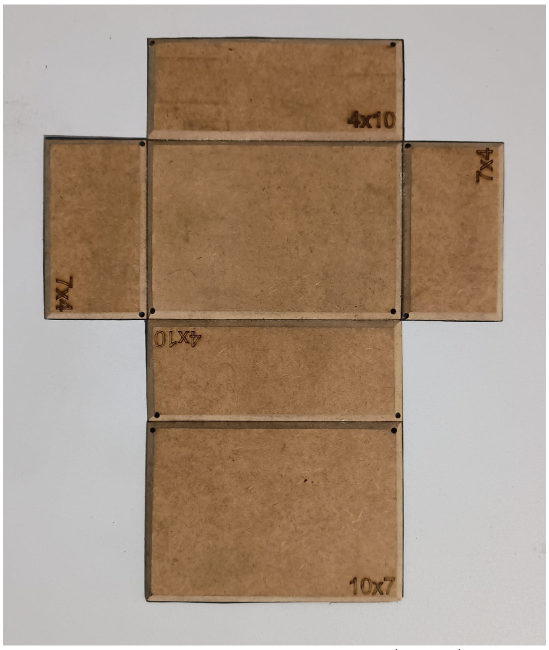
Figura 15 – Visualização tridimensional do Icosaedro



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 16** temos a visão do verso da planificação do paralelepípedo.

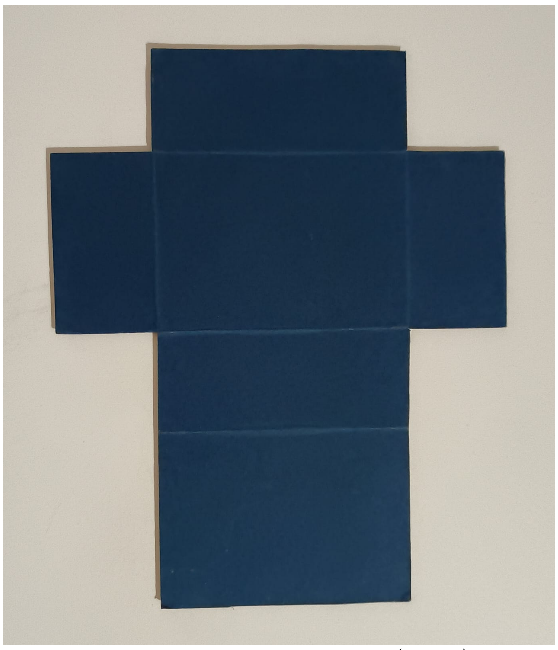
Figura 16 – Parte posterior da planificação do Paralelepípedo



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 17** observamos a parte frontal da planificação do paralelepípedo, como sua cobertura feita com cartolina.

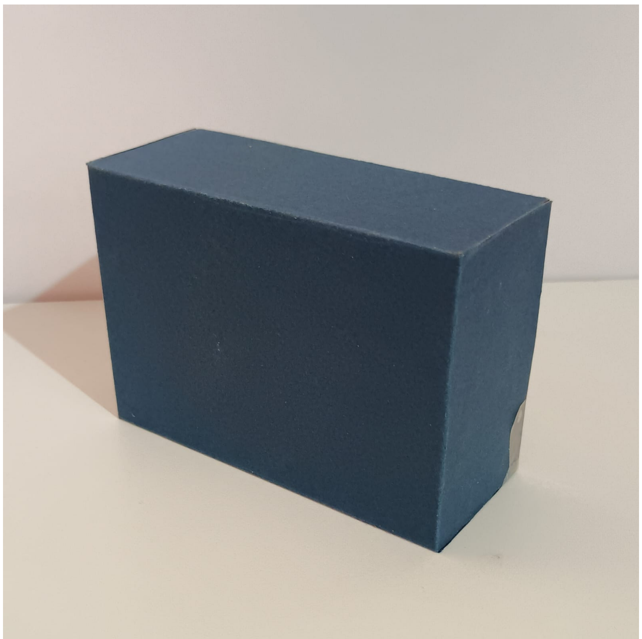
Figura 17 – Parte frontal da planificação do Paralelepípedo



Fonte: Própria do autor (2025).

E na **Figura 18** vemos o paralelepípedo montado, na sua versão tridimensional. Suas faces foram cortadas e montadas a partir de três retângulos distintos, e ficando com $7cm$ de altura, $4cm$ profundidade e $10cm$ de largura.

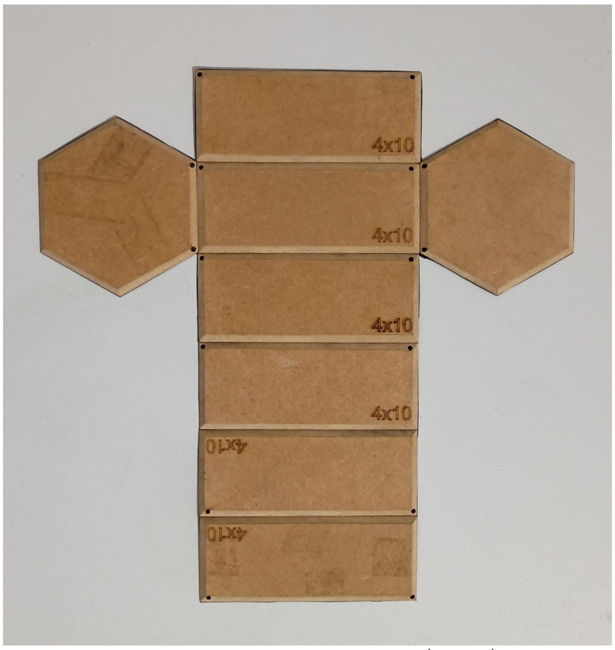
Figura 18 – Visualização tridimensional do Paralelepípedo



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 19** temos a visão do verso da planificação do prisma hexagonal.

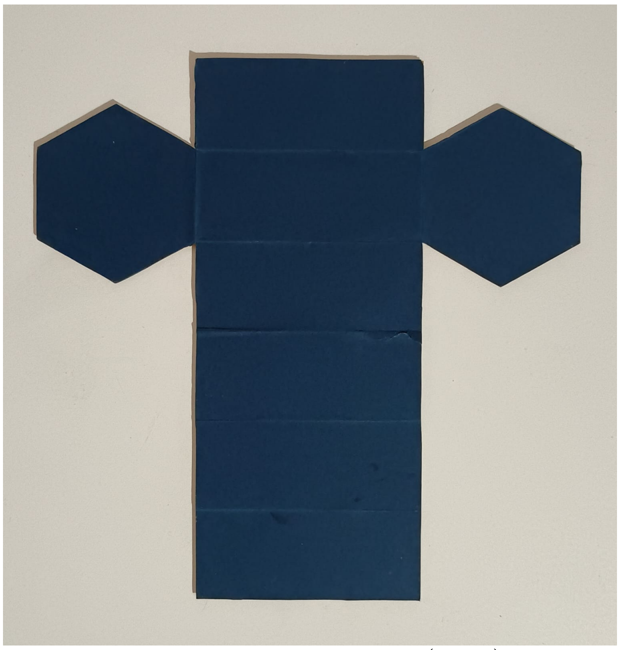
Figura 19 – Parte posterior da planificação do Prisma hexagonal



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 20** observamos a parte frontal da planificação do prisma hexagonal, como sua cobertura feita com cartolina.

Figura 20 – Parte frontal da planificação do Prisma hexagonal



Fonte: Própria do autor (2025).

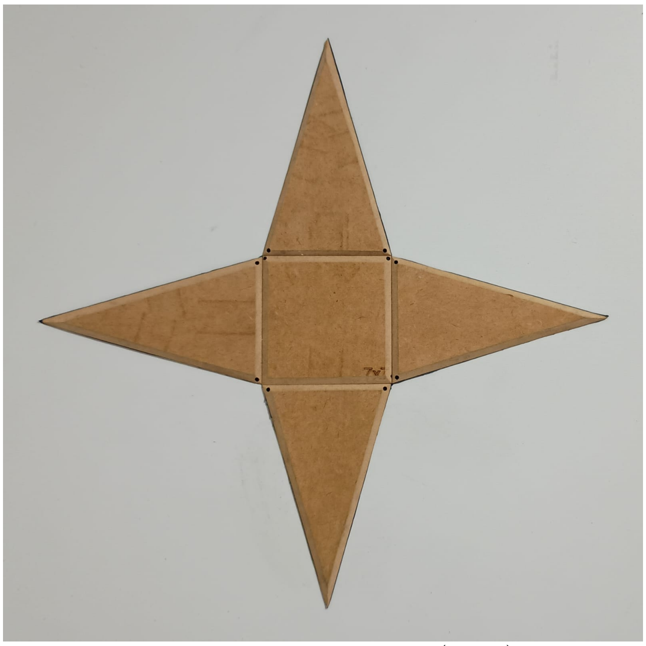
E na **Figura 21** vemos o prisma hexagonal montado, na sua versão tridimensional. As faces laterais foram cortadas com $10cm$ de altura, que coincide com a altura do Prisma hexagonal montado.

Figura 21 – Visualização tridimensional do Prisma hexagonal

Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 22** temos a visão do verso da planificação da pirâmide de base quadrada.

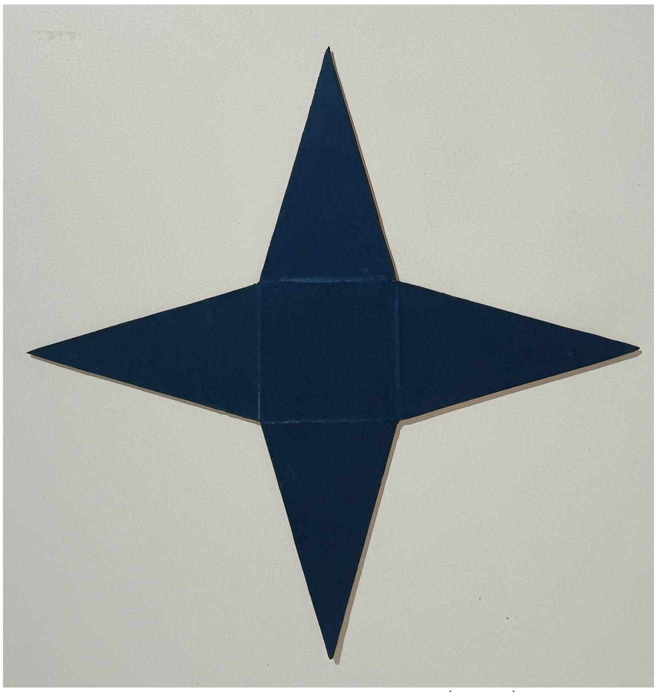
Figura 22 – Parte posterior da planificação da Pirâmide de base quadrada



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 23** observamos a parte frontal da planificação da pirâmide de base quadrada, como sua cobertura feita com cartolina.

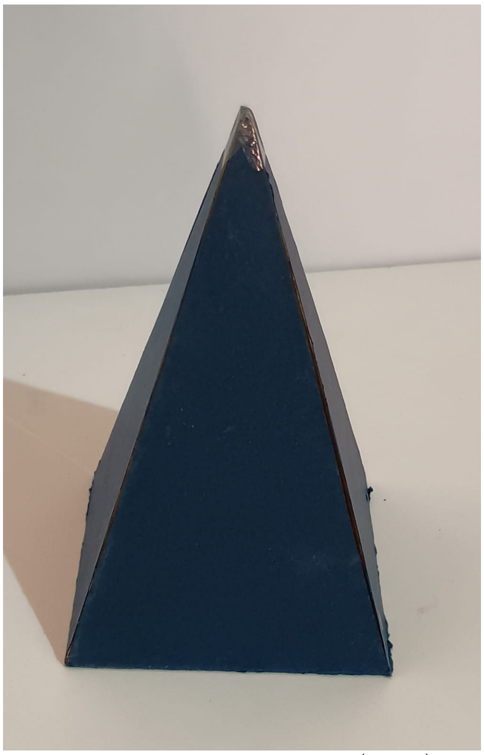
Figura 23 – Parte frontal da planificação da Pirâmide de base quadrada



Fonte: Própria do autor (2025).

E na **Figura 24** vemos a pirâmide de base quadrada montada, na sua versão tridimensional. Semelhante ao tetraedro, o desgaste nas quinas deve ser maior que um ângulo de $45°$, pois o ângulo entre as faces é menor que $45°$. A pirâmide montada ficou com uma altura de $11,5cm$, já que suas faces laterais têm $12cm$ de altura, que coincide com a geratriz da pirâmide.

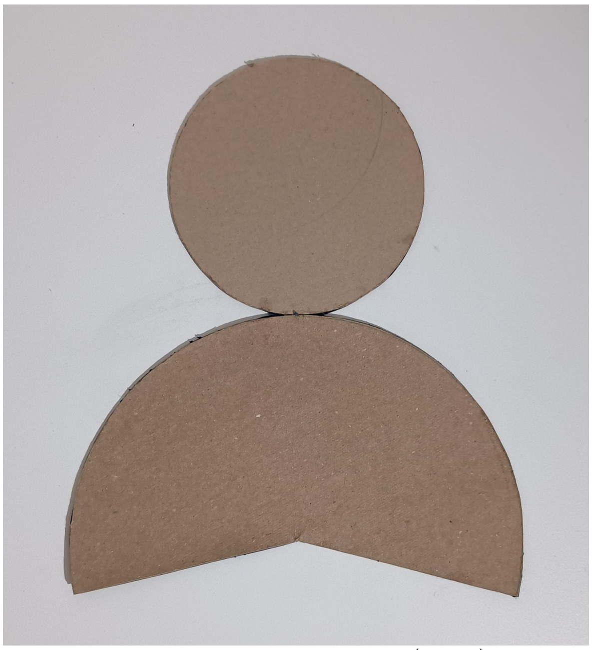
Figura 24 – Visualização tridimensional da Pirâmide de base quadrada



Fonte: Própria do autor (2025).

Ao usar o MDF como material, percebeu-se algumas limitações com relação aos corpos redondos, pois o MDF se trata de um material rígido que não permite distorções ou deformações da sua superfície. Então, foi utilizado um material alternativo conhecido como papel paraná, que também possui certa resistência, mas permite curvaturas semelhantes à dos corpos redondos. A planificação dos corpos redondos já é bastante complicada, até para programas de computador; o próprio Geogebra não possui uma ferramenta que determine a planificação do cone e do cilindro de maneira direta como temos nos poliedros que vimos anteriormente, imagine para um material manipulável com uma espessura significativa. A maior dificuldade de se trabalhar com a planificação dos sólidos foi com os corpos redondos, justamente por essa característica. Há trabalhos que mostram a planificação do cone e do cilindro, mas com materiais frágeis e não duráveis, por exemplo, com papel e outros, porém, como o objetivo do trabalho era produzir um produto durável que pudesse ser utilizado mais de uma vez, foi escolhido esse material, o papel paraná, que é uma espécie de papelão, e que pode ser observado na **Figura 25**. Tanto o cone como o cilindro, foram as duas formas que foram muito complicadas de se trabalhar por conta da curvatura.

Figura 25 – Parte posterior da planificação do Cone



Fonte: Própria do autor (2025).

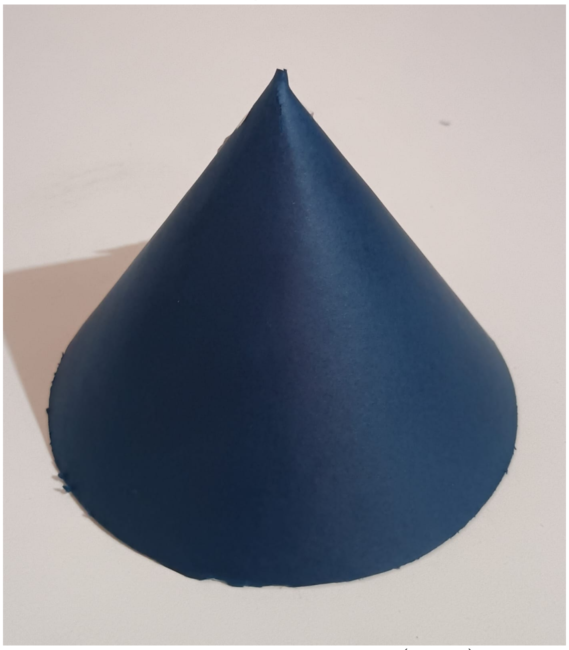
Logo após, na **Figura 26**, podemos observar a parte frontal recoberta com cartolina na cor azul, com o intuito de esconder as imperfeições e deixa-los semelhante aos outros objetos, não havendo a necessidade de deixá-lo mais resistente, pois agora é preciso que suas superfícies fiquem mais flexíveis.

Figura 26 – Parte frontal da planificação do Cone

Fonte: Própria do autor (2025).

E por fim, na **Figura 27**, podemos observar o cone montado e finalizado. O setor circular utilizado para compor a parte lateral do cone, foi cortada com $7cm$ de raio, deixando o cone montado com uma altura de $11cm$.

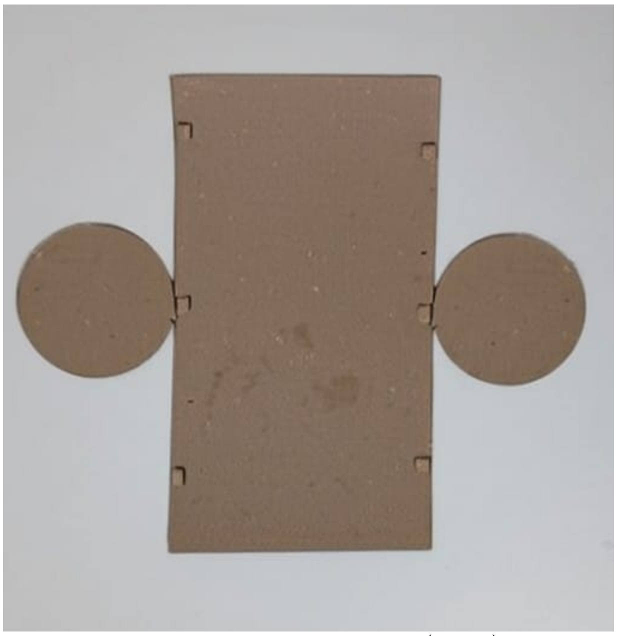
Figura 27 – Visualização tridimensional do Cone



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 28** temos a visão do verso da planificação do cilindro; como observado, por se tratar de um material um pouco rígido, e não apropriado para representar planificações de corpos redondos, foram realizados ajustes para melhor representar a planificação do cilindro.

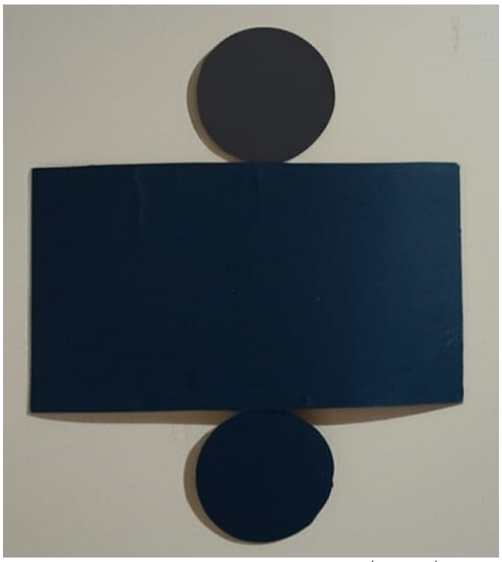
Figura 28 – Parte posterior da planificação do Cilindro



Fonte: Própria do autor (2025).

Na **Figura 29** observamos a parte frontal da planificação do cilindro, como sua cobertura feita com cartolina.

Figura 29 – Parte frontal da planificação do Cilindro



Fonte: Própria do autor (2025).

E na **Figura 30** vemos o cilindro montado, na sua versão tridimensional. Um dos dois objetos que deram mais trabalho na sua confecção, pois trabalhar com corpos redondos, exige um grau de dificuldade maior. A parte lateral que corresponde ao retângulo foi cortado com $14cm$ de altura e $25cm$ de largura, deixando o cilindro com uma altura de $14cm$.

Figura 30 – Visualização tridimensional do Cilindro

Fonte: Própria do autor (2025).

A metodologia adotada tem como finalidade desenvolver uma ferramenta metodológica que possa auxiliar o professor de matemática no ensino de geometria com ênfase em área, volume e planificação, bem como fornecer subsídios para que os alunos tenham motivação no estudo de geometria. A proposta se deu por meio da utilização de alternativas metodológicas capazes de:

(a) Elevar os conhecimentos a respeito de sólidos geométricos, através de ferramentas tecnológicas.
(b) Desenvolver a intuição geométrica e seu uso na resolução de atividades problemas.
(c) Aumentar o raciocínio matemático através de exercícios de conceitos geométricos.
(d) Fundamentar os conceitos de paralelepípedo, prismas, pirâmides, corpos redondos, poliedros de Platão (Tetraedro, Cubo, Octaedro, Dodecaedro, Icosaedro). Bem como conceitos de área, volume e planificação.
(e) Definir e conceituar noções de geometria espacial.
(f) Visualizar objetos geométricos planos através de um *software* educacional dinâmico.
(g) Incentivar a capacidade de visualização de formas geométricas espaciais.
(h) Desenvolver um material concreto que auxilie a visualização de sólidos tridimensionais.
(i) Estimular a construção de Laboratórios de matemática nas escolas.

Nesse comparativo entre os sólidos vistos sob um olhar do *software* Geogebra e os materiais concretos, percebe-se que a aprendizagem se torna mais significativa do que no modelo tradicional de ensino com lousa e pincel, visto que o ensino tradicional tem suas limitações, principalmente no ensino de geometria espacial. Portanto, é importante agregar métodos diferenciados para dinamizar o ensino, principalmente aqueles que apresentam maior dificuldade.

Avaliação Diagnóstica

Ao final da oficina, está disponível um questionário de sondagem a fim de avaliar a experiência dos alunos com este método de ensino. A aplicação do questionário não é obrigatória, ficando apenas como uma sugestão.

4 CONCLUSÃO

Ao longo desta pesquisa, analisamos o contexto histórico da geometria e sua evolução no ensino brasileiro, identificando que, apesar do reconhecimento de sua importância em documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o tema ainda se encontra pouco explorado nas escolas públicas. Essa lacuna é evidenciada pela limitada abordagem do conteúdo de geometria no currículo em comparação com a relevância atribuída em avaliações externas como o SAEB e o SPAECE, que dedicam uma parcela significativa de suas matrizes de referência à geometria, levantando questionamentos sobre a preparação dos alunos para tais exames.

Diante desse cenário, esta dissertação propôs e investigou uma ferramenta metodológica alternativa, por meio da criação de uma oficina, focando na utilização do software GeoGebra e na manipulação de sólidos geométricos. Nossa abordagem visa a um ensino dinâmico que transcende a mera aplicação de fórmulas e técnicas, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico e a conexão entre o conteúdo matemático e o cotidiano dos alunos.

Percebemos que a integração de tecnologias digitais, como o GeoGebra, e o uso de laboratórios de matemática com materiais concretos podem impactar positivamente a motivação dos alunos e minimizar as dificuldades enfrentadas pelos docentes no ensino de geometria. Essa metodologia não só enriquece o processo de ensino-aprendizagem, mas também capacita professores e alunos a superare os desafios do ensino tradicional, tornando a geometria mais significativa e presente na sala de aula, e, consequentemente, contribuindo para melhores resultados nas avaliações de larga escala.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher; Editora da USP, 1974.

BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. Brasilia, DF, Presidência da República. Disponível em: https://normas.leg.br/?urn=urn:lex:br:federal:constituicao:1988-10-05;1988!art205. Acesso em: 20/07/2025.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 23 dez. 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Matrizes de referência de Matemática para o Saeb. Brasília, DF: INEP, 2021. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/matriz-de-referencia-de-matematica_2001.pdf. Acesso em: 18 jul. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 18 jul. 2025.

BRITO, Mirian Ferreira de; CORREIA, Vinicius Christian Pinho. **Materiais Didáticos Manipuláveis para o Ensino de Geometria**. Revista Baiana de Educação Matemática, Bahia, v. 3, n. 01, p. 1-17, 18 jul. 2022.

CALDATTO, Marlova; PAVANELLO, Regina. **Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais**. Quadrante, [S. l.], v. 24, n. 1, p. 103–128, 2015. DOI: 10.48489/quadrante.22913. Disponível em: https://quadrante.apm.pt/article/view/22913. Acesso em: 20 jul. 2025.

CARVALHO, J. B. P. **Euclides Roxo e as polêmicas sobre a modernização do ensino da matemática**. In: W. R. Valente (org.). Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil, pp. 85–149. Brasília: Editora da UnB, 2004.

CASTRO, Maria Helena Guimarães de. **Sistemas de avaliação da educação no Brasil – avanços e novos desafios**. São Paulo em Perspectiva. São Paulo, v. 23, n. 1, jan./jun. 2009, p. 5-18. Disponível em:http://produtos.seade.gov.br/produtos/spp/v23n01/v23n01_01.pdf. Acesso em: 29 abr. 2025.

CEARÁ. Secretaria da Educação. Matrizes de referência do SPAECE: matemática. Fortaleza, 2024. Disponível em: `https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/ce/matrizes/2024/CE_MT_SOMATIVA.pdf`. Acesso em: 18 jul. 2025.

D´AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 2 ed., Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

D´AMBROSIO, Ubiratan (1999). **História da Matemática no Brasil: uma visão panorâmica até 1950**. Saber y Tiempo: Revista de Historia de la Ciencia, 2(8), 7–37.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 5. ed. - Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FILHO, J. R. S; OLIVEIRA, L. M; CABRAL, M. F. B. **Importância e Implantação do Llaboratório de Ensino de Matemática**. Aracajú: Cadernos de Graduação, v. 5, n. 2, mar. 2019. Disponível em: `http://www.periodicos.set.edu.br` Acesso em: 14 abr, 2025.

LOPES., Jairo de Araujo; ARAUJO, Elizabeth Adorno de. **O Laboratório de Ensino de Matemática: Implicações na Formação de Professores**. Zetetiké, [s. l], v. 25, n. 27, p. 57-70, jun. 2007.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MARCHETTI, Josiane Mazurana; KLAUS, Vanessa Lucena Camargo de Almeida. **Software Geogebra: Um Recurso Interativo E Dinâmico Para O Ensino De Geometria Plana**. Caderno PDE, volume I, Paraná, 2014.

MARTINS, et. al. **Construção Do Conceito De Função Matemática: Um Estudo Colaborativo Sobre A Concepção E Uso Do Aplicativo Móvel Funcionalidade**. Duque de Caxias- Rio de Janeiro, 2015.

MIORIN, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MONTEIRO, I. A. **O desenvolvimento histórico do ensino de Geometria no Brasil**. Universidade Estadual Paulista Unesp–SP, 2015. Disponível em: `https://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/o-desenvolvimento-historico--ivan-alves-monteiro.pdf`. Acesso em: 01 abr. 2025

MONTENEGRO, Gildo A.. **Inteligência visual e 3-D**. São Paulo: Edgard Blücher, 2005.

NASCIMENTO, Eimard Gomes Antunes do. **Avaliação Do Uso Do Software Geogebra No Ensino De Geometria: Reflexão Da Prática Na Escola**. In: ACTAS DE LA CONFERENCIA LATINOAMERICANA DE GEOGEBRA, 1., 2012, Uruguai. Anais [...] . Montevideo: Isbn, 2012. p. 110-117.

OLIVEIRA, Stefany Maria Ribeiro de. **A Geometria Nos Anos Finais Do Ensino Fundamental: Dos Pcn À Bncc**. 2014. 43 f. TCC (Graduação) - Curso de Faculdade de Engenharia e Ciências - Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista – Unesp, Guaratinguetá, 2014.

PACHECO, Erica Farias. **Utilizando o software geogebra no ensino da matemática: uma ferramenta para construção de gráficos de parábolas e elipses no 3° ano do ensino médio**. Debates em Educação — Maceió — Vol. 11 — Nº. 24 — Maio/Ago. 2019.

PAVANELLO, R. M. **O abandono da geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké. Campinas, v.1, n. 1, p. 7-17, mar. 1993.

PEREIRA, A. C. C; SANTOS, J. N; PINHEIRO, A. C. M. **Prática De Laboratório De Matemática: Concepções De Licenciandos Na Construção De Saberes Docentes**. Brasília: Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, v. 12, 01 set. 2022. Disponível em: `https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/ripem/article/view/2964`. Acesso em: 14 abr. 2025.

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares**. 1991. 348 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1991.

PEREZ, G. **O Laboratório de Ensino e os Materiais Didáticos no Ensino de Matemática**. UNESP, Rio Claro, 1993.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. V. 7, Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

PRENSKY, M. **Nativos Digitais, Imigrantes Digitais,** MCB University Press, v. 9, n. 5, p.01-06, out. 2001. Disponível em: `https://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf`. Acesso em: 07 jul. 2025

RANKING DA EDUCAÇÃO: Brasil está nas últimas posições no pisa 2022; veja notas de 81 países em matemática, ciências e leitura. G1. Disponível em: https://g1.globo.com/educacao/noticia/2023/12/05/ranking-da-educacao-brasil-esta-nas-ultimas-posicoes-no-pisa-2022-veja-notas-de-81-paises-em-matematica-ciencias-e-leitura.ghtml Acesso em: 20 jul. 2025.

RÊGO, Rogéria Gaudêncio. **Um estudo sobre a construção do conceito de função**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN, 2000.

RIBEIRO, Maria Luisa Santos. **História da educação brasileira: organização escolar**. 18. ed. Campinas: Autores Associados, 2003, p. 207.

SANTANA, R. J. **Etimologia para ensinar e aprender matemática**. São Paulo, 2020. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/345151373_ETIMOLOGIA_PARA_ENSINAR_E_APRENDER_MATEMATICA. Acesso em: 20 maio 2025.

SANTOS, Francesca Danielle Gurgel dos. **Impactos Gerados Pelo Sistema Permanente De Avaliação Básica Do Estado Do Ceará (SPAECE) Na Melhoria Do Ensino E Aprendizagem No Ensino Médio**. 2010. 191 f. Dissertação (Doutorado) - Curso de Programa de Pós Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-Ce, 2010.

SANTOS, Maria José Costa dos; ORTIGÃO, Maria Isabel Ramalho. **Tecendo redes intelectivas na Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: relações entre currículo e avaliação externa (SPAECE)**. Rematec - Revista de Matemática, Ensino e Cultura, [s. l], n. 22, p. 59-72, out, 2016.

SILVA, R.C. **O papel do laboratório no ensino de matemática**. Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, 8. Anais [...], Recife-PE, 2004.

TURRIONI, A. M. S. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP), 2004.

ANEXO - PRODUTO EDUCACIONAL

UNILAB

PROFMAT

GEOGEBRA E LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA PARA VISUALIZAÇÃO DE FIGURAS TRIDIMENSIONAIS: ÁREA, VOLUME E PLANIFICAÇÃO

TIAGO SILVA

RAFAEL DIÓGENES

Produto educacional elaborado por Tiago dos Santos Silva, sob orientação do Prof. Dr Rafael Jorge Pontes Diógenes, durante o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-brasileira – UNILAB.

SUMÁRIO

POR QUÊ FAZER?

Durante muito tempo o ensino tradicional esteve enraizado na educação brasileira, caracterizado por um método de ensino focado na memorização e reprodução de fórmulas e conteúdos. No entanto com as transformações ocorridas diante dos avanços tecnológicos, fez-se necessário a busca por novos métodos de ensino para manter as aulas mais atrativas. Para Teixeira (2020), essas transformações exigem novas competências para analisar as novas formas de comunicar, de pensar, ensinar e aprender. Kenski (1998, p. 60) deixa claro que “as velozes transformações tecnológicas da atualidade impõem novos ritmos e dimensões à tarefa de ensinar e aprender. É preciso que se esteja em permanente estado de aprendizagem e de adaptação ao novo”. Neste contexto, é fundamental que o professor seja um mediador do ensino através de recursos tecnológicos procurando novas possibilidades de ensino e aprendizagem. De acordo com a quinta competência geral do Ensino Fundamental da BNCC, deve-se “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2018, p. 267).

Muitos estudantes enfrentam grandes dificuldades na matemática que se estendem ao campo da geometria pois acham conteúdos complexos e abstratos e muitos preferem ver apenas figuras planas e polígonos por sua forma simplificada.

A geometria é uma área da matemática que estuda o espaço e as formas e está totalmente inserida no nosso cotidiano. Forster (2012, p. 10) fala que a geometria está presente nas embalagens dos produtos, na arquitetura das casas e edifícios, na planta de terrenos, no artesanato e na tecelagem, nos campos de futebol e quadras de esportes, nas coreografias das danças e até na grafia das letras. Para os alunos é mais fácil compreender e visualizar um conteúdo que faz parte do dia a dia e por isso se faz necessário o estudo e compreensão da geometria e observa-la de forma bidimensional e tridimensional. A fim de unir a temática de geometria e utilização de tecnologias digitais, foi escolhido o *software* Geogebra que é uma plataforma que pode ser utilizada de forma gratuita online ou por aplicativo, que permite a manipulação de recursos de geometria. Morais (2012) afirma que os recursos utilizados pelo GeoGebra podem colaborar com o processo de ensino da matemática, pois possibilitam aos alunos desenvolver atividades que permitem a investigação, a interação e a testagem, facilitando o processo de construção do conhecimento. Assim, o aluno participa da elaboração da resolução interagindo com o *software*, sejam com atividades algébricas ou geométricas. Com isso podemos considerar que o Geogebra pode sim contribuir para uma aprendizagem eficaz.

Neste cenário, a seguinte oficina tem como objetivo uma proposta didática para professores de matemática do ensino básico. A proposta consiste na utilização do *software* GeoGebra como ferramenta tecnológica para trabalhar áreas e volumes de sólidos geométricos bem como suas planificações, associado a criação de material concreto com MDF.

COMO FAZER?

Pensando na maior atenção individualizada, mas pode aplicar para quantos queiram. A sugestão de 10 alunos é apenas para que o professor tenha condições de dar suporte aos alunos participantes. A oficina será realizada em 4 etapas a seguir:

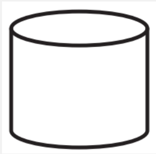
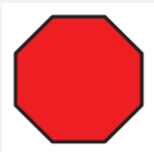
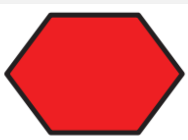
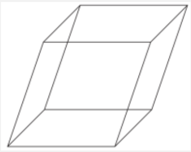
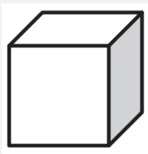
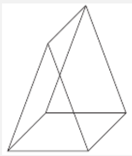
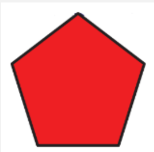
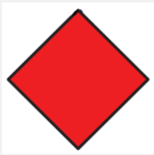
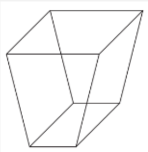
1° ETAPA: INTRODUÇÃO PARA OFICINA

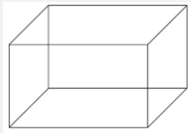
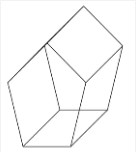
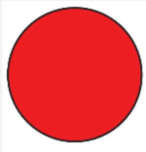
Nesta etapa avaliaremos a dificuldade dos alunos em geometria, a partir de uma atividade diagnóstica, a fim de analisar o nível de conhecimentos dos alunos. Serão avaliados conhecimentos de geometria plana, sobre identificação de objetos a partir da sua classificação, conhecimentos sobre áreas e perímetros de figuras planas, projeções e planificações.

Abaixo temos uma atividade que pode ser adotada como sugestão para tal avaliação, podendo ser utilizado qualquer outra forma de avaliação para esse diagnóstico.

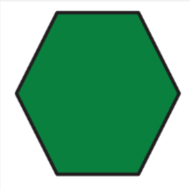
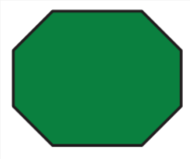
ATIVIDADE

1. Identifique cada objeto e nomeie corretamente dizendo se a forma é plana ou espacial.

OBJETO	NOME	PLANO (2D) OU ESPACIAL (3D)	OBJETO	NOME	PLANO (2D) OU ESPACIAL (3D)
					
					
					
					
					
					
					

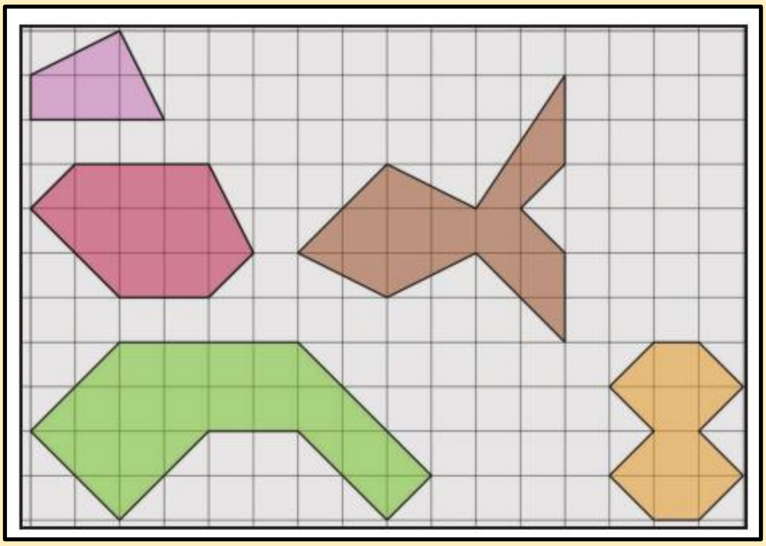
					
					

2. Baseado nos seus conhecimentos, identifique cada polígono e diga quantos vértices, lados e ângulos cada um possui.

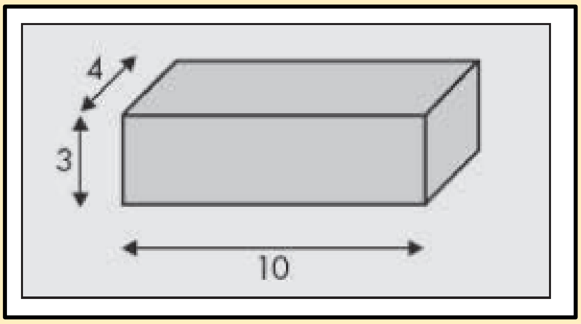
POLIGONO	N° DE VERTICES	N° DE LADOS	N° DE ÂNGULOS
			
			
			
			

3. Desenhe os seguintes polígonos: quadrilátero, hexágono, pentágono e octógono.

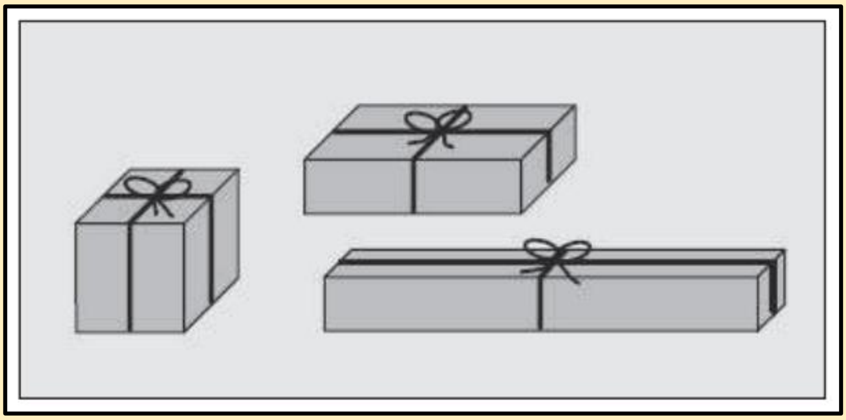
4. No quadriculado, a medida do lado de cada quadradinho é 1,0 cm. Observe o espaço ocupado pelas figuras desenhadas nesse quadriculado e calcule a sua área.



5. Determine a área total da superfície do embrulho representado na figura.



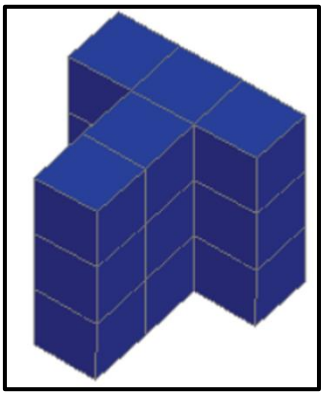
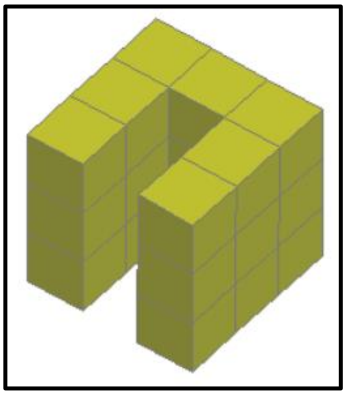
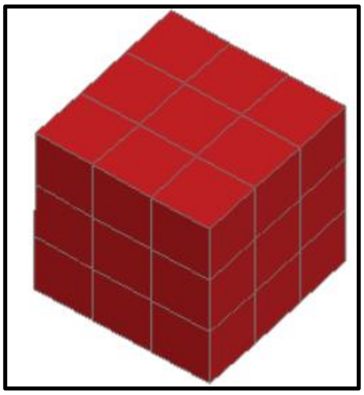
6. Os embrulhos da figura seguinte foram feitos com papel e atados com um fio. Cada um deles contém oito cubos todos iguais.



a) Em qual dos embrulhos se gastou maior quantidade de fio?

b) E em qual se gastou maior quantidade de papel?

7. Apenas utilizando a visualização, quantos cubinhos há em cada sólido?

1	2	3
		
N°=	N°=	N°=

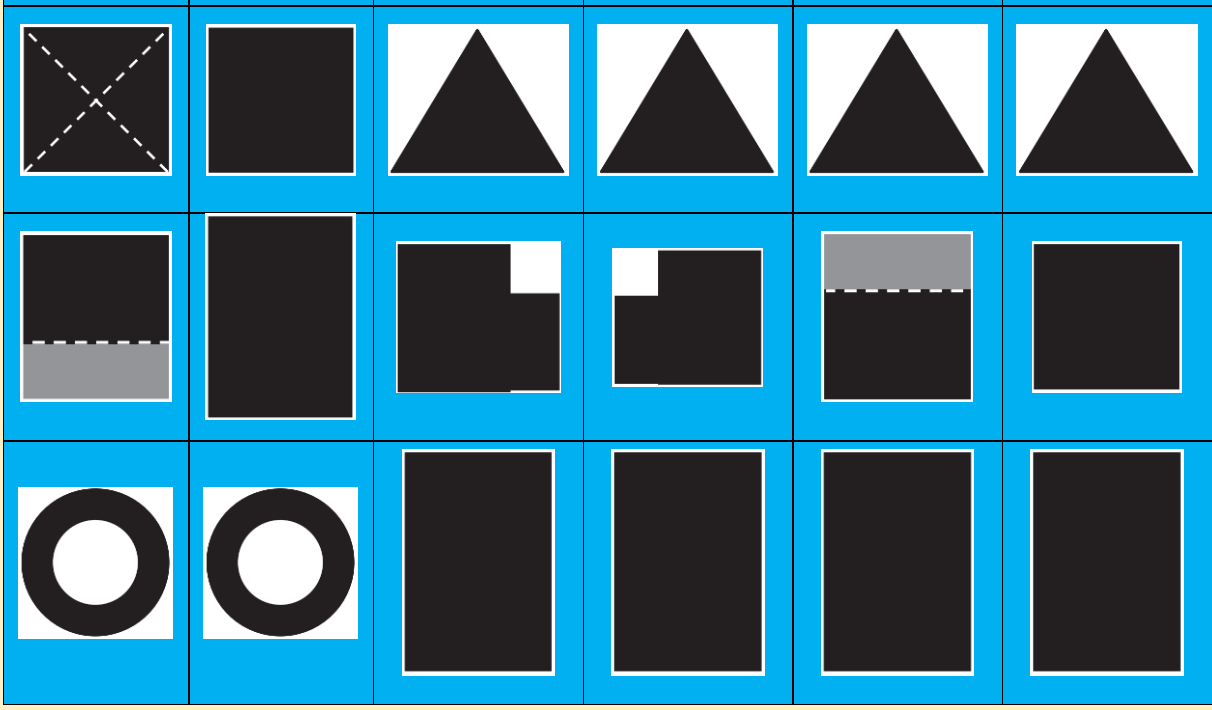
8. Baseado na questão anterior, identifique os sólidos que não têm a forma de um cubo e registre quantos cubinhos faltam para completar as figuras?

9. Dos sólidos dados na questão **7**, desenhe para cada um deles, as vistas (como o objeto é visto):

CIMA	BAIXO	LATERAL ESQUERDO	LATERAL DIREITO	FRENTE	TRÁS

10. Observe os desenhos a seguir das vistas (superior, inferior, frente, trás e lateral) de algumas figuras espaciais:

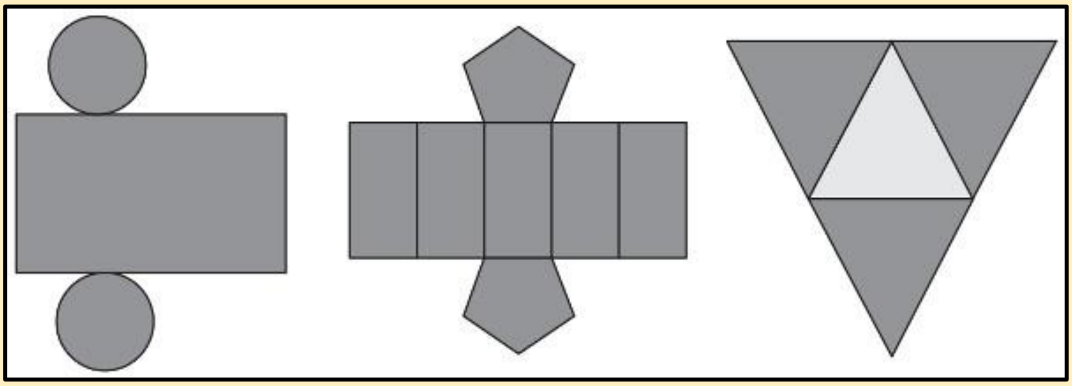
CIMA	BAIXO	LATERAL ESQUERDO	LATERAL DIREITO	FRENTE	TRÁS



Desenhe, no espaço a seguir, as figuras geométricas resultante de cada uma delas:

OBJETO DA 1º FILA	OBJETO DA 2º FILA	OBJETO DA 3º FILA

11. Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

Após a atividade diagnóstica os alunos contarão com uma aula teórica abordando os conhecimentos de geometria plana e espacial. Segue, logo abaixo, um link, com uma sugestão de slides que podem ser utilizados como suporte.

https://docs.google.com/presentation/d/12fS8htY_E0WJEGQ9myXwzIcxFtrTDzjj/edit?usp=drive_link&ouid=100290997909116982608&rtpof=true&sd=true

A aula será expositiva com auxílio de kit multimídia (notebook e projetor) apresentando as seguintes formas por meio de slides:

- Paralelepípedo
- Prismas
- Pirâmides
- Corpos redondos
- Poliedros de Platão
    - Tetraedro
    - Cubo
    - Octaedro
    - Dodecaedro
    - Icosaedro

2° ETAPA: EXPOSIÇÃO DE SOLIDOS GEOMETRICOS SOB O OLHAR DO GEOGEBRA.

Nesta etapa iniciaremos a exposição de sólidos geométricos, fazendo estudo das suas propriedades e planificações estabelecendo relações entre representações planas e espaciais assim como determina a BNCC.

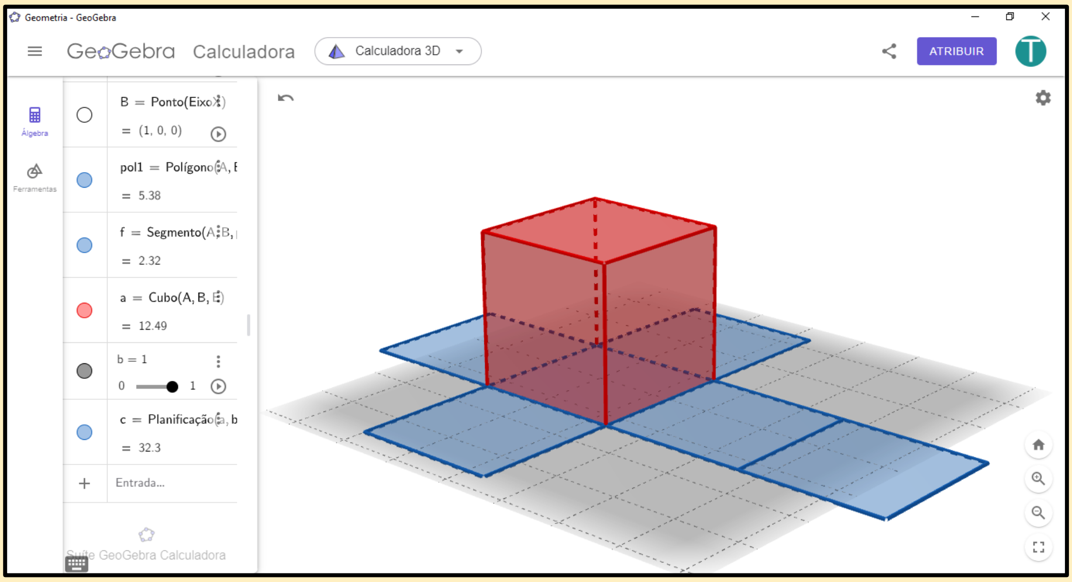
Serão revisitados algumas definições e conceitos aprendidos em geometria plana e espacial, especificamente sobre sólidos geométricos.

A exposição será feita por meio do *software* Geogebra e contaremos com kit multimídia (notebook e retroprojetor) como material de apoio.

A seguir as formas geométricas que serão abordadas:

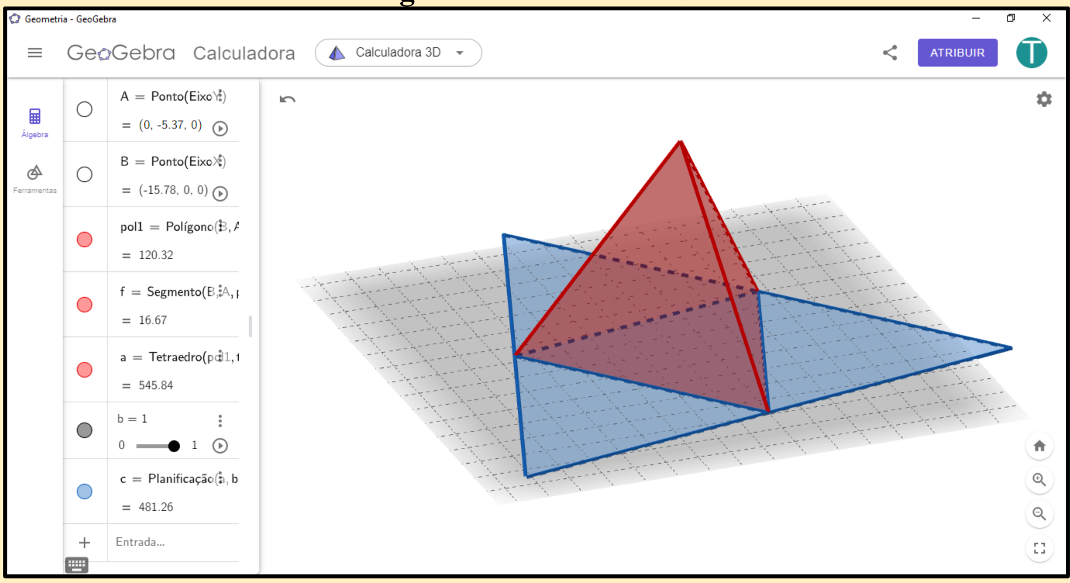
FIGURAS

Figura 1: CUBO



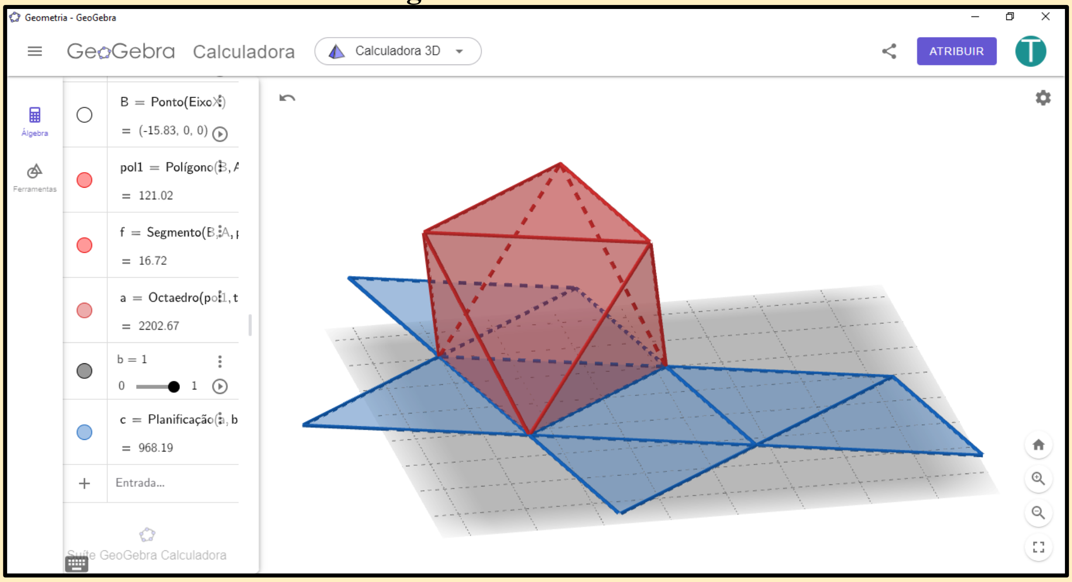
Acesso: https://www.geogebra.org/m/be6pzekc

Figura 2: TETRAEDRO



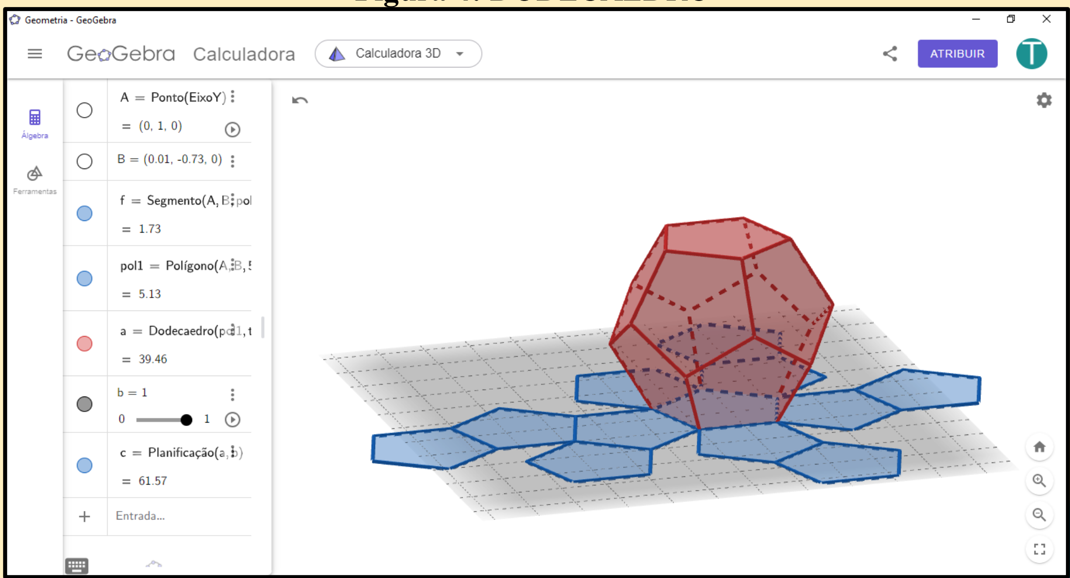
Acesso: https://www.geogebra.org/m/fdzwmxkc

Figura 3: OCTAEDRO



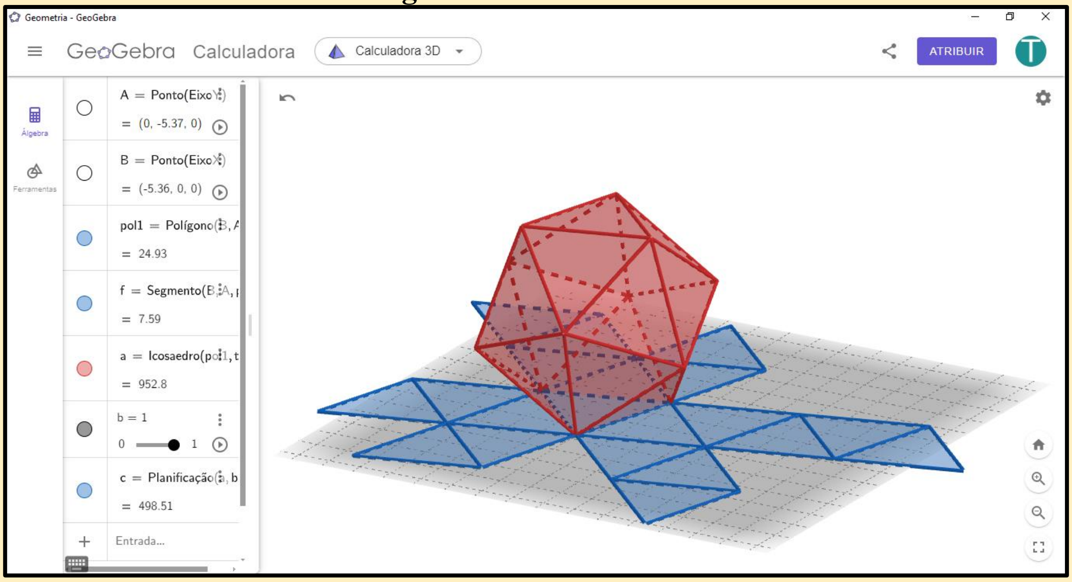
Acesso: https://www.geogebra.org/m/hcrgxxuw

Figura 4: DODECAEDRO



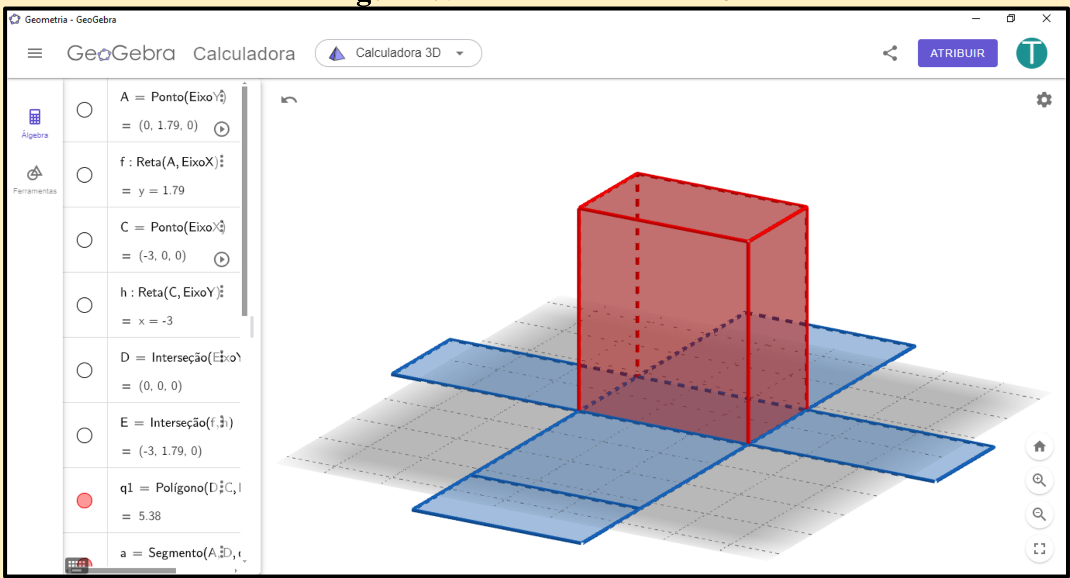
Acesso: https://www.geogebra.org/m/k53exn36

Figura 5: ICOSAEDRO



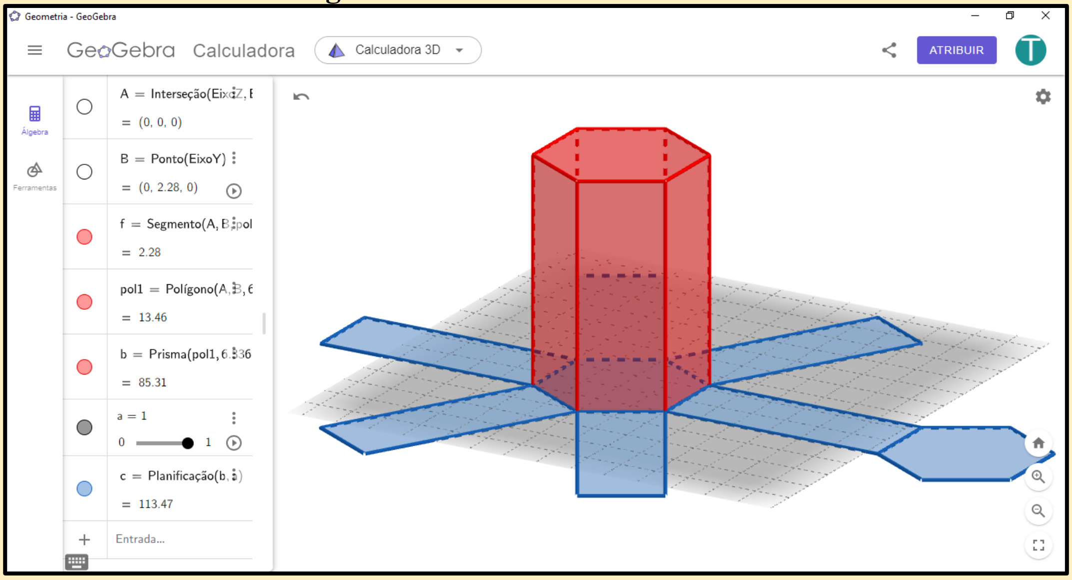
Acesso: https://www.geogebra.org/m/fy2v5zpz

Figura 6: PARALELEPIPEDO



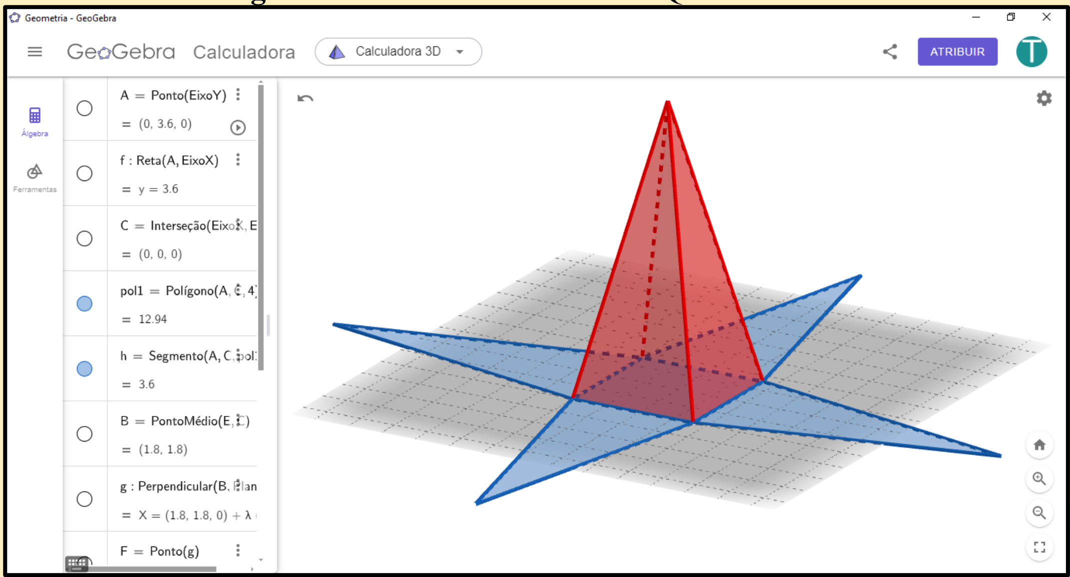
Acesso: https://www.geogebra.org/m/avwqfqjp

Figura 7: PRISMA HEXAGONAL



Acesso: https://www.geogebra.org/m/vyjwk25m

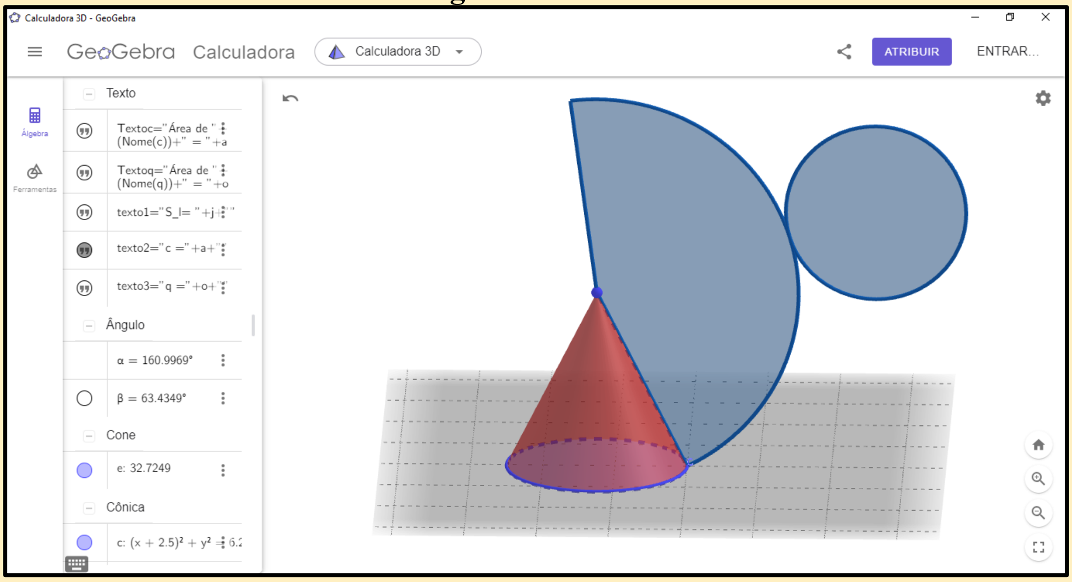
Figura 8: PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA



Acesso: https://www.geogebra.org/m/esgeduq9

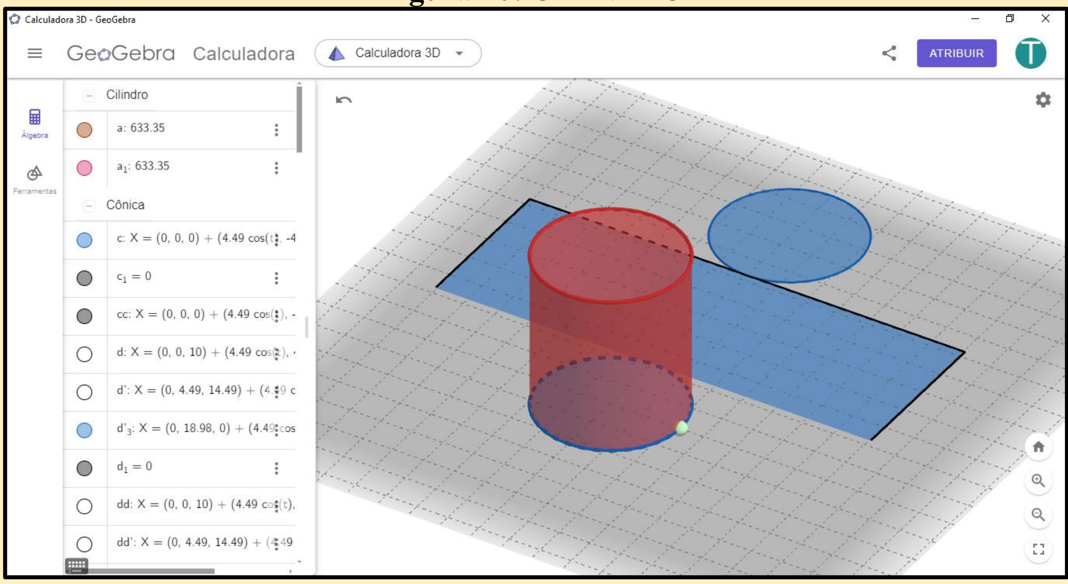
Observação: A planificação de corpos redondos como CONE e CILINDRO não é feita de forma direta como nos poliedros. O *software* não disponibiliza uma ferramenta própria para isso. As figuras a seguir foram obtidas de adaptações de arquivos disponíveis no próprio site do Geogebra.

Figura 9: CONE



Acesso: https://www.geogebra.org/m/j2y7dqyf

Figura 10: CILINDRO



Acesso: https://www.geogebra.org/m/msgzudv2

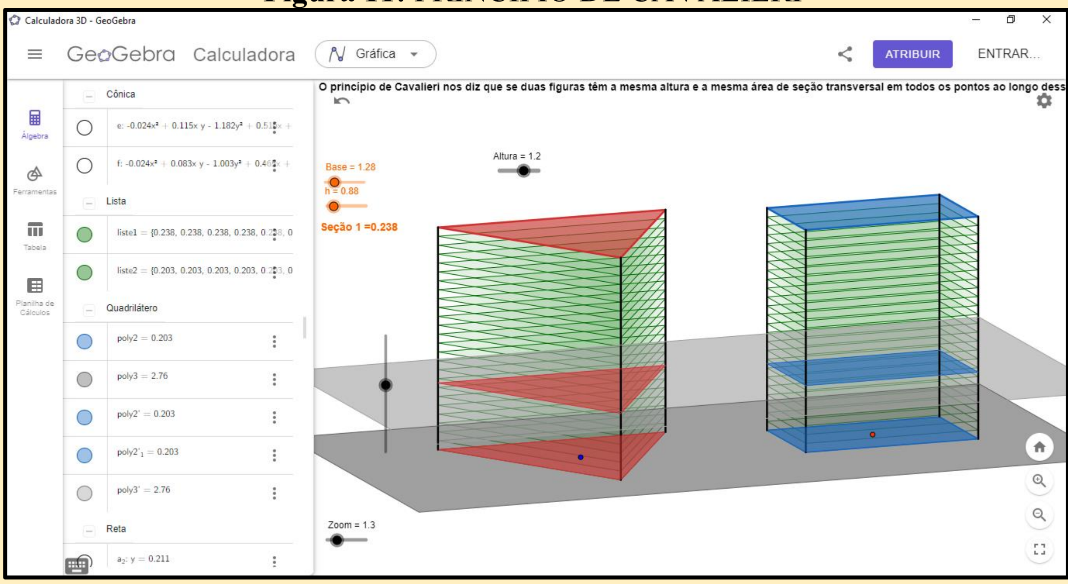
PRINCÍPIO DE CAVALIERI

O princípio de Cavalieri é demonstrado com uso do cálculo, porém para uso desse princípio no Ensino Médio, que é destaque nesse trabalho, vamos usá-lo como axioma.

Axioma (Princípio de Cavalieri): Consideremos dois sólidos quaisquer. Se todo plano horizontal secciona os sólidos dados obtendo áreas iguais, então seus volumes também são iguais.

Podemos aceitar com mais facilidade esse axioma através de uma justificativa bem interessante: sejam dadas duas fatias de dois sólidos muito finas, de mesma altura, com áreas das bases iguais, e com volumes aproximadamente iguais. Tanto se deixa a fatia mais fina, como seus volumes ficam mais aproximados até quando se queira. E se somarmos todas as fatias obtemos que os volumes dos sólidos são iguais.

Figura 11: PRINCÍPIO DE CAVALIERI



Acesso: https://www.geogebra.org/m/jag5huzd

3° ETAPA: CONSTRUÇÃO DO MATERIAL CONCRETO.

Após a visualização dos sólidos por meio do *software*, iniciaremos a confecção do material baseado nos conhecimentos adquiridos nas etapas anteriores.

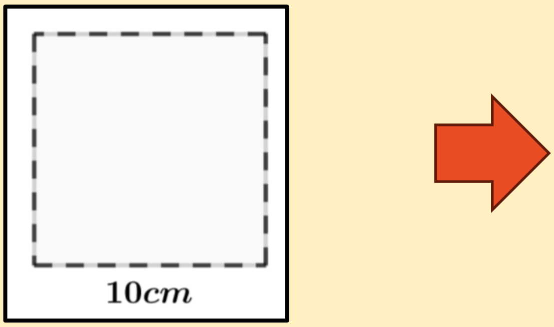
A partir da ideia adquirida sobre geometria plana e espacial e a planificação de sólidos, construiremos um material tridimensional para visualização concreta dos objetos estudados.

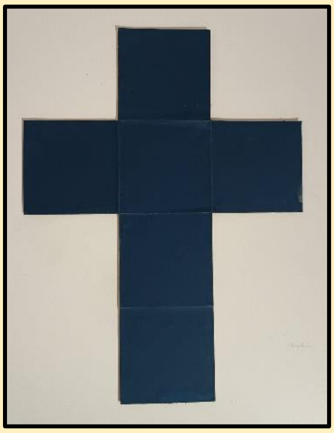
MATERIAIS NECESSARIOS

Os sólidos serão confeccionados de painel de fibra de densidade media, mais conhecido como MDF, uma fibra de madeira e resina sintética de 3 mm de espessura. As faces serão previamente cortadas a laser, coladas com a utilização de rolo de espuma e cobertas com cartolina de papel.

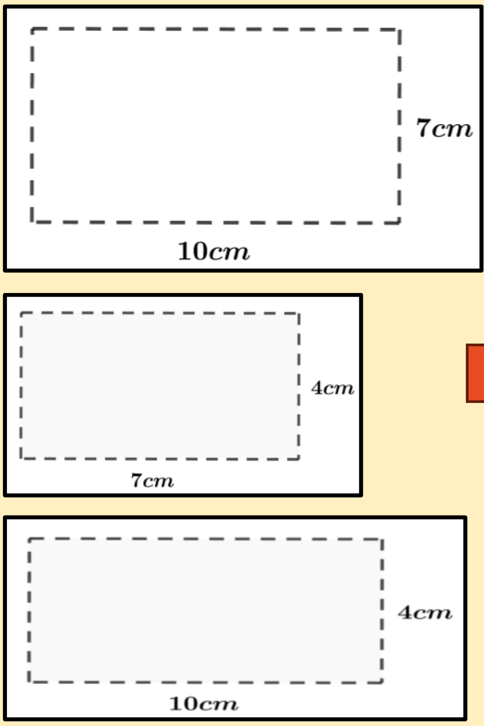
Para o:

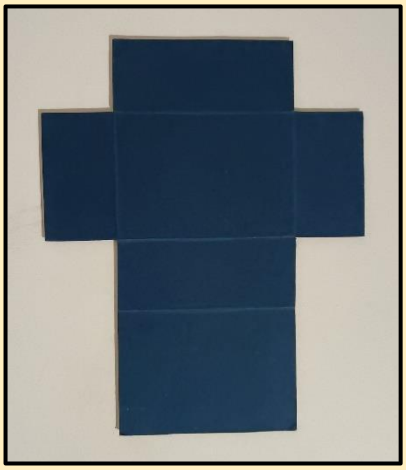
CUBO: 6 quadrados de tamanho 10cm x 10cm.



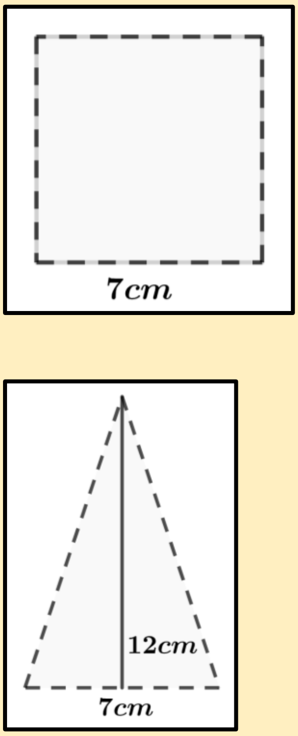


PARALELEPÍPEDO: 6 retângulos (2 de tamanho 10cm x 7cm, 2 de tamanho 7cm x 4cm e 2 de tamanho 4cm x 10cm).

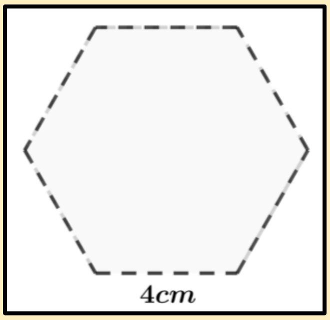


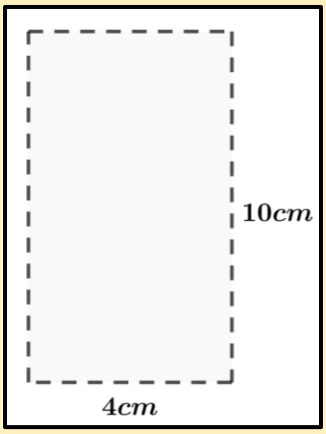


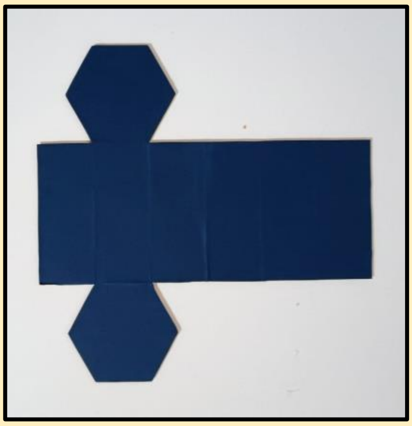
PIRÂMIDE: 1 quadrado de tamanho 7cm x 7cm, 4 triângulos de tamanho 7cm x 12cm.



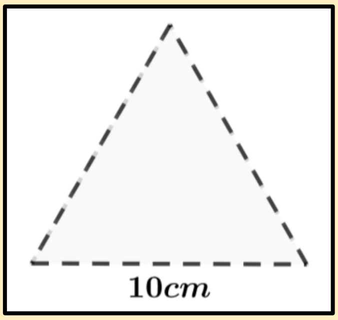
PRISMA: 2 hexágonos regular de aresta 4cm, 6 retângulos de tamanho 4cm x 10cm.

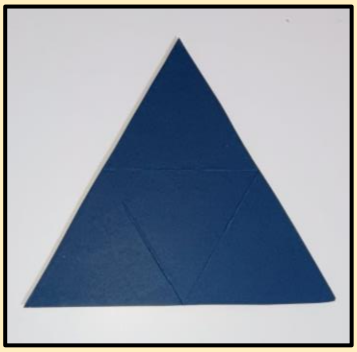




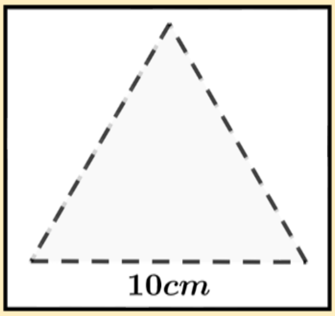


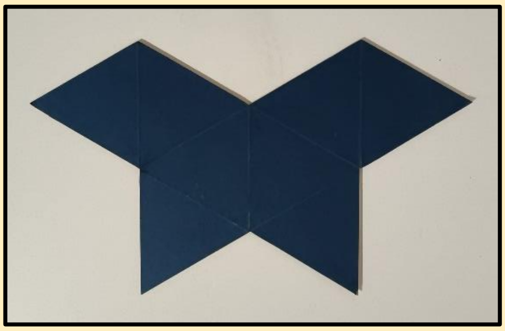
TETRAEDRO: 4 triângulos equiláteros de lado medindo 10cm.



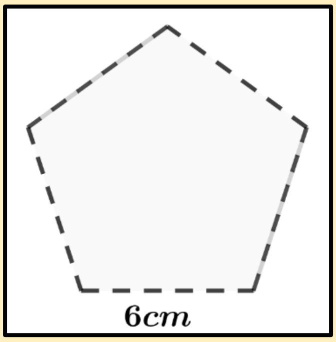


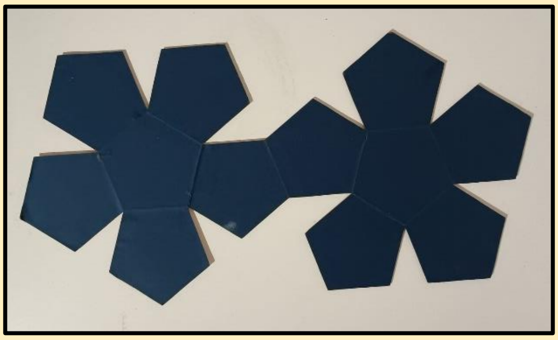
OCTAEDRO: 8 triângulos equiláteros de lado medindo 10cm.



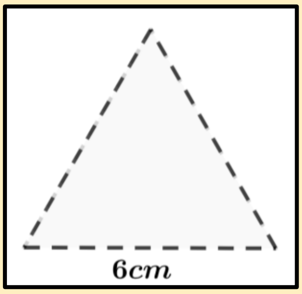


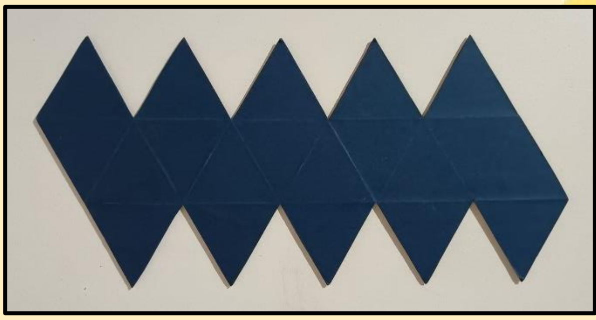
DODECAEDRO: 12 pentágonos regular de lado 6cm.



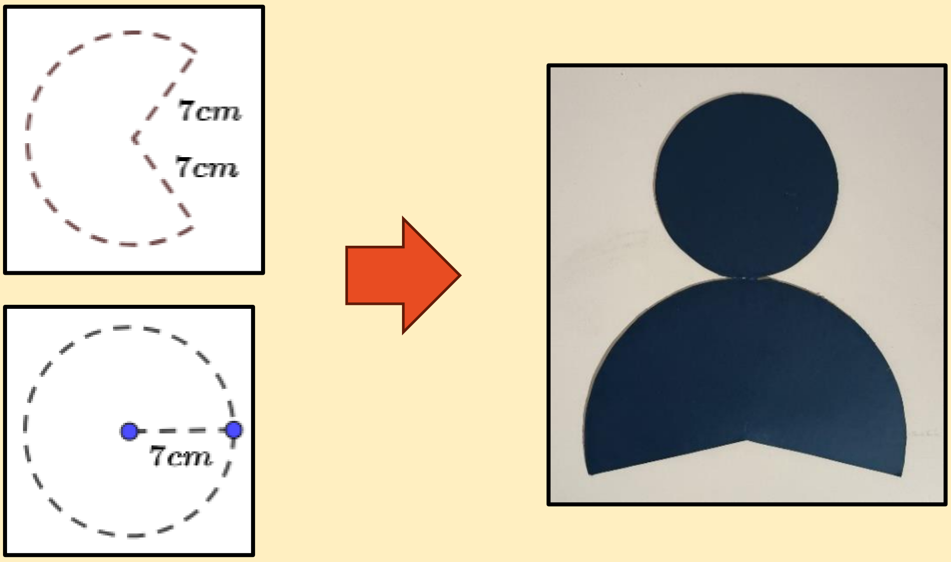


ICOSAEDRO: 20 triângulos equiláteros de lado 6cm.

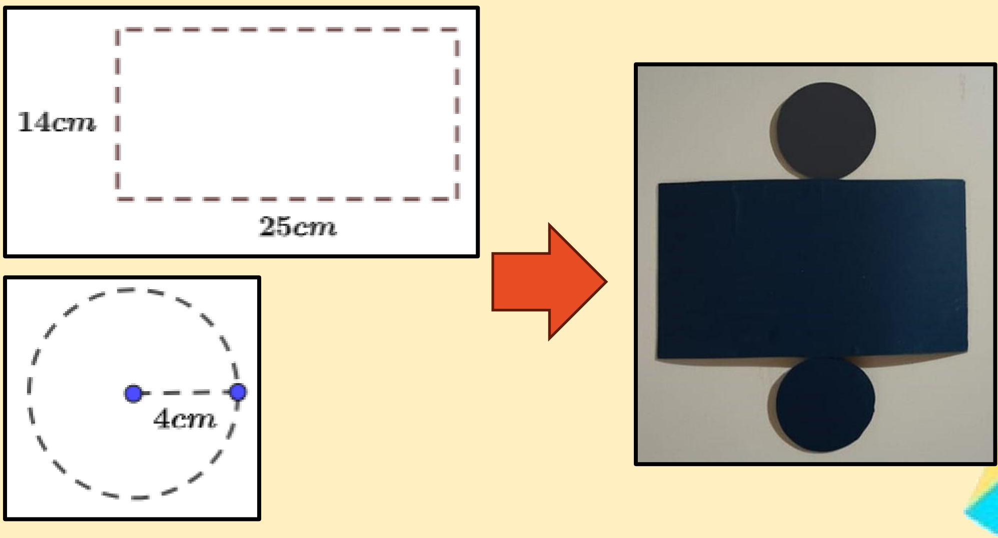




CONE: 1 setor circular e 1 círculo de raio 6cm, ambos de papelão.



CILINDRO: 1 retângulo de 14cm x 25cm e 1 círculo de 4cm de raio, ambos de papelão.



4° ETAPA: AVALIAÇÃO DA OFICINA

Será aplicado um questionário para saber o impacto da oficina no aprendizado dos alunos. Dessa forma, teremos a certeza se a oficina foi satisfatória ou não, e o quanto ela foi transformadora. Esta atividade é apenas uma sugestão de aplicação, o uso dela não é obrigatório.

QUESTIONÁRIO DE SONDAGEM

1. Você gosta de estudar matemática?

( ) Sim

( ) Não

( ) Um pouco

2. Você tem dificuldade em aprender matemática?

( ) Sim

( ) Não

( ) Depende do assunto

3. Qual sua maior dificuldade em aprender matemática?

4. A atividade de sólidos geométricos facilitou de alguma forma o seu aprendizado na disciplina de matemática?

( ) Sim

( ) Não

( ) Um pouco

5. A atividade despertou o interesse pela geometria?

( ) Sim

( ) Não

6. Você acha possível aprender assuntos de geometria através de matérias concretos?

( ) Sim

( ) Não

7. Deixe um breve comentário de como foi a experiência dessa atividade.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

FERREIRA, Lúcia Helena da Cunha; LAUDARES, João Bosco. **CADERNO DE OFICINA COM ATIVIDADES DE GEOMETRIA**. 2010. 137 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

FORSTER, C. **Ensino de Geometria Plana com Auxílio do Tangram**. In: 3ª Escola de Inverno de Educação Matemática, Santa Maria, 2012. Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Disponível em: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/RE/RE_Horbach_Ivan.pdf

KENSKI, V. M. **Novas tecnologias: o redimensionamento do espaço e do tempo e os impactos no trabalho docente**. In: Revista Brasileira de Educação. nº 08, p. 58 -71, 1998.

MORAIS, R. G. **Geometria dinâmica como alternativa metodológica para o ensino de geometria: experiência em um curso de Licenciatura em Matemática**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Vassouras, RJ: Universidade Severino Sombra, 2012.

TEIXEIRA, Alcinda Souza Muniz; MUSSATO, Solange. **Contribuições do software geogebra nas aulas com sólidos geométricos de faces planas nos anos iniciais do ensino fundamental**. Reamec - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, [S.L.], v. 8, n. 3, p. 449-466, 3 out. 2020. Revista REAMEC. http://dx.doi.org/10.26571/reamec.v8i3.10835.